

**Задания отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ
2018–2019 учебного года по комплексу предметов
Инженерные системы
10-11 класс
(2 часа)**

Задача № 1

Вариант 1.

Электростанция подает напряжение 500 кВ на линию электропередачи (ЛЭП) постоянного тока, длина которой 150 км. Передаваемая мощность составляет 500 МВт. В ЛЭП можно использовать алюминиевые провода сечением 150 мм² или стальные провода сечением 250 мм². В каком случае мощность потерь будет больше и во сколько раз? Удельное сопротивление алюминия $2.8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, стали — $2 \cdot 10^{-7}$ Ом·м.

Решение:

Мощность потерь связана с нагревом проводов при прохождении по ним электрического тока. Тепло, выделяющееся в проводах за некоторое время Δt , определяется выражением

$$Q = I^2 \cdot R \cdot \Delta t,$$

где I — сила тока в проводах, а R — их сопротивление. Тогда мощность потерь

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = I^2 \cdot R.$$

Если ρ — удельное сопротивление материала, из которого изготовлен провод, l — его длина, а S — площадь поперечного сечения, то

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

и, следовательно,

$$P = I^2 \cdot \rho \frac{l}{S}.$$

Если составить отношение мощностей потерь для стальных и алюминиевых проводов, то, в силу того, что их длины, а также проходящий по ним ток одинаковы, получим

$$\frac{P_{\text{стали}}}{P_{\text{алюминия}}} = \frac{\rho_{\text{стали}}}{S_{\text{стали}}} \cdot \frac{S_{\text{алюминия}}}{\rho_{\text{алюминия}}}.$$

Подставим исходные данные:

$$\frac{P_{\text{стали}}}{P_{\text{алюминия}}} = \frac{2 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}}{250 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2} \cdot \frac{150 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2}{2.8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}} \approx 4.3,$$

т.е. потери в стальных проводах будут больше.

Ответ: потери в стальных проводах будут в 4.3 раза больше.

Замечание: Помимо потерь, возникающих из-за нагревания проводов при прохождении по ним электрического тока, в ЛЭП существуют и другие виды потерь. Например, довольно значительную роль играют потери, связанные с разрядными явлениями в проводах сверхвысокого напряжения. Однако этот вид потерь играет все же меньшую роль, чем

потери из-за нагрева, и, кроме того, он слабее зависит от материала, из которого изготовлены провода.

Вариант 2.

Электростанция подает напряжение 600 кВ на линию электропередачи (ЛЭП) постоянного тока, длина которой 200 км. Передаваемая мощность составляет 700 МВт. В ЛЭП можно использовать алюминиевые провода сечением 150 мм² или стальные провода сечением 300 мм². В каком случае мощность потерь будет больше и во сколько раз? Удельное сопротивление алюминия $2.8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, стали — $2 \cdot 10^{-7}$ Ом·м.

Ответ: потери в стальных проводах будут в 3.6 раза больше.

Вариант 3.

Электростанция подает напряжение 400 кВ на линию электропередачи (ЛЭП) постоянного тока, длина которой 250 км. Передаваемая мощность составляет 400 МВт. В ЛЭП можно использовать алюминиевые провода сечением 200 мм² или медные провода сечением 150 мм². В каком случае мощность потерь будет больше и во сколько раз? Удельное сопротивление алюминия $2.8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, меди — $1.7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Ответ: потери в алюминиевых проводах будут в 1.2 раза больше.

Задача № 2

Вариант 1.

При обработке результатов серии экспериментов потребовалось оценить значение следующего выражения:

$$\frac{1}{3 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 29} + \frac{1}{29 \cdot 42} + \dots + \frac{1}{2005 \cdot 2018}.$$

Какая из дробей, $1/33$ или $16/625$, является лучшим приближением для данного выражения? (Задачу необходимо решить аналитически, а также составить программу для проверки этого решения).

Решение:

Числа 3, 16, 29, 42, ..., 2018 образуют арифметическую прогрессию с шагом $d = 13$, первый член которой $a_1 = 3$, а последний член — $a_{156} = 2018$.

Заметим, что каждую дробь можно записать в виде разности двух дробей:

$$\frac{1}{a_1 \cdot (a_1 + d)} = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{(a_1 + d)} \right),$$
$$\frac{1}{(a_1 + d) \cdot (a_1 + 2d)} = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{(a_1 + d)} - \frac{1}{(a_1 + 2d)} \right) \text{ и т.д.}$$

Тогда:

$$\begin{aligned}\frac{1}{3 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 29} + \frac{1}{29 \cdot 42} + \dots + \frac{1}{2005 \cdot 2018} &= \frac{1}{13} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{29} + \dots + \frac{1}{2005} - \frac{1}{2018} \right) = \\ &= \frac{1}{13} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2018} \right) = \frac{2015}{3 \cdot 13 \cdot 2018} = \frac{155}{6054} \approx 0.0256029.\end{aligned}$$

Сравним найденное значение исходного выражения с предложенными приближениями:

$$\frac{1}{33} \approx 0.0303(03),$$

$$\frac{16}{625} = 0.0256$$

— вторая дробь ближе к значению исходного выражения.

Ответ: лучшим приближением является дробь 16/625.

Вариант 2.

При обработке результатов серии экспериментов потребовалось оценить значение следующего выражения:

$$\frac{1}{4 \cdot 17} + \frac{1}{17 \cdot 30} + \frac{1}{30 \cdot 43} + \dots + \frac{1}{2006 \cdot 2019}.$$

Какая из дробей, 21/1111 или 12/625, является лучшим приближением для данного выражения? (Задачу необходимо решить аналитически, а также составить программу для проверки этого решения).

Ответ: лучшим приближением является дробь 12/625.

Задача № 3

Вариант 1.

Для переработки отработанного ядерного топлива и перевода его в раствор используется растворение его в азотной кислоте. Запишите и уравняйте реакцию урана с концентрированной азотной кислотой.

Решение:

Уран в данном случае будет находиться в высшей степени окисления +6. Но такой ион в растворе существовать не может, т.к. очень сильно поляризует воду. Поэтому он будет существовать в форме катиона уранила UO_2^{2+} .

Азотная кислота концентрированная, а уран до 6+ окислить достаточно сложно. Поэтому основным продуктом восстановления азотной кислоты будет диоксид азота:



Вариант 2.

Для переработки отработанного ядерного топлива и перевода его в раствор используется растворение его в азотной кислоте. Запишите и уравняйте реакцию урана с разбавленной азотной кислотой.

Вариант 3.

Для переработки отработанного ядерного топлива и перевода его в раствор используется растворение его в азотной кислоте. Запишите и уравняйте реакцию плутония с концентрированной азотной кислотой.

Вариант 4.

Для переработки отработанного ядерного топлива и перевода его в раствор используется растворение его в азотной кислоте. Запишите и уравняйте реакцию плутония с разбавленной азотной кислотой.

Задача № 4

Вариант 1.

При делении ядра урана-235 (в реакции деления) выделяется энергия 200 МэВ, а при слиянии ядер дейтерия и трития (в реакции синтеза) — 17.6 МэВ. Пусть в реакциях деления и реакциях синтеза сгорело по 1 грамму соответствующего ядерного топлива. В каком случае выделилось больше энергии? (Дейтерий и тритий — ядра тяжелого водорода с атомной массой 2 и 3 соответственно; 1 эВ (электрон-вольт) — внесистемная единица измерения энергии, равная $1.6 \cdot 10^{-19}$ Дж).

Решение:

Пусть в 1 г урана-235 содержится N ядер, столько же произойдет и реакций деления, в каждой из которых сгорит атомная масса, равная 235. При этом в сумме выделится энергия, равная $200 \cdot N$ МэВ.

В одной реакции синтеза сгорает атомная масса равная 5. Соответственно, в одном грамме ядерного топлива дейтерий-тритий произойдет $(235/5) \cdot N$ реакций, и выделится суммарная энергия, равная $(235/5) \cdot N \cdot 17.6 = 827.2 \cdot N$ МэВ, т.е. больше, чем при делении 1 г урана-235.

Ответ: в реакциях синтеза.

Вариант 2.

При делении ядра урана-235 (в реакции деления) выделяется энергия 200 МэВ, а при слиянии двух ядер трития (в реакции синтеза) — 11.3 МэВ. Пусть в реакциях деления сгорел 1 грамм урана-235, а в реакциях синтеза — 0.5 грамма трития. В каком случае

выделилось больше энергии? (Тритий — ядро тяжелого водорода с атомной массой 3; 1 эВ (электрон-вольт) — внесистемная единица измерения энергии, равная $1.6 \cdot 10^{-19}$ Дж).

Решение:

Пусть в 1 г урана-235 содержится N ядер, столько же произойдет и реакций деления, в каждой из которых сгорит атомная масса, равная 235. При этом в сумме выделится энергия, равная $200 \cdot N$ МэВ.

В одной реакции синтеза сгорает атомная масса, равная 6. Соответственно, в половине грамма ядерного топлива, состоящего из трития, произойдет $(235/12) \cdot N$ реакций, и выделится суммарная энергия, равная $(235/12) \cdot N \cdot 11.3 = 221.3 \cdot N$ МэВ, т.е. больше, чем при делении 1 г урана-235.

Ответ: в реакциях синтеза.

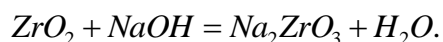
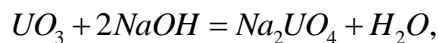
2018–2019
отборочный этап
10-11 класс
(на дом)

Задача № 1

Во время катастрофы на Чернобыльской АЭС произошло расплавление активной зоны ядерного реактора, в результате чего образовался сплав оксидов урана и циркония, так называемый кориум. Предложите способ перевода этого сплава в раствор, если известно, что в кислотах он не растворяется. Запишите уравнение реакции.

Решение:

Скорее всего, в данной смеси присутствуют оксиды U_3O_8 (смесь степеней окисления +4 и +6) и ZrO_2 . U_3O_8 легко доокислить до UO_3 . Затем в данном случае предпочтительна щелочная плавка смеси:



Оба эти соединения в воде не растворимы. Далее эти соли уже могут быть переведены в раствор путем обработки их азотной или серной кислотами. При этом будут образовываться нитраты уранила и циркониила $UO_2(NO_3)_2$ и $ZrO(NO_3)_2$.

Задача № 2

Пусть в активной зоне ядерного реактора содержится уран, при делении которого выделяются нейтроны таким образом, что

а) число нейтронов, выделяющихся в каждом кубическом сантиметре активной зоны за одну секунду, одинаково;

б) число нейтронов, вылетающих за одну секунду через каждый квадратный сантиметр поверхности активной зоны наружу, также одинаково.

Известно, что реактор работает тем эффективнее, чем больше выделившихся нейтронов остается внутри активной зоны. Расположите в порядке убывания эффективности работы реактора предложенные ниже геометрические фигуры, которые можно придать активной зоне:

- 1) куб с ребром $a = 17.5$ см;
- 2) параллелепипед с ребрами $a = b = 18$ см, $c = 17$ см;
- 3) параллелепипед с ребрами $a = b = 17$ см, $c = 18$ см;
- 4) цилиндр с радиусом основания $R = 10$ см и образующей $h = 20.6$ см;
- 5) шар радиусом $R = 10.1$ см.

Решение:

Ясно, что эффективность работы реактора тем больше, чем больше объем V активной зоны и чем меньше площадь ее поверхности S . Таким образом, эффективность можно характеризовать параметром S/V — чем он меньше, тем реактор работает эффективнее.

Посчитаем этот параметр для всех предложенных случаев:

- 1) $S/V = 6a^2/a^3 = 6/a = 0.342857$;
- 2) $S/V = (4 \cdot a \cdot c + 2 \cdot a^2)/(a^2 \cdot c) = (4 \cdot c + 2 \cdot a)/(a \cdot c) = 0.339869$;
- 3) $S/V = (4 \cdot a \cdot c + 2 \cdot a^2)/(a^2 \cdot c) = (4 \cdot c + 2 \cdot a)/(a \cdot c) = 0.346405$;
- 4) $S/V = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot (R+h)/(\pi \cdot R^2 \cdot h) = 2 \cdot (R+h)/(R \cdot h) = 0.297087$;
- 5) $S/V = 4 \cdot \pi \cdot R^2/(4 \cdot \pi \cdot R^3/3) = 3/R = 0.297030$.

Таким образом, правильный порядок фигур такой: 5, 4, 2, 1, 3.

Ответ: 5, 4, 2, 1, 3.

Замечание: В высшей математике доказывается, что при заданном объеме отношение S/V будет минимально, если телу придана форма шара.