Задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ 2018–2019 учебного года по комплексу предметов Инженерные системы
10-11 класс

ЗАДАЧА № 1

Вариант 1.

Для расщепления ядер урана-235 используют тепловые нейтроны с энергиями порядка 0.025 эВ. ($1 эВ = 1.6\cdot 10^{-19}$ Дж — электрон-вольт, внесистемная единица измерения энергии). Такие нейтроны можно получить, затормозив быстрые нейтроны (с энергиями порядка 1 эВ) путем упругого столкновения с атомами различных элементов. Определите, во сколько раз уменьшится энергия быстрого нейтрона при столкновении с атомом углерода ^{12}C? Сколько таких столкновений должно произойти для того, чтобы быстрый нейтрон превратился в тепловой? Столкновения считать центральными и абсолютно упругими.

Решение:

Запишем законы сохранения импульса и энергии для нейтрона и атома углерода в случае центрального абсолютно упругого столкновения

$$m_n v_1 = m_n v_2 + m_C u,$$

$$m_n v_1^2 / 2 = m_n v_2^2 / 2 + m_C u^2 / 2,$$

где m_n – масса нейтрона, v_1 – скорость нейтрона до столкновения, v_2 – скорость нейтрона после столкновения, m_C – масса атома углерода, u – скорость атома углерода после столкновения (мы считаем, что атом углерода вначале был неподвижен, поскольку он в 12 раз массивнее нейтрона; кроме того, начальная скорость атома углерода соответствует тепловой энергии, а, значит, заведомо меньше скорости быстрого нейтрона).

Преобразуем выражения законов сохранения:

$$v_1 - v_2 = (m_C / m_n) u, \qquad (1)$$

$$v_1^2 - v_2^2 = (v_1 - v_2)(v_1 + v_2) = (m_C / m_n) u^2.$$

Поделив почленно второе равенство на первое, получим, что $v_1 + v_2 = u$. Подставим это выражение в (1) и приведем подобные слагаемые:

$$v_2 = v_1 \left(1 - {}^{m_C}\!/_{m_n}\right) \Big/ \left(1 + {}^{m_C}\!/_{m_n}\right) \;\;=>\;\; \left|{}^{v_1}\!/_{v_2}\right| = \left(1 + {}^{m_C}\!/_{m_n}\right) \Big/ \left|1 - {}^{m_C}\!/_{m_n}\right| \approx 1.182$$

(отрицательность скорости v_2 означает, что нейтрон после столкновения отскакивает в противоположном направлении).

Очевидно, что отношение кинетических энергий нейтрона до столкновения и после равно

$$k \equiv {E_{кин_1}}\Big/{E_{кин_2}} = \left({v_1}\big/{v_2}\right)^2 \approx 1.4,$$

то есть в результате одного столкновения с атомом углерода энергия нейтрона уменьшается в $k = 1.4$ раза.

Подсчитать число столкновений для превращения быстрого нейтрона в тепловой можно следующим образом. После каждого столкновения энергия нейтрона уменьшается в k раз, всего за искомое число столкновений n она должна уменьшиться в 1 эВ / 0.025 эВ = 40 раз. Значит,

$$(k)^n = 40 \Rightarrow n = \log_k 40$$

или, записывая через натуральный логарифм,

$$n \ln k = \ln 40 \Rightarrow n = \ln 40 / \ln 1.4 \approx 10.96.$$

Таким образом, быстрый нейтрон должен совершить 11 столкновений для того, чтобы превратиться в тепловой.

Замечание:

Можно показать, что при центральном абсолютно упругом ударе двух нейтронов они просто обмениваются скоростями, что, очевидно, не приводит к превращению быстрых нейтронов в тепловые.

Ответ:

1) за одно столкновение энергия нейтрона уменьшается примерно в 1.4 раза;

2) для превращения быстрого нейтрона в тепловой должно произойти 11 столкновений с атомами углерода.

Вариант 2.

Для расщепления ядер урана-235 используют тепловые нейтроны с энергиями порядка 0.025 эВ. ($1эВ = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Дж — электрон-вольт, внесистемная единица измерения энергии). Такие нейтроны можно получить, затормозив быстрые нейтроны (с энергиями порядка 1 эВ) путем упругого столкновения с атомами различных элементов. Определите, во сколько раз уменьшится энергия быстрого нейтрона при столкновении с атомом свинца ^{207}Pb? Сколько таких столкновений должно произойти для того, чтобы быстрый нейтрон превратился в тепловой? Столкновения считать центральными и абсолютно упругими.

Ответ:

1) за одно столкновение энергия нейтрона уменьшается примерно в 1.0195 раз;

2) для превращения быстрого нейтрона в тепловой должно произойти 191 столкновение с атомами свинца.

ЗАДАЧА № 2

Вариант 1.

Изотоп урана ^{235}U используется в качестве топлива в ядерных реакторах на медленных нейтронах. Однако в природе этот изотоп распространен мало по сравнению с основным изотопом ^{238}U. Поэтому для того, чтобы получить пригодное к использованию топливо, в природном уране искусственно повышают содержание изотопа ^{235}U – этот процесс называется обогащением. Предположим, что в одном цикле работы установки по обогащению урана: 1) 10 % от массы поступившего на вход урана идет в отходы (обедненный уран) и далее не используется; 2) 98 % от количества ядер ^{235}U на входе оказывается на выходе установки. Пусть вначале имелась тонна урана, состоящего из смеси изотопов ^{238}U и ^{235}U с содержанием последнего 1 %. После некоторого количества циклов работы установки содержание ^{235}U в оставшемся уране поднялось до 19.7 %. Каково содержание ^{235}U в общей массе отходов? Различием масс изотопов ^{238}U и ^{235}U пренебречь.

<u>Решение</u>:

Обозначим количества ядер изотопов ^{235}U и ^{238}U в исходной массе урана через N5 и N8 соответственно, а массу любого из изотопов — через m (по условию их массы неразличимы). Тогда исходная масса есть $m \cdot N5 + m \cdot N8 = M$, а исходное содержание ^{235}U: $N5/(N5+N8) = k_0$, где, согласно условию, M = 1 тонна = 1000 кг, а k_0 = 0.01. Отсюда получаем:

$$N5 = k_0 \cdot (N5+N8) = k_0 \cdot M/m.$$

Обозначим долю урана, идущего в отходы через A, а долю прошедших на выход ядер ^{235}U — через B; по условию A=0.1, B=0.98. Тогда масса урана на выходе установки после первого цикла работы есть

$$(1-A) \cdot M = m \cdot B \cdot N5 + m \cdot N8x,$$

где $N8x$ — количество ядер ^{238}U на выходе. При этом содержание ^{235}U на выходе будет

$$k1 = \frac{B \cdot N5}{B \cdot N5 + N8x} = \frac{B \cdot M \cdot k_0 / m}{(1-A) \cdot M/m} = k_0 \cdot \frac{B}{1-A}.$$

Очевидно, после второго цикла содержание ^{235}U окажется равным

$$k_2 = k_1 \cdot \frac{B}{1-A} = k_0 \cdot \left(\frac{B}{1-A}\right)^2$$

и так далее. После n-го цикла

$$k_n = k_0 \cdot \left(\frac{B}{1-A}\right)^n.$$

Значит,

$$n = \frac{\ln(k_n/k_0)}{\ln(B/(1-A))}.$$

По условию, после последнего цикла $k_n = 0.197$. Отсюда получаем, что

$$n = \frac{\ln(k_n/k_0)}{\ln(B/(1-A))} = \frac{\ln(19.7)}{\ln(0.98/0.9)} = 35.$$

Таким образом, циклов работы установки было 35.

После каждого цикла рабочего вещества остается 90 % от его массы на входе. Соответственно, после 35 циклов на выходе останется

$$0.9^{35} \cdot M \approx 0.02503 \cdot M = 25.03 \text{ кг}$$

урана. При этом изотопа ^{235}U будет $0.197 \cdot 25.03 \approx 4.93$ кг. Учитывая, что в исходной массе было $0.01 \cdot 1000 = 10$ кг изотопа ^{235}U, получаем, что в отходы попало 5.07 кг этого изотопа. Поскольку общая масса отходов составляет 1000 – 25.03=974.97 кг, то содержание ^{235}U в отходах будет 5.07/974.97$\approx$0.0052 или 0.52 %.

Ответ: 0.52 %.

Вариант 2.

Изотоп урана ^{235}U используется в качестве топлива в ядерных реакторах на медленных нейтронах. Однако в природе этот изотоп распространен мало по сравнению с основным изотопом ^{238}U. Поэтому для того, чтобы получить пригодное к использованию топливо, в природном уране искусственно повышают содержание изотопа ^{235}U – этот процесс называется обогащением. Предположим, что в одном цикле работы установки по обогащению урана: 1) 15 % от массы поступившего на вход урана идет в отходы (обедненный уран) и далее не используется; 2) содержание ^{235}U, идущее в отходы, в 4 раза меньше содержания этого изотопа на входе установки. Пусть вначале имелась тонна урана, состоящего из смеси изотопов ^{238}U и ^{235}U с содержанием последнего 1 %. После некоторого количества циклов работы установки содержание ^{235}U в оставшемся уране поднялось до 15.4 %. Какова масса ^{235}U в оставшемся уране? Различием масс изотопов ^{238}U и ^{235}U пренебречь.

Решение:

Обозначим исходную массу урана через M, содержание изотопа ^{235}U в ней — через k0, а долю урана, идущего в отходы, — через A; по условию M = 1 тонна = 1000 кг, k0 = 0.01, A=0.15. Тогда после первого цикла работы установки масса изотопа ^{235}U, попавшего в отходы, равна (k0/4)·A·M, а масса этого изотопа, прошедшая дальше, —

$$k0 \cdot M - (k0/4) \cdot A \cdot M.$$

Соответственно, масса изотопа ^{238}U, попавшего в отходы после первого цикла работы установки, равна (1-k0/4)·A·M, а масса ^{238}U, прошедшая дальше, —

$$(1-k0) \cdot M - (1-k0/4) \cdot A \cdot M.$$

При этом содержание ^{235}U на выходе будет

$$k1 = \frac{k0 \cdot M \cdot (1 - A/4)}{k0 \cdot M \cdot (1 - A/4) + (1 - k0) \cdot M - (1 - k0/4) \cdot A \cdot M}.$$

Проводя необходимые сокращения, получаем

$$k1 = k0 \cdot \frac{1 - A/4}{1 - A}.$$

Очевидно, после второго цикла содержание ^{235}U окажется равным

$$k2 = k1 \cdot \frac{1 - A/4}{1 - A} = k0 \cdot \left(\frac{1 - A/4}{1 - A} \right)^2$$

и так далее. После n-го цикла

$$k_n = k0 \cdot \left(\frac{1 - A/4}{1 - A} \right)^n .$$

Значит,

$$n = \frac{\ln\left(k_n / k_0\right)}{\ln\left(\frac{1 - A/4}{1 - A} \right)}.$$

По условию, после последнего цикла $k_n = 0.154$. Отсюда получаем, что

$$n = \frac{\ln\left(k_n / k0\right)}{\ln\left(\left(1 - A/4\right)/\left(1 - A\right)\right)} = \frac{\ln\left(15.4\right)}{\ln\left(0.9625 / 0.85\right)} = 22.$$

Таким образом, циклов работы установки было 22.

После каждого цикла рабочего вещества остается 85 % от массы на входе. Соответственно, после 22 циклов на выходе останется

$$0.85^{22} \cdot M \approx 0.028 \cdot M = 28\,кг$$

урана. При этом изотопа ^{235}U будет $0.154 \cdot 28 \approx 4.31$ кг.

<u>Ответ</u>: 4.31 кг.

<u>ЗАДАЧА № 3</u>

Вариант 1.

В лесу, вдали от населенных пунктов, у инженера разрядился аккумулятор. Однако рядом оказался водопад высотой 10 м. У инженера нашелся моток медной проволоки длиной 35 м, постоянный полосовой магнит, создающий вблизи своих полюсов магнитное поле с индукцией B = 0.1 Тл и имеющий длину 20 см, колесо с лопастями диаметром 1 м, а также несколько полупроводниковых диодов. Каким образом из этих подручных средств инженер может собрать устройство для зарядки аккумулятора? Какое максимальное значение напряжения на выходе устройства можно получить, если никакие потери не учитывать? Нарисуйте схему устройства.

<u>Решение:</u>

С помощью данных подручных средств можно сконструировать устройство, преобразующее кинетическую энергию падающей воды в электрическую. Для этого внизу водопада размещается колесо таким образом, чтобы вода падала на его лопасти и, как следствие, колесо приводилось бы во вращение. Из магнита, перпендикулярно насаженного на стержень, который прикреплен к оси колеса, получается ротор электрогенератора (будем считать, что ось проходит через центр магнита). Статор можно изготовить из витков проволоки так, чтобы диаметр витка был несколько больше, чем размеры магнита. Например, из 35 м проволоки можно сделать 22 витка радиусом 0.25 м; площадь витка при этом будет 0.196 м².

Скорость вращения обода колеса v совпадает со скоростью падающей воды внизу водопада (предполагаем, что вода падает на лопасти вблизи обода). Эту скорость найдем, приравнивая потенциальную энергию воды на вершине водопада кинетической энергии воды внизу водопада:

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot v^2 / 2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

где m — масса падающей воды, $g = 9.8\, м/с^2$ — ускорение свободного падения, h — высота водопада. Отсюда получаем период вращения колеса

$$T = 2\pi \cdot (d/2)/v = \pi \cdot d / \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \approx 0.22\, с^{-1},$$

где d — диаметр колеса.

ЭДС индукции находится по формуле

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Здесь $\Delta\Phi$ — изменение магнитного потока через контур за время Δt. Если S — площадь витка, а n — число витков, то в нашем случае

$$\Delta\Phi = \Delta B \cdot S \cdot n,$$

где ΔB — изменение индукции магнитного поля, связанное с вращением магнита в плоскости, перпендикулярной плоскости витков. Максимальное изменение магнитного потока происходит, когда магнит из положения, перпендикулярного плоскости витков за время, равное половине периода, поворачивается также в положение, перпендикулярное плоскости витков, но при этом полюса магнита меняются местами. Поэтому приближенно максимальное значение ЭДС равняется

$$\mathcal{E} = -\frac{2B \cdot S \cdot n}{T/2} = \frac{2 \cdot 0.1 \cdot 0.196 \cdot 22}{0.11} \approx 7.7\, В.$$

Эта ЭДС будет переменной, но с помощью диодов и остатков проволоки можно сделать выпрямитель (диодный мост) для преобразования переменного тока в постоянный и зарядить аккумулятор.

Замечание:

Более точно ЭДС индукции определяется как производная магнитного потока по времени

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

В нашей конструкции электрогенератора магнитная индукция в плоскости витков (а, значит, и магнитный поток) меняются по периодическому закону

$$B(t) = B_0 \cos \omega t,$$

где B_0 — максимальное значение индукции, равное заданной индукции, создаваемой магнитом (максимальное значение реализуется, когда магнит расположен перпендикулярно плоскости витков), $\omega = 2\pi / T$ — круговая частота вращения магнита. Поскольку

$$\frac{dB(t)}{dt} = -B_0 \cdot \omega \cdot \sin \omega t,$$

то максимальное значение ЭДС равно

$$\mathcal{E} = -\frac{2\pi \cdot B_0 \cdot S \cdot n}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.1 \cdot 0.196 \cdot 22}{0.22} \approx 12.3\ B.$$

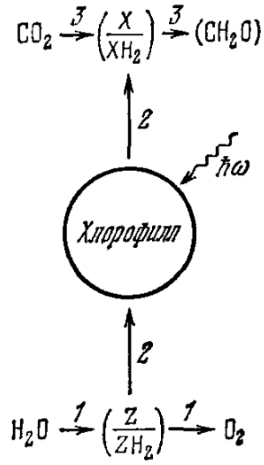
Ответ:
7.7 В или 12.3 В (ответ также зависит от того, сколько витков и какого радиуса будет изготовлено из заданного количества проволоки).

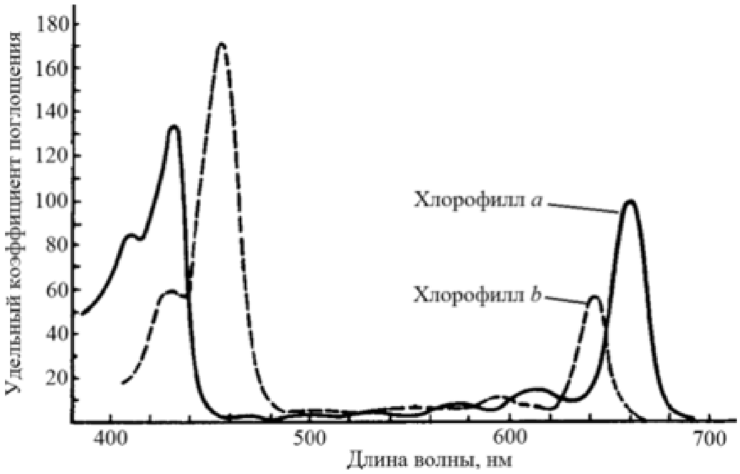
Вариант 2.
В лесу, вдали от населенных пунктов, у инженера разрядился аккумулятор. Однако рядом оказался водопад высотой 15 м. У инженера нашелся моток медной проволоки длиной 30 м, постоянный полосовой магнит, создающий вблизи своих полюсов магнитное поле с индукцией В = 0.05 Тл и имеющий длину 30 см, колесо с лопастями диаметром 50 см, а также несколько полупроводниковых диодов. Каким образом из этих подручных средств инженер может собрать устройство для зарядки аккумулятора? Какое максимальное значение напряжения на выходе устройства можно получить, если никакие потери не учитывать? Нарисуйте схему устройства.

Ответ:
10.9 В или 16.3 В (ответ также зависит от того, сколько витков и какого радиуса будет изготовлено из заданного количества проволоки).

ЗАДАЧА № 4

Вариант 1.
Фотосинтез в зеленых растениях определяет существование всех высших форм жизни на Земле, поскольку именно в результате этого процесса получается атмосферный кислород. При этом для образования одной молекулы кислорода из одной молекулы воды и одной молекулы углекислого газа требуется 8 фотонов. Интересен вопрос, насколько фотосинтез эффективен для самой клетки, сколько энергии она может получить в результате этого процесса. Считая, что поглощение энергии происходит только вблизи максимума в красной области, оцените для хлорофилла b коэффициент полезного действия протекания фотосинтеза. Используйте схему фотосинтеза и график коэффициента поглощения хлорофилла, приведенные на рисунках.





Стандартные энтальпии ΔH образования веществ даны в таблице.

Вещество	ΔH, кДж/моль
CO_2	-393.51
H_2O	-285.83
CH_2O	-115.9
O_2	0

Решение:

Из схемы фотосинтеза выпишем уравнение:

$$CO_2 + H_2O + 8h\nu \rightarrow CH_2O + O_2 + \Delta H$$

(здесь h — постоянная Планка, ν — частота фотона).

Из графика определим длину волны максимума в красной области для хлорофилла b:

$$\lambda_{\max} = 640 \text{ нм} = 6.4 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Тогда для образования одного моля хлорофилла требуется энергия фотонов, равная

$$E_m = 8h\nu \cdot N_a = 8hc \cdot N_a / \lambda_{\max},$$

где c — скорость света, N_a — число Авогадро. Подставляя значения констант, получим

$$E_m = 8 \cdot 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} / \left(6.4 \cdot 10^{-7}\right) \approx 1496.72 \text{ кДж/ моль}.$$

Тогда энтальпия реакции

$$\Delta H = 1496.72 - 393.51 - 285.83 - (-115.9) = 933.28 \text{ кДж/моль}.$$

Соответственно, искомый коэффициент полезного действия:

$$\eta = \Delta H / \left(8h\nu \cdot N_a\right) \approx 0.62.$$

Ответ: $\eta = 0.62$.

Вариант 2.

Известно, что большое количество АТФ (аденозинтрифосфата) синтезируется из молекул АДФ (аденозиндифосфата) на АТФ-синтетазе. Энергия, необходимая для такой работы, получается за счет возникновения градиента концентрации протонов на промежутке между внутренней и внешней поверхностями мембраны митохондрии. Протоны, двигаясь в направлении, обратном направлению этого градиента, попадают внутрь митохондрии через АТФ-синтетазу, приводят ее в движение и запускают таким образом синтез.

Рассчитайте разность количеств протонов (т.е. градиент) между внутренней и внешней поверхностями мембраны митохондрии, создающую электрическое поле, при работе которого по перемещению 12 протонов выделяется количество энергии, достаточное для превращения 3 молекул АДФ в АТФ. Можно считать, что протоны равномерно распределены по поверхности мембраны. Поверхностная емкость мембраны C=0.5 мкФ/см^2, энергия необходимая для синтеза 1 молекулы АТФ на АТФ-синтетазе 12 ккал/моль, площадь поверхности мембраны 5 мкм^2. АТФ-синтетаза работает практически со 100% эффективностью.

<u>Решение:</u>

Расстояние между внешней и внутренней поверхностями мембраны много меньше размеров этих поверхностей. Поэтому участок мембраны, где расположена АТФ-синтетаза, можно рассматривать в качестве плоскопараллельного конденсатора. Плоская заряженная поверхность создает напряженность электрического поля, равную

$$E = \frac{q}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S},$$

где S — площадь участка мембраны, q — заряд этого участка, ε_0 — электрическая постоянная, ε — диэлектрическая проницаемость вещества вблизи мембраны. Если заряд участка внешней поверхности мембраны равен $q + \Delta q$, а внутренней — q, то между поверхностями мембраны напряженность электрического поля будет

$$E = \frac{\Delta q}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S},$$

так как там противоположны направления полей, создаваемые внешней и внутренней поверхностями. Заметим, что $\Delta q > 0$, поскольку протоны двигаются от внешней поверхности мембраны к внутренней.

Если d — расстояние между поверхностями мембраны, то разность потенциалов между ними будет

$$U = E \cdot d = \frac{\Delta q \cdot d}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S}$$

или, учитывая формулу для емкости плоского конденсатора,

$$U = \frac{\Delta q}{2 \cdot C \cdot S}.$$

Если обозначить величину элементарного заряда как q_0, то избыток числа протонов на внешней поверхности мембраны есть $\Delta n = \Delta q / q_0$, а работа по переносу 12 протонов между внешней и внутренней поверхностями будет равна $12 q_0 U$. Эту работу нужно приравнять энергии, требуемой для превращения 3 молекул АДФ в АТФ

$$12 q_0 U = \frac{3 \cdot 12 \text{ ккал/ моль}}{N_a},$$

где N_a — число Авогадро.

Выразим все заданные величины в системе СИ:

$$12 \text{ ккал/ моль} = 12 \cdot 10^3 \cdot 4.1868 \text{ Дж/ моль} \approx 5.024 \cdot 10^4,$$

$$C = 0.5 \text{ мкФ/ см}^2 = 0.5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4 \text{ Ф/ м}^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Ф/ м}^2,$$

$$S = 5 \text{ мкм}^2 = 5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2.$$

Выразим Δn из выражения для энергии и подставим все известные величины:

$$\Delta n = \frac{3 \cdot (12 \, ккал/моль) \cdot 2 \cdot C \cdot S}{12 \cdot q_0^2 \cdot N_a} = \frac{5.024 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot (1.6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 6.02 \cdot 10^{23}} \approx 40\,750 \text{ протонов}.$$

Ответ: $\Delta n = 40750$ протонов.

ЗАДАЧА № 5

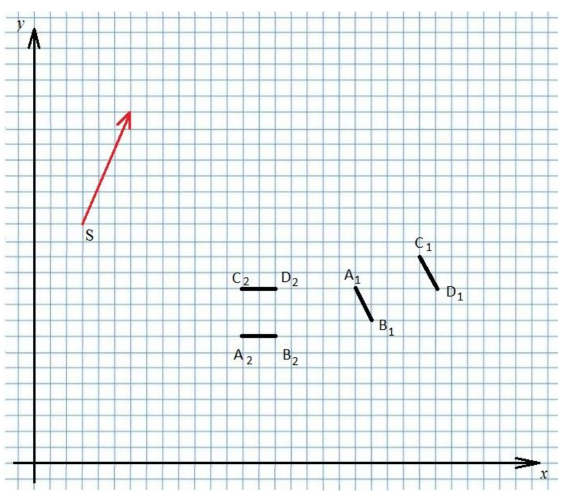
Программируемый дрон, имеющий скорости Vx и Vy по координатам x и y соответственно, стартует из точки S с координатами (x0, y0). Цель дрона — пройти через определенные участки-ворота. Напишите программу, позволяющую дрону сделать это с учетом следующих условий:

1) За одну единицу времени дрон может изменять скорость по каждой из осей на 1, 0 или -1 (изменения по осям x и y могут быть разными).
2) Каждое ненулевое изменение скорости хотя бы по одной из координат уменьшает количество топлива на борту дрона на 1.

Программа должна выводить количество топлива, которое дрон затратит на прохождение всех участков и возвращение в исходную точку.

Замечание:

1) При прохождении «ворот» дрон может касаться стенок.
2) Все данные задачи – целые числа.
3) Количество ворот – не более 5.
4) Исходные данные для задачи записаны в файле, имеющим следующую структуру (числа в строках разделены запятой и пробелом):



№ строки	Структура файла	Описание
1	x0,y0	координаты начальной точки S
2	Vx, Vy	начальная скорость
3	n	количество ворот
4	ax1, ay1, bx1, by1, cx1, cy1, dx1, dy1	координаты ворот № 1
5	ax2, ay2, bx2, by2, cx2, cy2, dx2, dy2	координаты ворот № 2
…	…	…

Соответственно координаты ворот: A1(ax1, ay1), B1(bx1, by1) и т.п.

№ строки	Пример начальных данных
1	3, 10
2	4, 8
3	3
4	1, 2, 5, 6, 11, 12, 16, 17
5	18, 4, 12, 8, 23, 9, 17, 13
...	…

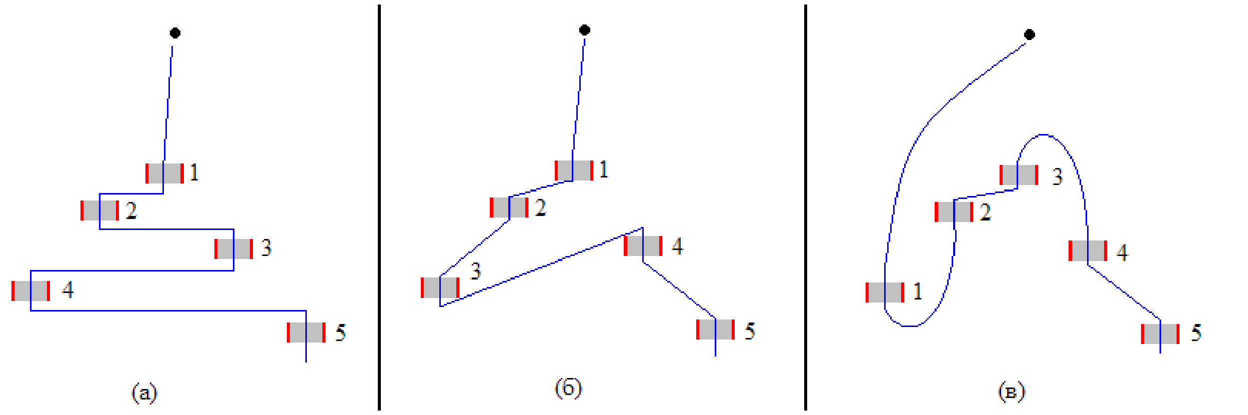
Примечание: программа должна содержать комментарии, объясняющие выполняемые действия. Отсутствие комментариев влечет за собой снижение получаемых за задачу баллов!

Решение:

Задача проверяет творческий подход и подразумевает несколько вариантов ее решения. Каждое из возможных решений тесно связано с различными подходами к решению ряда вопросов.

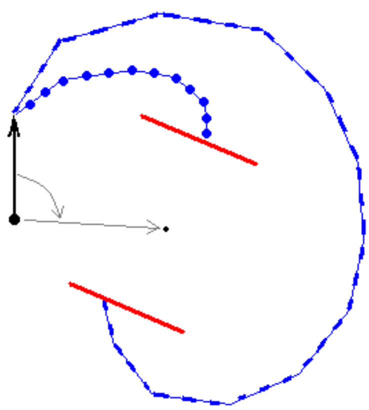
1) Как выбрать ворота через которые необходимо пройти дрону?
Каждый раз при проходе первых или последующих ворот необходимо решать одну и ту же задачу: в сторону каких ворот двигаться далее?
Этот вопрос можно решить несколькими способами:
а) первоначально (т.е. до входа в первые ворота) отсортировать ворота по их удаленности от начального положения дрона и соблюдать этот порядок при всем движении (см. рисунок ниже). Данный подход имеет смысл и определенные плюсы, однако содержит и отрицательные моменты.
б) Каждый раз после прохода ворот определять ближайшие (за исключением уже пройденных ранее) и двигаться к ним (см. рисунок ниже). Этот подход более динамичен по сравнению с предыдущим, т.к. учитывает положение дрона после прохождения очередных ворот. В этом случае последовательность прохождения ворот может отличаться от той, что была найдена в предыдущем пункте.

в) Можно изначально определить последовательность ворот по их удаленности друг от друга (см. рисунок ниже). При этом начинать движение с первых или последних ворот в данной последовательности и при всем движении соблюдать эту последовательность.
В случае если дрону необходимо вернуться в начальную точку, то выбор с какой стороны найденной последовательности ворот начинать движение не является принципиальным.

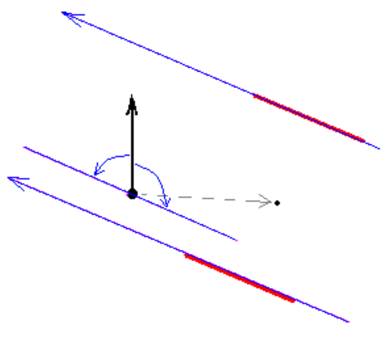


Заметим, что если в алгоритме на каждом шаге (т.е. при каждом изменении скорости) происходит выбор ближайших ворот (сортировка), то может произойти перенацеливание на другие ворота т.к. они окажутся ближайшими. Такое перенацеливание не является ошибкой и может привести к достаточно оригинальному решению.

2) Как "победить" начальную скорость и как попасть в ворота?



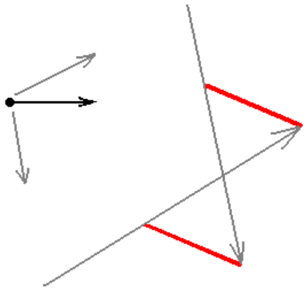
Предположим, что мы выбрали ближайшие ворота к которым необходимо двигаться. Мы пытаемся развернуть дрон в сторону ворот (например в сторону точки, расположенной внутри ворот на пересечении диагоналей параллелограмма, образованного стенками ворот) и производим изменения скорости. При этом, через некоторое время мы можем оказаться в ситуации когда дрон упрется в стенку ворот (как показано на рисунке). Если в условии задачи указано, что дрон не может проходить через стенку и возможно только ее касание (т.е. пересечение не допустимо) тогда задача не будет решена в полном объеме.
Рассмотренная ситуация является негативным вариантом развития событий в случае когда вектор скорости пытаются нацелить на внутреннюю точку ворот. Решающим фактором в этом подходе является дальность до ворот (и длина вектора скорости дрона). В частности, если дальность до ворот меньше пути который пройдет дрон при развороте в сторону ворот то произойдет утыкание в стенку ворот.
Возможен другой подход.



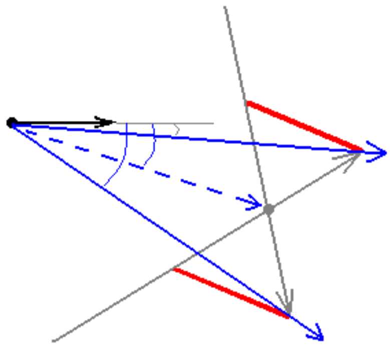
Построим через стороны ворот вектора и рассмотрим угол между ними и вектором скорости дрона. Заметим, что если построить алгоритм который будет выбирать наименьший из этих углов то в некоторых ситуациях мы можем двигаться в противоположную от ворот сторону. Чтобы попасть в ворота необходимо развернуться – это вполне возможно т.к. при движении от ворот длина вектора скорости будет

уменьшаться, а расстояние до ворот увеличиваться т.е. устраняется возможность утыкания в стенки ворот.
Заметим, что возможна ситуация когда рассматриваемый минимальный угол будет таков, что вектор движения будет направлен в сторону ворот, однако при любом изменении скорости произойдет утыкание в боковые стороны ворот с внутренней стороны т.е. нет возможности пройти через ворота.

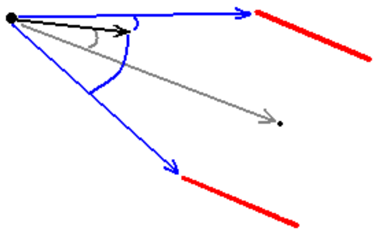
3) Как определить направление в створ ворот?
Направлен ли вектор скорости дрона в сторону ворот можно проверить следующим способом. Проведем вектора через крайние точки ворот: первый вектор через начало одной стороны и конец другой, второй вектор аналогично но для другой стороны ворот (как показано на рисунке).



Если вектор скорости попадает в угол между этими векторами то у дрона есть возможность попасть в ворота. Однако, возможна ситуация когда данное условие выполняется, но при этом либо дрон находится далеко от ворот и сбоку от них, либо дрон находится очень близко к воротам и при любом изменении скорости дрона все равно произойдет утыкание в стенку (с внутренней стороны ворот).



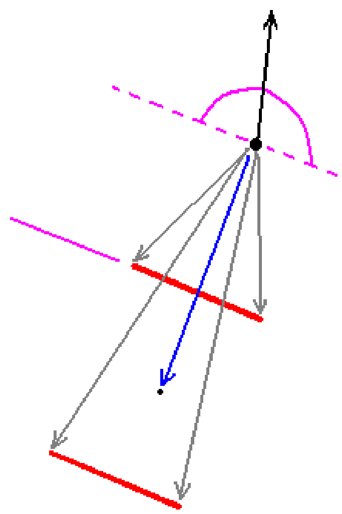
Частично избежать этих проблем можно с помощью рассмотрения направления на выход из ворот (крайние точки) и на точку внутри ворот. Рассматривая соответствующие углы между векторами и корректируя вектор скорости можно добиться прохода дрона через ворота.
Однако данный подход содержит ошибку т.к. не рассматривает проблему прохождения через входной створ ворот.



Это можно решить с помощью рассмотрения направления на вход и выход из ворот. Соответствующие углы и их отношения друг к другу позволяют выписать условие прохождения дрона через ворота. Например, величина угла на точку внутри ворот должна быть не более половины величины угла на вход в ворота и аналогичное условие для выхода из ворот совместно гарантирует прохождение дрона через ворота.

Последовательность вывода дрона в створ ворот.

Все рассматриваемые ранее ситуации касались ситуации когда дрон находится напротив входа в ворота. Рассмотрим наихудшую ситуацию: пусть дрон находится сбоку и/или далеко от ворот. В этом случае необходимо:



а) выбрать направление движения (и соответствующим образом изменять скорость) до тех пор пока направление на точку внутри ворот окажется внутри угла на вход в ворота (см.п.3);

б) необходимо осуществить движение дрона параллельно входу в ворота до тех пор пока не создастся ситуация когда направление на внутреннюю точку не окажется внутри угла не только на вход но и на выход из ворот (см.п.3).

в) в случае если положение дрона удовлетворяет пунктам "а" и "б" но направление скорости дрона не находится внутри описанных углов (на вход и выход из ворот) необходимо либо вернуться к пункту "а" и двигаться в сторону от ворот еще один промежуток времени, либо воспользоваться результатами п.2.

Замечание: в ходе выполнения п.б при изменении скорости возможна ситуация когда п.а перестает выполняться

4) Проход внутри ворот.

Для определения того что точка находится внутри ворот можно так же воспользоваться углами. В этом случае сумма четырех углов (на вход и выход, на обе стороны ворот) должна составить 360 градусов. Контроль прохода можно осуществлять как циклом с условием «пока сумма углов равна 360 градусов» либо по пройденному расстоянию и глубине ворот (вычисляется по длине стенки).

5) После прохождения одних ворот необходимо повторить алгоритм для следующих ворот.

6) Возвращение в начальную точку можно рассматривать как еще одни ворота, внутренней точкой у которых будет начальная позиция дрона. При этом стенки этих ворот можно назначить так как удобно для алгоритма в каждый момент движения дрона в их сторону т.е. их можно изменять на каждом шаге так чтобы п.а и п.б. алгоритма были не существенны, а условия п.в всегда выполнялись.

Замечание: повторяющиеся элементы алгоритма (например, сравнение углов для входа и выхода) целесообразней выполнить в виде функций или процедур.