

Отборочный этап – Математика

Вопрос 1 (варианты 1-4) – 3 балла

1	В корзине 40 грибов: белые, красные и подберезовики. Известно, что белых меньше, чем подберезовиков, а красных - в пять раз меньше, чем подберезовиков. Сколько в корзине белых грибов? 1. 4 2. 2 3. 3 4. 5
2	Группа в составе 28 студентов сдала экзамен. После проверки оказалось, что двоек меньше, чем пятерок, а пятерок в 4 раза меньше, чем общее число троек и четверок. Сколько работ оценены на пятерку? 1. 5 2. 4 3. 6 4. 8
3	После подведения итогов контрольной работы оказалось, что меньше всего неудовлетворительных оценок. Троек в 3 раза больше, чем двоек. Пятерок на 4 больше, чем четверок, но меньше, чем троек. Сколько работ оценено на 5, если работу писали меньше 30 студентов? 1. 8 2. 2 3. 3 4. 5
4	На прилавке представлены 28 фруктов: яблоки, груши и персики. Больше всего яблок, меньше всего - персиков. Сколько на прилавке груш, если яблок в 4 раза больше, чем персиков? 1. 8 2. 6 3. 9 4. 11

Вопрос 2 (варианты 1-4) – 3 балла

1	a на 20% меньше b . Если a увеличить на 10, то b станет на 20% больше a . На какое наименьшее целое число процентов можно теперь увеличить a и одновременно уменьшить b , чтобы a стало отличаться от b меньше, чем на 10? 1. 8 2. 7 3. 9 4. 10
2	Даны два положительных числа. Когда второе увеличилось на некоторое число процентов, их сумма увеличилась на 20%. После этого первое число уменьшилось на столько же процентов, но сумма осталась больше первоначальной на 8%. На сколько процентов первое число меньше второго? 1. 40 2. 37 3. 42 4. 50
3	Путь, пройденный туристами за первые 2 дня, на 70% больше, чем в третий день. При этом в первый день они прошли $\frac{4}{9}$ пути. Какова была их средняя скорость, если во второй день они шли со скоростью 2,5 км/час, а в остальные дни - со скоростью 4 км/час.

	1. 3,6 2. 2,5 3. 3 4. 5
4	$a : b : c = 2 : 3 : 7$. Если a увеличить на 4, а b увеличить на 40%, то $a + b$ станет равно c . На сколько увеличится наименьшее общее кратное чисел a , b и c . 1. 0 2. 1 3. 2 4. 3

Вопрос 3 (варианты 1-4) – 3 балла

1	Найдите сумму $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$ 1. 45,5 2. 45 3. 50 4. 40,5
2	Найдите сумму $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 180^\circ$ 1. -1 2. 0 3. 1 4. 1,5
3	Найдите сумму $\cos^2 2^\circ + \cos^2 4^\circ + \cos^2 6^\circ + \dots + \cos^2 90^\circ$ 1. 22 2. 10 3. 20 4. 23
4	Найти сумму $\operatorname{tg} 0^\circ + \operatorname{tg} 20^\circ + \operatorname{tg} 40^\circ + \dots + \operatorname{tg} 180^\circ$ 1. 0 2. 2,5 3. 4 4. 0

Вопрос 4 (варианты 1-4) – 3 балла

1	Радиус окружности, вписанной в ромб ABCD, равен 3. Радиус окружности, вписанной в треугольник ABC, равен 2. Найдите длину диагонали BD. 1. 12 2. 10 3. 11,5 4. 13
2	Радиус окружности, описанной около остроугольного равнобедренного треугольника, равен 5, а основание равно 8. Найдите площадь треугольника. 1. 32 2. 15 3. 30 4. 36
3	Дан ромб ABCD, точка O - пересечение его диагоналей. Известно, что радиус окружности, вписанной в треугольник ABD, равен 3, а радиус окружности, вписанной в треугольник ABO, равен 2. Найдите длину диагонали BD. 1. 12 2. 10

	3. 15 4. 17
4	В ромб вписана окружность радиуса 3. Большая диагональ ромба равна 10. Найдите длину стороны ромба. 1. 25/4 2. 6 3. 24/5 4. 22/3

Вопрос 5 (варианты 1-4) – 3 балла

1	При каких значениях параметра a уравнение $x^2 + abs(x^2 - a) = 2x$ имеет решение? 1. $[-1/2, 4]$ 2. $[0, 4)$ 3. $(-1/2, 0)$ 4. $\{0\}, (1, 3)$
2	При каких значениях параметра a уравнение $abs(x^2 - 2a) = x - a$ имеет решение? 1. $[-1/4, 2]$ 2. $(-1, 1/2)$ 3. $(-1/3, 1)$ 4. $\{0\}, (1, 2)$
3	При каких значениях параметра a уравнение $abs(x - a) + abs(x - 1) = x - a$? 1. $> \text{ или } = -1$ 2. $\{-1\}, (2, 5]$ 3. $(0, 1)$ 4. $[-1/2, 0)$
4	При каких значениях параметра a уравнение $abs(x^2 + 1 - a) = 2x - a$ имеет решение? 1. $< \text{ или } = 2$ 2. $[-5, 0)$ или $\{1\}$ 3. $[0, 3)$ 4. $[1, 5)$

Вопрос 6 (варианты 1-4) – 3 балла

1	Найдите все значения параметра a , при которых найдется такое b , что уравнение $x^2 + abx + a + b = 0$ не имеет решения. 1. > -1 2. $(-1, 0)$ 3. $[-2, 0)$ 4. $\{0\}, (1, 2)$
2	Найдите все такие значения параметра a , при которых уравнение $x^2 - (2a + b) + a + b = 0$ имеет решение при любом b . 1. $> \text{ или } = 1$ 2. $[0, 1)$ 3. $(-1, 1)$ 4. $(-1, 0)$
3	Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^2 - (a + b)x + (a + b) = 0$ не имеет решения при любом b . 1. $(0, 3)$ 2. $(-1, 2]$

	3. $(2, 3]$ 4. $\{1\}, \{3\}$
4	Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдется такое b , что неравенство $ax^2 + (ab + a)x + b > 0$ верно для всех x . 1. $[0, 1)$ 2. $(-1, 1)$ 3. $\{3\}$ 4. $\{0\}$

Вопрос 7 (варианты 1-4) – 4 балла

1	Решите неравенство $(\operatorname{tg} x)^{1/2} \log_3 ((x^2 + 6x + 8) / (x + 6 - 2x^2)) \leq 0$ 1. $[-\pi, -2)$ или $\{0\}$ 2. $[0, 2]$ 3. $(-\pi/2, -1]$ или $\{0\}$ 4. $\{-1\}$ или $(0, 1)$
2	Решите неравенство $(\cos x)^{(1/2)} \log_{0,5} ((1 - x^2) / (3x^2 + 20x + 25)) \geq 0$ 1. $\{-3\pi/2\}$ или $(-1, 1)$ 2. $[-3\pi/2, -1)$ или $\{\pi/2\}$ 3. $\{\pi/2\}$ или $[0, 1]$ 4. $(1, \pi/2)$
3	Решите неравенство $(\cos x)^{(1/2)} \log_2 ((x - x^2) / (2x^2 + 7x + 3)) \leq 0$. 1. $\{-\pi/2\}$ или $\{-1\}$ или $(0, 1)$ 2. $\{-\pi/2\}$ или $[0, 1]$ 3. $[-1, 1]$ 4. $[-3\pi/2, 2]$
4	Решите неравенство $(\sin x)^{(1/2)} ((\log_2 ((5x - 6 - x^2) / (2x^2 - x - 3))) \leq 0$. 1. $(2, 3)$ или $\{0\}$ или $\{1\}$ 2. $[1, 3)$ 3. $\{2\}$ или $[0, 1]$ 4. $[\pi/2, 3)$ или $\{0\}$

Вопрос 8 (варианты 1-4) – 4 балла

1	Две окружности касаются внешним образом в точке М. Прямая, проходящая через точку М, пересекает первую окружность в точке А, а вторую - в точке В. Через точку А проведена касательная ко второй окружности, а через точку В - касательная ко второй окружности, а через точку В - касательная к первой. Известно, что длины этих касательных равны 3 и 1. Найдите радиус большей окружности, если расстояние между центрами окружностей равно 20. 1. 18 2. 16 3. 19 4. 21
2	Две окружности касаются внешним образом в точке М. Прямая, проходящая через точку М, пересекает первую окружность в точке А, а вторую - в точке В. Через точку А проведена касательная ко второй окружности, а через точку В - касательная к первой. Известно, что длины этих касательных равны 3 и 5. Найдите длину отрезка АВ. 1. $34^{1/2}$ 2. 6 3. $18^{1/2}$ 4. $20^{1/2}$

3	<p>Окружности радиусов 4 и 2 касаются внешним образом в точке М. Через точку М проведена общая касательная к этим окружностям. На этой касательной отмечены точки А и В по разные стороны от М. Через точки А и В проведены касательные к окружностям: АР - к одной, и ВS - к другой. Оказалось, что точки Р, S и М лежат на одной прямой, составляющей угол в 60° с прямой АВ. Найдите длину отрезка АВ.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $108^{1/2}$ 2. 10 3. $98^{1/2}$ 4. $54^{1/2}$
4	<p>Окружности радиусов 8 и 6 касаются внутренним образом в точке N. Из точки А, лежащей на большей окружности, проведены хорда АN и касательная ко второй окружности АР. Найдите длину АN, если длина АР равна 5.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 10 2. 7 3. 12 4. 11

Вопрос 9 (варианты 1-4) – 4 балла

1	<p>В единичный куб вписана сфера. Другая сфера касается внешним образом этой сферы, а также трех граней куба, примыкающих к одной его вершине. Найдите радиус этой сферы.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $1-(3/4)^{1/2}$ 2. $2^{1/2}$ 3. $(3/2)^{1/2}$ 4. $2^{1/2} - 1$
2	<p>Сфера вписана в единичный куб $ABCD A^1 B^1 C^1 D^1$. Найдите площадь сечения этой сферы плоскостью $AB^1 C$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\pi/6$ 2. $\pi/8$ 3. $1/2$ 4. $1 - 2^{1/2}$
3	<p>Сфера касается всех граней правильной четырехугольной призмы, кроме верхнего основания. Диагональное сечение призмы, проходящее через ребро верхнего основания и параллельное ему ребро нижнего, пересекает сферу. Найдите площадь поверхности меньшей из отсеченных частей, если ребра основания призмы равны 3, а высота равна 4.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $18\pi/5$ 2. $12\pi/7$ 3. 12 4. 11
4	<p>Сфера касается нижнего основания единичного куба и четырех ребер верхнего основания. Какова площадь поверхности той части сферы, которая находится выше верхнего основания?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $5\pi/16$ 2. $\pi/3$ 3. 2,5 4. 4

Вопрос 10 (варианты 1-4) – 4 балла

1	<p>Решите неравенство $(x^2 + 3x - 4)^{(1/2)} - 5 + (16 - x^2)^{(1/2)} \leq 0$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\{-4\}$ или $[1, 4]$
---	---

	2. $(-3, 2)$ 3. $[-4, 4]$ 4. $\{1\}$ или $(3, 4]$
2	Решите неравенство $(2x^2 + x - 6)^{(1/2)} - (4 - x^2)^{(1/2)} - x \geq 0$. 1. $\{-2\}$ или $\{2\}$ 2. $(-2, 2)$ 3. $\{1\}$ или $(-1, 1)$ 4. $[-2, 0)$
3	Решите неравенство $(3x^2 + 4x - 4)^{(1/2)} - (12 - 3x^2)^2 - 4 \geq 0$. 1. $\{2\}$ 2. $(0, 1)$ 3. $(1, 2]$ 4. $\{-2\}$ или $[1, 2]$
4	Решите неравенство $(3x^2 + 2x - 8)^{(1/2)} - (4 - x^2)^{(1/2)} - 2^{1/2}x < 0$. 1. $[4/3, 2)$ 2. $(-2/3, 1)$ 3. $\{4/3\}$ или $\{2\}$ 4. $\{1\}$ или $(5/4, 2]$