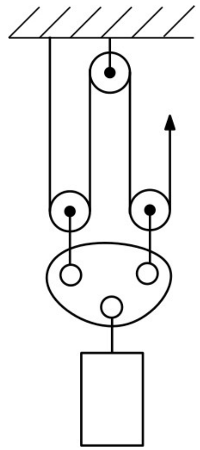
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ
2018–2019

Заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады ФИЗИКА **(10-11 КЛАСС)** **Пример варианта 1**

Задача	1	2	3	4	5	Всего
Макс. Балл	20	20	20	20	20	100



Задача 1. Для поднятия тяжёлых грузов альпинисты сооружают систему, называемую полиспастом. Идеализированный полиспаст – это система блоков, дающая выигрыш в силе. Блок представляет собой массивный диск, вся масса которого сосредоточена на внешнем радиусе, без трения вращающийся вокруг центральной оси. Масса каждого блока m = 5 кг.

1. С какой силой нужно тянуть за верёвку, чтобы поднимать груз массой M = 100 кг с ускорением a = 1 м/с^2, в случае, если блоки идеальные (т.е. не имеют массы)?

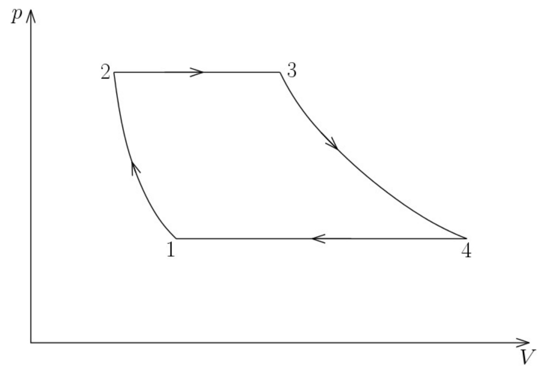
2. Учтите массу блоков и ответьте на тот же вопрос. При какой массе блоков использовать данную систему для подъёма груза массы M станет невыгодно?

3. Альпинист Петрович нашёл один идеальный блок! Какой неидеальный блок ему надо заменить, чтобы добиться максимального ускорения груза при неизменной тянущей силе?

Считать, что все верёвки параллельны друг другу, кроме мест, где они проходят через блоки.

Ответ: 1) F = 0.25M(a+g) = 275 Н; 2) F = 0.25[(2m+M)(a+g) + 14ma]=320 Н; m=32M= 150 кг; 3) Первый от тянущего.

Задача 2. Тепловая машина, работающая по циклу, изображённому на рисунке, использует в качестве рабочего тела идеальный одноатомный газ. Известно, что минимальный объём в процессе равен 1 л, а максимальный 64 л. Минимальное давление, достигаемое тепловой машиной 10^5 Па, а в процессе 4 → 1 над газом совершается работа 5600 Дж. В процессе 1 → 2 отсутствует теплообмен между газом и окружающей средой, а процесс 3 → 4 проходит при постоянной температуре.



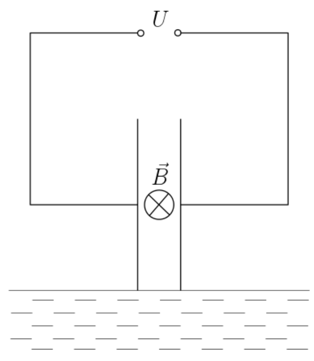
1. Найдите отношение температур в точках 3 и 1;
2. Найдите КПД цикла.

Примечание: Уравнение адиабатного процесса $PV^{5/3} = const$.

Работа газа в изотермическом процессе может быть вычислена по формуле (здесь T – температура изотермы, ν – количество молей газа, V_0 *и V – объем газа в начале и в конце процесса):* $A = \nu RT \ln (V/V_0)$.

Ответ: 1) $T_3/T_1 = 8$**; 2)** $\eta \approx 53.6\%$**.**

Задача 3. Для поднятия несжимаемой незаряженной проводящей жидкости был сконструирован следующий насос. Высокий конденсатор с расстоянием между пластинами, равным d, и их шириной, равной *a*, касается нижним краем проводящей жидкости так, что обкладки конденсатора перпендикулярны поверхности. Внутри конденсатора создаётся горизонтальное постоянное однородное магнитное поле с индукцией B, параллельное пластинам конденсатора. Конденсатор подключён к источнику постоянного напряжения U, имеющему максимальную мощность P_m: пока мощность, выделяемая на нагрузке, меньше P_m на конденсаторе поддерживается постоянное напряжение U. При дальнейшем росте тока нагрузки напряжение падает так, чтобы мощность, выделяемая на нагрузке, была постоянна и равна P_m.



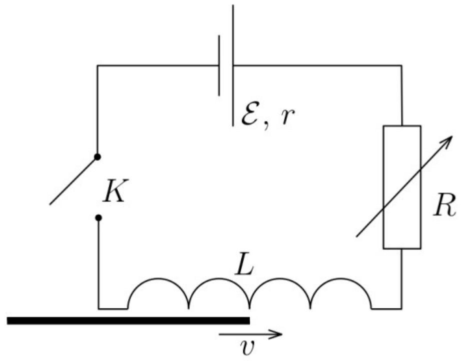
1) На какую высоту поднимется жидкость между пластинами конденсатора, если её плотность $\rho_{пл}$, а удельное сопротивление $\rho_э$?

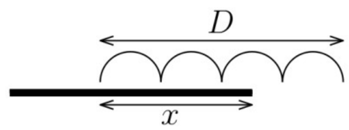
2) Допустим, предельная высота подъёма жидкости h известна. С какой скоростью будет двигаться вода вверх из конденсатора, если тот будет обрезан до высоты $h_0 = h/4$? Получите ответ для случая $B \cdot U < 2dg\rho_э \rho_{пл}$.

Ответ: 1) $h = \dfrac{p_m B^2}{\rho_э d \rho_{пл}^2 g^2 a}$ **при** $UB > \rho_{пл} \rho_э g d$**,** $h = 0$ **при** $UB < \rho_{пл} \rho_э g d$ **и** $h \in \left[0; \dfrac{P_m \rho_э d}{U^2 a}\right]$ **при** $UB = \rho_{пл} \rho_э g d$**;**

2) $v = \dfrac{-B^2 h_0 + \sqrt{B^4 h_0^2 + 2\rho_{пл} \rho_э h_0 (UB - \rho_{пл} \rho_э d g)}}{\rho_{пл} \rho_э d}$ **при** $UB > \rho_{пл} \rho_э g d$**.**

Задача 4. Электрическая цепь состоит из батареи с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r, идеальной катушки индуктивности длиной D, имеющей N витков, каждый площадью S, и переменного сопротивления R, начальное значение которого равно R_0.





1. Ключ замыкают. Какой ток будет течь через индуктивность, если подождать достаточно долго после замыкания ключа?

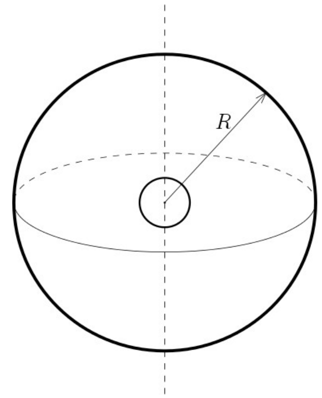
2. Если в катушку ввести сердечник, то ее индуктивность вырастет в k раз. Какой будет индуктивность катушки, если сердечник введен на расстояние x (x < D)?

3. После установления тока, в катушку начинают вводить сердечник с нулевой начальной скоростью и ускорением *a*. Одновременно с этим начинает меняться сопротивление R так, чтобы ток через катушку не менялся. Найдите зависимость сопротивления от времени.

Примечание: Индуктивность катушки без сердечника может быть вычислена по формуле: $L = \mu_0 N^2 S/D$*, где* μ_0 *– магнитная постоянная (константа, считать известной), N – количество витков, D – длина катушки, а S – площадь сечения одного витка.*

Ответ: 1) $I = \dfrac{\varepsilon}{(R_0 + r)}$**; 2)** $L = L_0\left(1 + (k-1)\dfrac{x}{D}\right)$**; 3)** $R(t) = R_0 - L_0(k-1)at/D$**, где** $L_0 = \mu_0 N^2 S/D$**.**

Задача 5. Сфера Дайсона – это гипотетическое искусственное сооружение, которое может быть построено цивилизацией вокруг звезды для максимального использования её энергии. Представляет собой сферу радиусом R, центр которой совпадает с центром звезды: в результате все излучения звезды может быть собрано. Неизвестно, сможет ли когда-нибудь человечество построить такую конструкцию, но некоторые оценки вы способны сделать уже сейчас.



1) Во-первых, нужно выбрать радиус сферы Дайсона для того, чтобы на ее поверхности было не слишком холодно и не слишком горячо. Наиболее комфортной для человека считается температура около 23°C. Оцените, каким должен быть радиус сферы Дайсона R для Солнца, чтобы температура поверхности сферы была комфортной для человека. При этом считайте, что суммарная мощность, излучаемая Солнцем равна $P_0 = 4\cdot10^{26}$ Вт. Сфера излучает тепло в окружающее пространство по закону Стефана-Больцмана: $j = \sigma\cdot T^4$, где j – мощность излучения с единицы площади излучающей поверхности, T – температура излучающей поверхности в Кельвинах, а $\sigma \approx 5.7\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К^4) – постоянная Стефана-Больцмана.

2а) Пусть мы хотим жить на внутренней поверхности сферы. Чтобы создать иллюзию гравитации можно раскрутить сферу вокруг оси. Найдите, какой должна быть угловая скорость ω для того, чтобы груз на экваторе сферы действовал на её поверхность с такой же силой, как и на Земле. Считайте известными радиус сферы R, массу звезды M и ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли g.

2б) Оцените эту угловую скорость для Солнца, взяв R, найденный в первом вопросе, $M = 2\cdot10^{30}$ кг и $g = 10$ м/с^2. Гравитационная постоянная $G \approx 6.7\cdot10^{-11}$ м^3/(кг$\cdot$с^2).

3а) Найдите в общем виде, в каком диапазоне широт предметы на внутренней поверхности сферы остаются на месте, если их не трогать? Коэффициент трения равен μ.

3б) Оцените результат, полученный в вопросе 3а, для рассматриваемой нами сферы Дайсона вокруг Солнца и $\mu = 0.5$.

Ответ: 1) $R=\frac{1}{2T^2}\sqrt{\frac{P_0}{\sigma\pi}}\approx 2.7\cdot 10^{11}\,м$**;**

2а) $\omega=\sqrt{\frac{g}{R}+G\frac{M}{R^3}}$**; 2б)** $\omega\approx 6.1\cdot 10^{-6}\,об/с\approx 190\,об/год$;

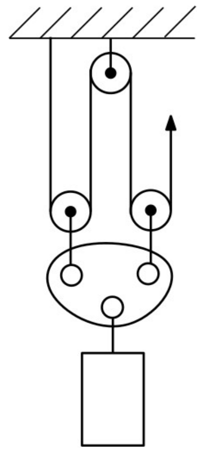
3а) Либо $\alpha_1=\arccos\left(\frac{1}{\omega}\sqrt{G\frac{M}{R^3}}\right)$**, либо** $\alpha_2=\frac{\varphi}{2}+\frac{1}{2}\arcsin\left[\frac{\mu}{\sqrt{\mu^2+1}}\left(1-\frac{2GM}{\omega^2 R^3}\right)\right]$**, где** $tg\varphi=\mu$**; 3б)** $\alpha\approx 26.6°$**.**

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ
2018–2019

Заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады ФИЗИКА **(10-11 КЛАСС)** **Пример варианта 2**

Задача	1	2	3	4	5	Всего
Макс. Балл	20	20	20	20	20	100



Задача 1. Для поднятия тяжёлых грузов альпинисты сооружают систему, называемую полиспастом. Идеализированный полиспаст представляет собой систему блоков, дающую выигрыш в силе. Реальный блок имеет два радиуса – внешний, по которому проходит верёвка, и внутренний, по которому проходит вращение относительно оси, за которую закреплён блок. Внутри блока действует сила трения. Момент силы трения внутри блока постоянен и равен $M = 4$ Н·м. Внешний радиус блока равен $R = 6$ см.

1. С каким усилием нужно тянуть за свободный конец верёвки, чтобы без ускорения поднимать груз массой 120 кг? Силой трения пренебречь.

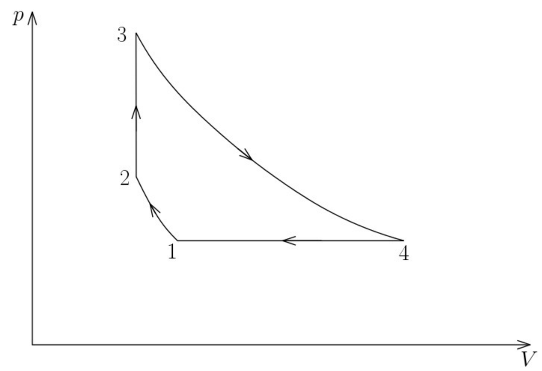
2. Учтите силу трения и рассчитайте реальное усилие. При каком значении M использование системы для подъёма данного груза становится неоправданным?

3. Альпинист Петрович нашёл один идеальный блок (без трения)! Какой реальный блок ему надо заменить, чтобы добиться наибольшего выигрыша в силе?

Считать, что все верёвки параллельны друг другу, кроме мест, где они проходят через блоки.

Ответ: 1) 300 Н; 2) 400 Н, выигрыш становится 1:1 при М=36 Н*м; 3) Первый по верёвке от тянущего.

Задача 2. Тепловая машина, работающая по циклу, изображённому на рисунке, использует в качестве рабочего тела идеальный одноатомный газ. Известно, что минимальный объём в процессе равен 1 л, а максимальный 128 л. Максимальное давление, достигаемое тепловой машиной $128 \cdot 10^5$ Па, а в процессе 2 → 3 к газу было подведено 14.4 кДж теплоты. В процессе 1 → 2 отсутствует теплообмен между газом и окружающей средой, а процесс 3 → 4 проходит при постоянной температуре.



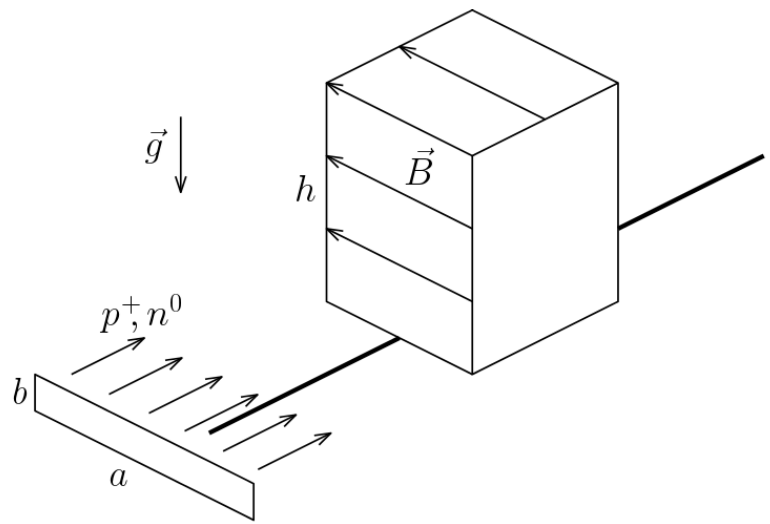
1. Найдите отношение температур в точках 3 и 1;
2. Найдите КПД цикла.

Примечание: Уравнение адиабатного процесса $PV^{5/3} = const$.

Работа газа в изотермическом процессе может быть вычислена по формуле (здесь T – температура изотермы, ν – количество молей газа, V_0 и V – объем газа в начале и в конце процесса): $A = \nu RT \ln (V/V_0)$.

Ответ: 1) $T_3/T_1 = 16$; 2) $\eta \approx 60.8$ %.

Задача 3. В реакторе имеется щель, высотой b, из которой летит параллельный пучок частиц (протоны и нейтроны). Напротив щели на горизонтальном рельсе стоит экспериментальная установка, которая может скользить по рельсу с трением (коэффициент трения μ). Частицы имеют скоростью v, направленную параллельно рельсу. Экспериментальная установка представляет собой ящик, у которого отсутствует две стенки: ближняя к щели и верхняя крышка. Ящик представляет собой куб со стороной h >> b, имеет массу M и создаёт в своём внутреннем объёме однородное магнитное поле $B = m_0v/eh$, направленное в горизонтальной



плоскости перпендикулярно направлению летящих частиц. Стенки ящика поглощают попавшие на них частицы. Нижний край щели совпадает с нижним краем ящика по высоте.

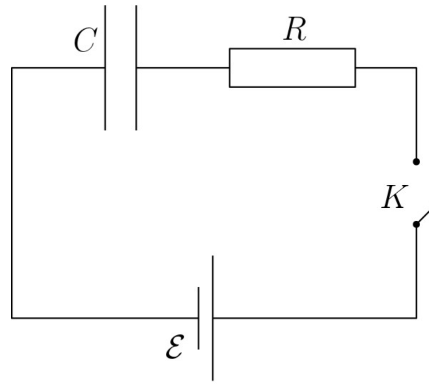
1. В первом эксперименте из щели летят только нейтроны. Скорость вылетающих из реактора частиц v. При каком минимальном значении интенсивности пучка n ($1/(см^2 \cdot с)$) ящик сдвинется с места?

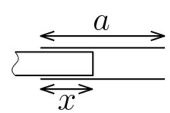
2. Ответьте на тот же вопрос, если из реактора летят нейтроны и протоны в соотношении 1:1 с той же скоростью и суммарной интенсивностью. Массу протона считать равной массе нейтрона $m_p = m_n = m_0$. Элементарный заряд e.

Влиянием силы тяжести на частицы пренебречь.

Ответ: 1) $n=\frac{\mu Mg}{m_n Vhb}$**; 2)** $n=\frac{2\mu Mg}{(4-\mu)m_0 Vhb}$**.**

Задача 4. Электрическая цепь состоит из батареи с ЭДС ε, конденсатора ёмкостью C и резистора с сопротивлением R. Конденсатор имеет квадратные пластины со стороной *a*, расстояние между пластинами – d.





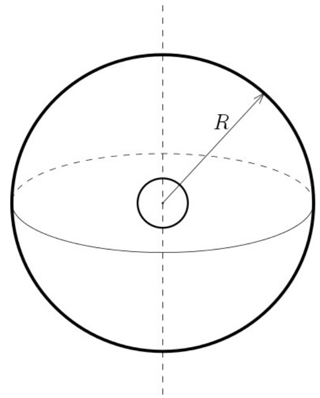
1. Какой ток I_1 будет течь через конденсатор сразу после замыкания ключа?

2. Если в конденсатор ввести квадратную пластину диэлектрика со стороной *a*, то его емкость вырастет в k раз. Какой будет емкость конденсатора, если диэлектрик введен на расстояние x ($x < a$)?

3. Найдите, с какой скоростью нужно начать вдвигать диэлектрическую пластину в конденсатор в тот момент, когда ток через конденсатор станет равен $I_2 = I_1/3$, чтобы сила тока в цепи перестала меняться.

Ответ: 1) $I_1=\varepsilon/R$**; 2)** $C=\varepsilon_0 a(kx+a-x)/d$**; 3)** $V=\frac{d}{2R\varepsilon_0 a(k-1)}$**.**

Задача 5. Сфера Дайсона – это гипотетическое искусственное сооружение которое может быть построено цивилизацией вокруг звезды, для максимального использования её энергии. Представляет собой сферу радиусом R, центр которой совпадает с центром звезды: в результате все излучения звезды может быть собрано. Неизвестно, сможет ли когда-нибудь человечество построить такую конструкцию, но некоторые оценки вы способны сделать уже сейчас.



1) Во-первых, нужно выбрать радиус сферы Дайсона для того, чтобы на ее поверхности было не слишком холодно и не слишком горячо. Наиболее комфортной для человека считается температура около 23°С. Оцените, каким должен быть радиус сферы Дайсона R для Бетельгейзе, чтобы температура поверхности сферы была комфортной для человека. При этом считайте, что суммарная мощность, излучаемая Бетельгейзе равна $P_0 = 2 \cdot 10^{31}$ Вт. Сфера излучает тепло в окружающее пространство по закону Стефана-Больцмана: $j = \sigma \cdot T^4$, , где j – мощность излучения с единицы площади излучающей поверхности, T – температура излучающей поверхности в Кельвинах, а $\sigma \approx 5.7 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4) – постоянная Стефана-Больцмана.

2а) Пусть мы хотим жить на внутренней поверхности сферы. Чтобы создать иллюзию гравитации можно раскрутить сферу вокруг оси. Найдите, какой должна быть угловая скорость ω для того, чтобы груз на экваторе сферы действовал на её поверхность с такой же силой, как и на Земле. Считайте известными радиус сферы R, массу звезды M и ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли g.

2б) Оцените эту угловую скорость для Бетельгейзе, взяв R, найденный в первом вопросе, $M = 3 \cdot 10^{31}$ кг и $g = 10$ м/с^2. Гравитационная постоянная $G \approx 6.7 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2).

3а) Найдите в общем виде, в каком диапазоне широт предметы на внутренней поверхности сферы остаются на месте, если их не трогать? Коэффициент трения равен μ.

3б) Оцените результат, полученный в вопросе 3а, для рассматриваемой нами сферы Дайсона вокруг Бетельгейзе и $\mu = 0.5$.

Ответ: 1) $R=\frac{1}{2T^2}\sqrt{\frac{P_0}{\sigma\pi}}\approx 6\cdot 10^{13}\,м$**;**

2а) $\omega=\sqrt{\frac{g}{R}+G\frac{M}{R^3}}$**; 2б)** $\omega\approx 4.1\cdot 10^{-7}\,об/с\approx 13\,об/год$;

3а) Либо $\alpha_1=\arccos\left(\frac{1}{\omega}\sqrt{G\frac{M}{R^3}}\right)$**, либо** $\alpha_2=\frac{\varphi}{2}+\frac{1}{2}\arcsin\left[\frac{\mu}{\sqrt{\mu^2+1}}\left(1-\frac{2GM}{\omega^2 R^3}\right)\right]$**, где** $tg\varphi=\mu$**; 3б)** $\alpha\approx 23.6°$**.**