ШКОЛЬНЫЕ ОЛИМПИАДЫ СПбГУ 2021

комплекс предметов «Инженерные системы»
(математика, информатика, физика, химия),
2020/21 учебный год.

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

Условия задач
(решения / ответы)

8–9 класс

Задача 1. (5 баллов)

1.1 Полупроводниковые транзисторы, которые входят в состав современных микропроцессоров, имеют размеры порядка 10 нанометров (10 нм). Сколько прямоугольных ячеек размером 15 нм на 18 нм можно разместить на квадратной площадке со стороной 27 мм?

Решение. Учтем, что

1 нм = 0,000000001 м = 10^{-9} м (одна миллиардная часть метра).

Тогда площадь одной ячейки

$$S_{яч} = (15\ \cdot 10^{-9}\ м)\cdot(18\ \cdot 10^{-9}\ м) = 270\cdot 10^{-18} м^2 = 2{,}7\cdot 10^{-16} м^2.$$

Площадь заданной квадратной площадки

$$S_{пл} = (27\cdot 10^{-3}\ м)^2 = 2{,}7^2\cdot 10^{-4} м^2.$$

Соответственно, на такой площади поместится

$$\frac{S_{пл}}{S_{яч}} = \frac{2{,}7^2\cdot 10^{-4}}{2{,}7\cdot 10^{-16}} = 2{,}7\cdot 10^{12} = 2{,}7 \text{ триллионов ячеек.}$$

Ответ: 2,7 трлн ячеек.

1.2. Полупроводниковые транзисторы, которые входят в состав современных микропроцессоров, имеют размеры порядка 10 нанометров (10 нм). Сколько прямоугольных ячеек размером 10 нм на 20 нм можно разместить на квадратной площадке со стороной 1 см?

Решение. Аналогично решению задачи 1.1.

Ответ: 500 млрд ячеек.

1.3. Полупроводниковые транзисторы, которые входят в состав современных микропроцессоров, имеют размеры порядка 10 нанометров (10 нм). Сколько квадратных ячеек со стороной 15 нм можно разместить на прямоугольной площадке со сторонами 0,3 см на 0,5 см?

Решение. Аналогично решению задачи 1.1.

Ответ: 67 млрд ячеек.

1.4. Полупроводниковые транзисторы, которые входят в состав современных микропроцессоров, имеют размеры порядка 10 нанометров (10 нм). Сколько

квадратных ячеек со стороной 20 нм можно разместить на прямоугольной площадке со сторонами 15 мм на 12 мм?
Решение. Аналогично решению задачи 1.1.
Ответ: 450 млрд ячеек.

Задача 2. (5 баллов)

2.1. На военной базе имеется некоторое натуральное число одинаковых артиллерийских орудий. Каждый день все орудия одновременно производят один залп, после чего одно орудие консервируется, то есть, из него больше не производят стрельб. Через некоторое количество дней последнее орудие произвело одиночный выстрел, после чего было законсервировано. Можно ли, зная количество пустых гильз всех использованных снарядов, определить изначальное количество орудий. Входные данные — натуральное число пустых гильз снарядов, выходные данные — изначальное количество орудий или утверждение о том, что входная информация ошибочна.

Решение.
Данная задача состоит в определении натурального числа m, такого, что сумма чисел от единицы до числа m будет в точности равна введенному с клавиатуры натуральному числу n. Введенное с клавиатуры число n есть число гильз снарядов, а число m есть число артиллерийских орудий.

Математически данная задача состоит в нахождении натурального числа m из выражения $n=\frac{m(m-1)}{2}$, или из квадратного уравнения $m^2+m-2n=0$. Следовательно, принимая во внимание лишь положительное значение корня, можно получить выражение для натурального числа m:

$$m=\frac{-1+\sqrt{1+8n}}{2}.$$

Число m может быть натуральным лишь в случае, когда выражение $\frac{-1+\sqrt{1+8n}}{2}$ есть число натуральное. При аналитическом нахождении решения следует произвести эту проверку и дать ответ о количестве артиллерийских орудий или ошибочности информации.

При составлении программы такую проверку следует проводить посредством проверки, совпадения целой части вещественного выражения mс его истинным значением.

Программная реализация на С++:

```
#include "stdafx.h"
#include "math.h"
#include "iostream"
using namespace std;
int main()
{
	int n;
	float m;
	cin>>n;
	m=(-1.+sqrt(1.+8.*float(n)))/2.;
	if(int(m)==m){cout<<m<<endl;}
	else {cout<<"The information is incorrect!"<<endl;}
	system("pause");
	return 0;
}
```

2.2. На военной базе имеется некоторое число одинаковых артиллерийских орудий. Каждый день все орудия одновременно производят один залп, после чего три орудия консервируется, то есть из них больше не производят стрельб. Когда через некоторое количество дней остались два последних орудия, из них выстрелили один раз, после чего законсервировали. Можно ли, зная количество пустых гильз всех использованных снарядов, определить изначальное количество орудий. Входные данные — натуральное число пустых гильз снарядов, выходные данные — либо изначальное количество орудий, либо утверждение о том, что входная информация ошибочна.

Решение.

Первый способ. Обозначим известное число пустых гильз через S, а неизвестное количество орудий — через N. После первого залпа появилось N пустых гильз, после второго залпа, с учетом того, что орудий стало на 3 меньше,число пустых гильз увеличилось на $N-3$. Аналогично, после третьего залпа число пустых гильз увеличилось на $N-6$ и так далее; после последнего залпа добавилось 2 пустые гильзы. Общее число пустых гильз можно записать как

$$S = N + (N-3) + (N-6) + \cdots + 2.$$

Имеем здесь арифметическую прогрессию, первый член которой $a_1 = 2$, последний $a_n = N$, разность $d = 3$, а число членов

$$n = \frac{a_n - a_1}{3} + 1 = \frac{N+1}{3}$$

(все члены прогрессии, кроме первого, получаются добавлением к предыдущему члену числа 3 — количество таких добавлений дает слагаемое $(a_n - a_1)/3$; чтобы найти общее количество членов прогрессии нужно посчитать еще первый член).

Запишем формулу для суммы n первых членов арифметической прогрессии:

$$S = \frac{a_n + a_1}{2} \cdot n = \frac{N+2}{2} \cdot \frac{N+1}{3} = \frac{N^2 + 3N + 2}{6}.$$

Таким образом, для определения неизвестной величины N получилось квадратное уравнение

$$N^2 + 3N - (6S - 2) = 0,$$

корнями которого являются числа

$$\frac{-3 - \sqrt{24S+1}}{2} \quad \text{и} \quad \frac{-3 + \sqrt{24S+1}}{2}.$$

Поскольку количество орудий — число натуральное, то отрицательный первый корень нам не подходит; второй корень — заведомо положительное число, т.к. количество пустых гильз $S > 1$ (из условия следует, что, по крайней мере, два орудия должны были выстрелить). Ясно, однако, что этот корень не при любом целом S, большем единицы, дает нужный ответ — натуральное число N. Например, при $S = 57$ получим$N = 17$, а при $S = 58$, получим $N = 17{,}161\ldots$— количество орудий не может быть дробным. Таким образом, во втором случае необходимо считать, что входная информация ошибочна.

Второй способ. Данную задачу можно решить, запрограммировав на компьютере простой алгоритм, основным элементом которого является следующий цикл. На первом шаге из заданного числа S вычитается 2, на втором — $(2 + 3) = 5$, затем — 8, 11, 14 и так далее. Цикл завершается либо когда очередное вычитание дает в результате 0, либо — отрицательное число. В первом случае S соответствует некоторому числу орудий N (при этом N равно последнему вычтенному из S числу), во втором случае — нет, т.е. входная информация ошибочна.

Задача 3. (5 баллов)

3.1. Можно ли получить хорошую фотографию кабана, бегущего со скоростью 18 км/ч, используя фотокамеру, время экспозиции которой 3 мс? Чему будет равно смещение изображения? Фотография считается хорошей, если смещение изображения составляет не более 0,1 мм. Длина тела кабана от головы до хвоста 1 м, а длина его изображения на негативе 1 см.

Решение. Из-за движения кабана смещается и его изображение на негативе (который предполагается неподвижным). Для того, чтобы оценить качество фотографии, необходимо найти это смещение за время экспозиции — «движение» изображения кабана на негативе происходит только в течение этого времени. За время экспозиции $t_э$ кабан, движущийся со скоростью $v_к$, пробежит расстояние

$$s_к = v_к t_э.$$

Поскольку

$$v_к = 18\ \text{км/ч} = (18000/3600)\,\text{м/с} = 5\ \text{м/с}\,,$$

а

$$t_э = 3\ \text{мс} = 3 \cdot 10^{-3}\ \text{с} = 0{,}003\ \text{с}\,,$$

то $s_к = 0{,}015$ м. Смещение изображения $s_и$ должно относиться к смещению самого кабана так же, как соотносятся между собой размеры кабана $l_к$ и его изображения $l_и$, то есть

$$\frac{s_и}{s_к} = \frac{l_и}{l_к}.$$

По условию, $l_к = 1$ м,$l_и = 1$ см $= 0{,}01$ м, поэтому смещение изображения

$$s_и = \frac{l_и s_к}{l_к} = \frac{0{,}01 \cdot 0{,}015}{1} = 0{,}00015\ \text{м} = 0{,}15\ \text{мм} > 0{,}1\ \text{мм}.$$

Таким образом, полученная фотография бегущего кабана не может считаться хорошей.

Ответ: Нет, нельзя.

3.2. Можно ли получить хорошую фотографию бегущего со скоростью 36 км/ч лося, используя фотокамеру с временем экспозиции 2 мс? Чему будет равно смещение изображения? Фотография считается хорошей, если смещение изображения составляет не более 0,1 мм. Длина лося от головы до хвоста 2 м, а изображение на негативе 1 см.

Решение. За время экспозиции лось пробегает расстояние $s=tv$, где t – время экспозиции, v – скорость лося.

$$S = 0.002 \cdot 10 = 0.02\text{м}.$$

Определим соответствующее смещение изображения x:

$$\frac{\text{Длина лося}}{\text{длина изображения лося}} = \frac{\text{смещение лося } S}{\text{смещение изображения } X}$$

Получаем: $X = 0.1$ мм.

Ответ: да, можно, смещение составит 0,1 мм.

3.3. Можно ли получить хорошую фотографию бегущего со скоростью 54 км/ч оленя, используя фотокамеру с временем экспозиции 2 мс? Чему будет равно смещение изображения? Фотография считается хорошей, если смещение изображения составляет не более 0,1 мм. Длина оленя от головы до хвоста 1,5 м, а изображение на негативе 1 см.
Решение. Аналогично решению задачи 3.1.
Ответ: нет, смещение составит 0,2 мм.

3.4. Можно ли получить хорошую фотографию бегущего со скоростью 18 км/ч кабана, используя фотокамеру с временем экспозиции 2 мс? Чему будет равно смещение изображения? Фотография считается хорошей, если смещение изображения составляет не более 0,1 мм. Длина кабана от головы до хвоста 1 м, а изображение на негативе 1 см.
Решение. Аналогично решению задачи 3.1.
Ответ: да, можно, смещение составит 0,1 мм.

Задача 4. (5 баллов)

4.1. В лаборатории есть два шарика, представляющих собой сплавы. Первый шарик – сплав цинка и меди (Cu–70%), диаметром 3 см и плотностью 8,5 г/см^3. Второй шарик имеет диаметр 4 см, плотность 7,9 г/см^3, и состоит из сплава меди и железа (Cu–80%).

Используя эти шарики, а также на выбор одну из двух кислот – 9%-ю соляную или азотную такой же концентрации, необходимо получить водород. Водород нужен для получения тепловой энергии при его горении на воздухе.

Какой из указанных шариков и в какой кислоте необходимо растворить, чтобы получить максимальное количество тепла в последствии? Сколько при этом выделится теплоты? Запишите уравнения горения водорода и растворения металлов в кислотах, а также приведите необходимые расчеты.

В расчетах используйте, что образование 18 грамм воды при горении водорода сопровождается выделением 241,82 кДж энергии.

Решение. В первую очередь проанализируем химическую сторону задачи. Необходимо получить водород растворением металлов в кислотах. На выбор предлагается две кислоты и два разных сплава. Запишем возможные уравнения реакции при растворении этих сплавов в кислотах. Обратим внимание, что кислоты разбавленные.

$$Zn + 2HCl = ZnCl_2 + H_2$$
$$Fe + 2HCl = FeCl_2 + H_2$$
$$4Zn + 10HNO_3 = 4Zn(NO_3)_2 + NH_4NO_3 + 3H_2O$$
$$3Cu + 8HNO_3 = 3Cu(NO_3)_2 + 2NO + 4H_2O$$
$$Fe + 4HNO_3 = Fe(NO_3)_3 + NO + 2H_2O$$

Из уравнений видно, что при растворении в азотной кислоте водород не выделяется. Поэтому растворять сплавы необходимо в соляной. В соляной кислоте не растворяется медь, поэтому расчеты необходимо вести только для цинка и железа.

Определим, с какими массами металлов мы имеем дело в условии задачи.

Используя формулу объема шара, найдем объем шаров:

$$V_{\text{шар}} = \frac{\pi d^3}{6}$$
$$V_{ZnCu} = \frac{\pi * 3^3}{6} = 14{,}14 \text{ см}^3$$
$$V_{FeCu} = \frac{\pi * 4^3}{6} = 33{,}51 \text{ см}^3$$
Затем определим массу этих шаров:
$$m = \rho V$$
$$m_{ZnCu} = 14{,}14 * 8{,}5 = 120{,}19 \text{ г}$$
$$m_{FeCu} = \rho V = 33{,}51 * 7{,}9 = 264{,}7 \text{ г}$$
После этого определим содержание цинка и железа в сплавах:
$$m_{\text{металла}} = \omega_{\text{металла}} m_{\text{сплав}}$$
$$m_{Zn} = \omega_{Zn} m_{ZnCu} = 0{,}3 * 120{,}19 = 36{,}057 \text{ г}$$
$$m_{Fe} = \omega_{Fe} m_{FeCu} = 0{,}2 * 264{,}7 = 52{,}95 \text{ г}$$
Количества вещества цинка и железа составляют 0,55 моль и 0,95 моль соответственно. Из уравнений реакции их взаимодействия с соляной кислотой видно, что водорода образуется по молям столько же, сколько вступает в реакцию металлов. Таким образом, больше водорода, а, следовательно, и тепла при его сгорании, мы получим в случае растворения сплава с железом.
Рассчитаем, какое количество теплоты выделится при сгорании 0,95 моль водорода. При сгорании водорода протекает реакция:
$$H_2 + ½O_2 = H_2O$$
Уравнение записываем с дробным коэффициентом при кислороде, чтобы было удобно сделать расчет. Видно, что из 1 моль водорода образуется 1 моль воды, т.е. 18 грамм. Значит, из 0,95 моль водорода образуется 0,95 моль воды. Теплота этого процесса:

$$Q = 241{,}82 * 0{,}95 = 229{,}7 \text{ кДж}$$
Ответ: сплав меди и железа.

4.2. В лаборатории есть два шарика, представляющих собой сплавы. Первый шарик – сплав цинка и меди (Cu–60%), диаметром 4 см и плотностью 8,5 г/см^3. Второй шарик имеет такой же диаметр, плотность 7,9 г/см^3, и состоит из сплава меди и железа (Fe–40%).
Используя эти шарики, а также на выбор одну из двух кислот – 10% соляную или азотную такой же концентрации, необходимо получить водород. Водород нужен для получения тепловой энергии при его горении на воздухе.
Какой из указанных шариков и в какой кислоте необходимо растворить, чтобы получить максимальное количество тепла в последствии? Сколько при этом выделится теплоты? Запишите уравнения горения водорода и растворения металлов в кислотах, а также приведите необходимые расчеты.
В расчетах используйте, что образование 18 грамм воды при горении водорода сопровождается выделением 241,82 кДж энергии.
Решение. В первую очередь проанализируем химическую сторону задачи. Необходимо получить водород растворением металлов в кислотах. На выбор

предлагается две кислоты и два разных сплава. Запишем возможные уравнения реакции при растворении этих сплавов в кислотах. Обратим внимание, что кислоты разбавленные.

$$Zn + 2HCl = ZnCl_2 + H_2$$
$$Fe + 2HCl = FeCl_2 + H_2$$
$$4Zn + 10HNO_3 = 4Zn(NO_3)_2 + NH_4NO_3 + 3H_2O$$
$$3Cu + 8HNO_3 = 3Cu(NO_3)_2 + 2NO + 4H_2O$$
$$Fe + 4HNO_3 = Fe(NO_3)_3 + NO + 2H_2O$$

Из уравнений видно, что при растворении в азотной кислоте водород не выделяется. Поэтому растворять сплавы необходимо в соляной. В соляной кислоте не растворяется медь, поэтому расчеты необходимо вести только для цинка и железа.

Определим, с какими массами металлов мы имеем дело в условии задачи.

Используя формулу объема шара, найдем объем шаров (он будет одинаковый в обоих случаях):

$$V_{\text{шар}} = \frac{\pi d^3}{6}$$
$$V_{\text{шар}} = \frac{\pi * 4^3}{6} = 33{,}51 \text{ см}^3$$

Затем определим массу этих шаров:

$$m = \rho V$$
$$m_{ZnCu} = 33{,}51 * 8{,}5 = 284{,}8 \text{ г}$$
$$m_{FeCu} = \rho V = 33{,}51 * 7{,}9 = 264{,}7 \text{ г}$$

После этого определим содержание цинка и железа в сплавах:

$$m_{\text{металла}} = \omega_{\text{металла}} m_{\text{сплав}}$$
$$m_{Zn} = \omega_{Zn} m_{ZnCu} = 0{,}4 * 284{,}8 = 113{,}92 \text{ г}$$
$$m_{Fe} = \omega_{Fe} m_{FeCu} = 0{,}4 * 264{,}7 = 105{,}9 \text{ г}$$

Количества вещества цинка и железа составляют 1,75 моль и 1,89 моль соответственно. Из уравнений реакции их взаимодействия с соляной кислотой видно, что водорода образуется по молям столько же, сколько вступает в реакцию металлов. Таким образом, больше водорода, а, следовательно, и тепла при его сгорании, мы получим в случае растворения сплава с железом.

Рассчитаем, какое количество теплоты выделится при сгорании 1,89 моль водорода. При сгорании водорода протекает реакция:

$$H_2 + \tfrac{1}{2}O_2 = H_2O$$

Уравнение записываем с дробным коэффициентом при кислороде, чтобы было удобно сделать расчет. Видно, что из 1 моль водорода образуется 1 моль воды, т.е. 18 грамм. Значит, из 1,89 моль водорода образуется 1,89 моль воды. Теплота этого процесса:

$$Q = 241{,}82 * 1{,}89 = 457 \text{ кДж}$$

Ответ: сплав меди и железа.

Задача 5. (5 баллов)

5.1. В 1973 году американский математик Нейл Слоун предложил концепцию «продолжительности жизни» натурального числа: перемножением всех цифр данного числа получаем новое число, затем перемножением всех цифр нового числа получаем третье число и так далее, пока не получится однозначное число. Количество шагов в цепочке от заданного числа до однозначного и есть его продолжительность жизни. Например, 1234 → 24 → 8 — это означает, что для числа 1234 продолжительность жизни равна 2.

Напишите компьютерную программу для расчета продолжительности жизни чисел и с помощью этой программы составьте таблицу распределения продолжительности жизни чисел из диапазона от 1900 до 1999. Строки таблицы должны быть упорядочены по продолжительности жизни чисел от меньшего значения к большему; первый столбец таблицы — продолжительность жизни числа, во втором столбце — количество чисел с продолжительностью жизни из первого столбца, а в третьем — список всех таких чисел через запятую.

Решение. Ниже приведен пример программы на языке Pascal, реализующей решение задачи. Программа не является единственным и наилучшим образцом решения, а демонстрирует подходящий для получения полного балла образец.

```
program life;
var
i,n1,n2,n3,n4,j,p,k: integer;
numbers: array[1..100] ofinteger; // массив, содержащий заданные числа
count: array[1..100] ofinteger;     // массив, содержащий информацию о
                                    // количестве шагов (продолжительности
                                    // жизни) для числа из массива numbers
lifelengthcount: array[1..10] ofinteger;  // массив, содержащийколичество чисел
                                    // с фиксированной продолжительность жизни
writenumbers: array[1..10] of string;
begin
for i:=1 to 100 do
// цикл, в котором мы заполняем массив numbersс заданными числами и
// присваиваем начальные нулевые значения элементам массива cou
     begin
     count[i]:=0;
     numbers[i]:=1749+i;
     end;
fori:=1 to 100 do
     // цикл, в котором мы перебираем числа из массива numbersи определяем
     // продолжительностиихжизни.
     begin        // разбиваем число на цифры
     n1:=numbers[i] div 1000;
     n2:=(numbers[i] div 100) mod 10;
     n3:=(numbers[i] div 10) mod 10;
     n4:= numbers[i] mod 10;
     numbers[i]:=n1*n2*n3*n4;   // заменяем число произведением его цифр
     count[i]:=count[i]+1;
     // увеличиваем на 1 счетчик выполненных шагов для текущего числа
     // если текущее значение числа трехзначное, разбиваем число на цифры и
     // заменяем на произведение этих цифр. Счетчик выполненных шагов
     // увеличиваем на 1. В некоторых случаях трехзначный результат
```

```
	// получается несколько раз, и процесс приходится повторять.
	while numbers[i] > 99 do
		begin
		n1:=numbers[i] div 100;
		n2:=(numbers[i] div 10) mod 10;
		n3:= numbers[i] mod 10;
		numbers[i]:=n1*n2*n3;
		count[i]:=count[i]+1;
		end;
	// если текущее значение числа двузначное, разбиваем число на цифры
	// и заменяем на произведение этих цифр. Счетчик выполненных шагов
	// увеличиваем на 1. В некоторых случаях двузначный результат
	// получается несколько раз, и процесс приходится повторять.
	while numbers[i] > 9 do
		begin
		n1:=numbers[i] div 10;
		n2:= numbers[i] mod 10;
		numbers[i]:=n1*n2;
		count[i]:=count[i]+1;
		end;
	end;
p:=count[1];
// находим наибольшую продолжительность жизни, то есть наибольшее
// значениевмассивеcount
for i:=2 to 100 do
	if count[i]>p then p:=count[i];
fori:=1 to 10 do
	// заполняем массив lifelengthcountначальными значениями
	begin
	lifelengthcount[i]:=0;
	writenumbers[i]:='';
	end;
// считаем количество чисел с определенной продолжительностью жизни
for i:=1 to 100 do
	lifelengthcount[count[i]]:=lifelengthcount[count[i]]+1;
// печать результатов
forj:=1 to p do   //  p – наибольшаянайденная продолжительность
	begin
	k:=0;
	iflifelengthcount[j]>0 then     // печатаемстроку, если есть числа с
	                                // рассматриваемойпродолжительностью
	                                // жизни
		begin
		write(j, ' | ', lifelengthcount[j],' | ');  //  печатьпродолжительностижизни
		                                             // и количества чисел с такой
		                                             // продолжительностью жизни
		for i:=1 to 100 do
			begin
			if count[i]=j then
				begin
				write(1749+i);     // печать числа в таблицу результатов
				k:=k+1;      // подсчет количества напечатанных чисел
```

```
                    if k<lifelengthcount[j] then write(', ');
          // печатьзапятой, если текущее напечатанное число не последнее
                    end;
               end;
          writeln();    // перенос каретки в новую строку таблицы
          end;
     end;
 end.
```

Результат работы программы:
1 | 20 | 1750, 1760, 1770, 1780, 1790, 1800, 1801, 1802, 1803, 1804, 1805, 1806, 1807, 1808, 1809, 1810, 1811, 1820, 1830, 1840
2 | 23 | 1752, 1753, 1754, 1756, 1758, 1761, 1765, 1782, 1785, 1789, 1798, 1812, 1813, 1814, 1815, 1821, 1822, 1825, 1827, 1831, 1835, 1841, 1845
3 | 34 | 1751, 1757, 1759, 1762, 1763, 1766, 1775, 1779, 1781, 1784, 1791, 1792, 1794, 1795, 1797, 1799, 1816, 1817, 1818, 1819, 1823, 1824, 1828, 1829, 1832, 1833, 1836, 1838, 1839, 1842, 1844, 1846, 1847, 1848
4 | 21 | 1755, 1764, 1767, 1768, 1771, 1772, 1773, 1774, 1776, 1777, 1778, 1783, 1786, 1787, 1788, 1793, 1826, 1834, 1837, 1843, 1849
5 | 2 | 1769, 1796

Комментарий: Алгоритм учитывает, что на входе будет обработан заданный промежуток чисел из известного диапазона. Кроме того, четырехзначное число не может на следующем этапе нахождения продолжительности жизни дать число, большее трехзначного.

Задача 6. (5 баллов)

6.1. Груз массой 50 кг, находящийся на дне шахты, глубина которой 60 м, поднимают с помощью каната, перекинутого через блок. Когда канат тянет грузчик Петрович, груз поднимается на поверхность за 5 минут 30 секунд, а когда канат тянет конь по кличке Пегас — за 50 секунд. Пусть эффективность работы Петровича и Пегаса определяется сравнением средней полезной мощности, развитой ими при поднятии груза, со средней мощностью, которую развивают при нормальном физическом напряжении человек (80 Вт) и лошадь (736 Вт) соответственно. Кто работал эффективнее, Петрович или Пегас?

Решение. Если масса груза есть m, высота, на которую его поднимают — h, а ускорение свободного падения — g, то полезная работа, совершенная и Петровичем, и Пегасом, будет равна mgh. Петрович совершает эту работу за

$$t_{\text{ч}} = 5\text{ мин }30\text{ с} = 330\text{ с},$$

поэтому средняя полезная мощность $N_{\text{ч}}$, которую он развил, равна

$$N_{\text{ч}} = mgh/t_{\text{ч}} = 50 \cdot 9{,}81 \cdot 60/330 \approx 89{,}18\text{ Вт}.$$

Аналогичная величина для Пегаса: $N_{\text{к}} = 50 \cdot 9{,}81 \cdot 60/50 \approx 588{,}6\text{ Вт}$. Соответственно, эффективность работы Петровича

$$Э_{\text{ч}} = (89{,}18/80) \cdot 100\,\% = 111\,\%.$$

При этом эффективность работы Пегаса оказывается меньше:

$$Э_{\text{к}} = (588{,}6/736) \cdot 100\,\% = 80\,\%.$$

Ответ: эффективность Петровича 111 %; эффективность Пегаса 80 %.

6.2. Средняя лошадь мощностью 1 лошадиная сила (736 Вт) поднимает 3,5 тонны угля из десятиметровой шахты за 10 минут. А электродвигатель, подключенный к сети 220 В и потребляющий ток 10 А поднимает такое же количество угля за 4 минуты. Определите и сравните КПД лошади и электродвигателя. Ускорение свободного падения 10м/с^2.
Решение. Аналогично решению задачи 6.1.
Ответ: КПД лошади 79%, КПД электромотора 66%.

6.3.Средняя лошадь мощностью 1 лошадиная сила (736 Вт) поднимает 2 тонны угля из десятиметровой шахты за 6 минут. А электродвигатель, подключенный к сети 220 В и потребляющий ток 10 А поднимает такое же количество угля за 3 минуты. Определите и сравните КПД лошади и электродвигателя. Ускорение свободного падения 10м/с^2
Решение. Аналогично решению задачи 6.1.
Ответ: КПД лошади 75%, КПД электромотора 76%.

10–11 классы

Задача 1. (5 баллов)

1.1. Найти 2020 цифру последовательности 123456789101112…… . Принцип формирования последовательности — выписываются подряд все натуральный числа.

Решение.

Аналитический вариант решения задачи. Записываем длинное число 123456789101112…… . Произведем анализ его структуры. Число сначала содержит 9 однозначных чисел, 90 двузначных чисел, далее идут трехзначные числа. На однозначные и двузначные числа потребовалось 9*1+90*2=189 знаков. Если из 2020 вычесть 189, получим 1831. Разделив 1831 на три, получим 810 и единицу в остатке. Значит, на 2020 позиции длинного числа находится первая цифра 811 трехзначного числа. Принимая во внимание, что первое трехзначное число есть 100, первая цифра в 811 трехзначном числе есть первая цифра в числе 710, то есть, это цифра 7.

Решение задачи с помощью программы. При составлении программы используем функцию подсчета знаков в числе. Перебираем числа в порядке возрастания, в каждом числе определяем количество знаков и суммируем это количество знаков. Данный процесс продолжаем до тех пор, пока эта сумма не превзойдет искомую позицию в длинном числе. Код программы и результаты работы представлены далее.

```
#include"stdafx.h"
#include"iostream"
usingnamespace std;

int f (unsignedint x)
{
     int n=1;
     while ((x/=10) > 0) n++;
     return n;
}

int main()
{
     unsignedint x=0;
     int count=0, s=0;
     while(s<=2020)
     {
          x++; count++; s+=f(x);
          cout<<count<<":\t"<<x<<"\t"<<s<<endl;
     }
     system("pause");
     return 0;
}
```

```
Результат работы программы:
        1:      1       1
        2:      2       2
        3:      3       3
        4:      4       4
        5:      5       5
        6:      6       6
        7:      7       7
        8:      8       8
        9:      9       9
```

```
10:     10      11
11:     11      13
12:     12      15
13:     13      17
14:     14      19
15:     15      21
для экономии места, фрагмент с 16 до 699 шага пропущен
700:    700     1992
701:    701     1995
702:    702     1998
703:    703     2001
704:    704     2004
705:    705     2007
706:    706     2010
707:    707     2013
708:    708     2016
709:    709     2019
710:    710     2022
```

Ответ: На искомой позиции находится цифра 7.

1.2. Найти 2020 цифру последовательности 149162536496481…… . Принцип формирования последовательности — выписываются подряд квадраты всех натуральных чисел.
Решение. Аналогично решению задачи 1.1 с учетом условий задачи и соответствующей модификации программного кода.
Ответ: (2-я степень чисел.) На 2020 позиции находится цифра 9.

1.3. Найти 2020 цифру последовательности 182764125216…… . Принцип формирования последовательности — выписываются подряд кубы всех натуральных чисел.
Решение. Аналогично решению задачи 1.1 с учетом условий задачи и соответствующей модификации программного кода.
Ответ: (3-я степень чисел.) На 2020 позиции находится цифра 8.

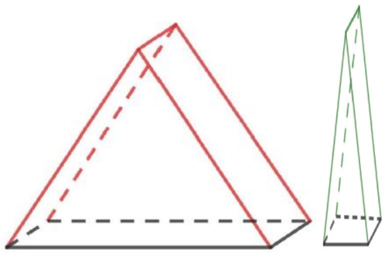
1.4. Найти 2020 цифру последовательности 11681…… . Принцип формирования последовательности — выписываются подряд четвертые степени всех натуральных чисел.
Решение. Аналогично решению задачи 1.1 с учетом условий задачи и соответствующей модификации программного кода.
Ответ: (4-ая степень чисел.) На 2020 позиции находится цифра 0.

1.5. Найти 577 цифру последовательности 1123581321…… . Принцип формирования последовательности — выписываются подряд все числа Фибоначчи. Первое и второе число Фибоначчи равно единице. Каждое последующее число — сумма двух предыдущих чисел.
Решение. Аналогично решению задачи 1.1 с учетом условий задачи и соответствующей модификации программного кода.
Ответ: (числа Фибонначи.) На 577 позиции находится цифра 1.

Задача 2. (5 баллов)

2.1. Иван Иванович и Иван Петрович имеют одинаковые дачные участки. Они обносят свои участки заборами, состоящими из секций с одинаковыми высотой и глубиной, но ширина секции забора Ивана Петровича в пять раз меньше (см.

рисунок). Ивана Иванович красит всю поверхность забора (кроме основания секций) в красный цвет, а Иван Петрович — в зеленый. Найдите отношение площадей поверхностей, покрашенных в красный и зеленый цвета, если известно, что Иван Иванович поставил целое количество секций забора. Верно ли, что значение этого отношения близко к $1/5$?



Решение. Введем следующие обозначения для размеров меньшей секции («зеленая» секция забора Ивана Петровича): h — высота, b — глубина, a — ширина секции. При этом размеры большей секции («красная» секция забора Ивана Ивановича) будут h, b и $5a$. Площадь окрашенной поверхности каждой секции складывается из площадей передней и задней стенки секции, представляющих собой одинаковые равнобедренные треугольники, а также из двух боковых поверхностей, представляющих собой одинаковые прямоугольники.

Например, площадь окрашенной поверхности «зеленой» секции забора

$$S_з = 2 \cdot (a \cdot h/2) + 2 \cdot \left(b \cdot \sqrt{h^2 + (a/2)^2}\right),$$

а площадь «красной» секции

$$S_к = 2 \cdot (5a \cdot h/2) + 2\left(b \cdot \sqrt{h^2 + (5a/2)^2}\right).$$

Пусть Иван Иванович поставил N секций забора — по условию это целое (и положительное) число. Тогда Иван Петрович поставил $5N$ секций забора. Запишем искомое отношение площадей окрашенных поверхностей, которое обозначим через A:

$$A = \frac{N \cdot S_к}{5N \cdot S_з} = \frac{5ah + 2b\sqrt{h^2 + (5a/2)^2}}{5ah + 2b\sqrt{25h^2 + (5a/2)^2}}. \qquad (*)$$

Обсудим найденный общий ответ. Слагаемое $5ah$, стоящее и в числителе, и в знаменателе, показывает, что общие площади окрашенной передней и задней поверхностей для заборов Ивана Ивановича и Ивана Петровича одинаковы. При этом площади окрашенных боковых поверхностей их заборов уже не являются одинаковыми, поскольку слагаемые с корнем в числителе и знаменателе различны. Ясно, что в общем случае $A \neq 1/5$, хотя Иван Иванович и установил в 5 раз меньше секций, чем Иван Петрович. Однако, при любых значениях h, b и a зеленой краски для покраски заборов придется потратить больше, чем красной, так как A всегда меньше 1.

Покажем, что при определенных условиях значение A может оказаться близко к $1/5$. Преобразуем в числителе и в знаменателе выражение под корнем:

$$A = \frac{5ah + 2bh\sqrt{1 + (5a/2h)^2}}{5ah + 2bh\sqrt{25 + (5a/2h)^2}} = \frac{5a + 2b\sqrt{1 + (5a/2h)^2}}{5a + 2b\sqrt{25 + (5a/2h)^2}}.$$

Предположим, что высота секции h много больше, чем $5a/2$. Тогда можно считать, что слагаемое $(5a/2h)^2$ мало, так что им можно пренебречь. Тогда

$$A \approx \frac{5a + 2b}{5a + 2b \cdot 5} = \frac{a + 2b/5}{a + 2b} = \frac{a + 2b/5 + 8b/5 - 8b/5}{a + 2b} = 1 - \frac{8b/5}{a + 2b}.$$

Если дополнительно можно считать, что ширина секции много меньше, чем ее глубина, и пренебречь величиной a в знаменателе во втором слагаемом, то получим

$$A \approx 1 - \frac{8b/5}{2b} \approx 0{,}2 = \frac{1}{5}.$$

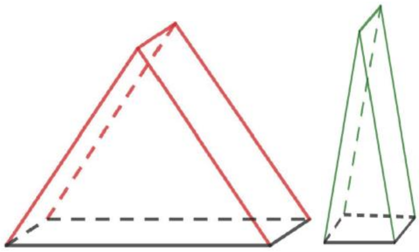
В таблице представлены значения A, вычисленные по точной формуле (*) при $h = 200$, $b = 10$ и для a в диапазоне от 250 до 0,5; все величины считаем заданными в сантиметрах:

a	A	a	A
250	0,9407	30	0,6800
200	0,9273	20	0,6000
150	0,9059	10	0,4667
100	0,8667	5	0,3600
80	0,8400	3	0,3043
50	0,7714	1	0,2381
40	0,7333	0,5	0,2195

Видим, что здесь A становится близко к $1/5$ при столь малых значениях a, которые ширина секции реального забора иметь не может.

Ответ: $\dfrac{5ah+2b\sqrt{h^2+(5a/2)^2}}{5ah+2b\sqrt{25h^2+(5a/2)^2}}$.

2.2. Иван Иванович и Иван Петрович имеют одинаковые дачные участки. Они обносят свои участки заборами, состоящими из секций с одинаковыми высотой и глубиной, но ширина секции забора Ивана Петровича в четыре раза меньше (см. рисунок). Ивана Иванович красит всю поверхность забора (кроме основания секций) в красный цвет, а Иван Петрович — в зеленый. Найдите отношение площадей поверхностей, покрашенных в красный и зеленый цвет, если известно, что Иван Иванович поставил целое количество секций забора.

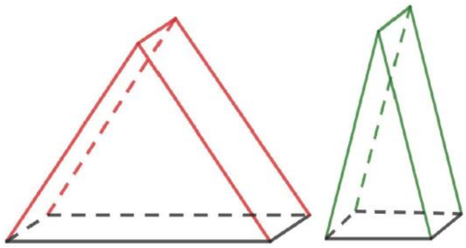


Решение. Аналогично решению задачи 2.1 с учетом следующих замечаний:
Ширина красной секции = $4a$.
Площадь окрашенной поверхности для одной «красной» секции:
В задаче 3_3: $S_к = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot h + 2 \cdot b \cdot \sqrt{h^2 + 4a^2}$.
Иван Петрович ставит $4N$секций.

$$A = \frac{N \cdot S_к}{4N \cdot S_з} = \frac{4ah + 2b\sqrt{h^2 + 4a^2}}{4ah + 2b\sqrt{16h^2 + 4a^2}}$$

Ответ: $\frac{4ah+2b\sqrt{h^2+4a^2}}{4ah+2b\sqrt{16h^2+4a^2}}$.

2.3. Иван Иванович и Иван Петрович имеют одинаковые дачные участки. Они обносят свои участки заборами, состоящими из секций с одинаковыми высотой и глубиной, но ширина секции забора Ивана Петровича втрое меньше (см. рисунок). Ивана Иванович красит всю поверхность забора (кроме основания секций) в красный цвет, а Иван Петрович — в зеленый. Найдите отношение площадей поверхностей, покрашенных в красный и зеленый цвет, если известно, что Иван Иванович поставил целое количество секций забора.

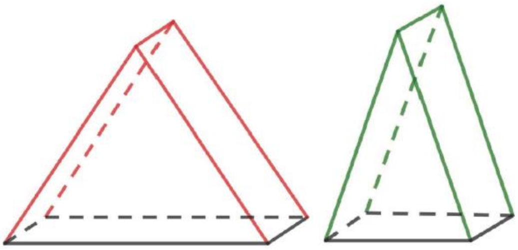


2.3. Решение. Аналогично решению задачи 2.1 с учетом следующих замечаний:
Ширина красной секции = $3a$.
Площадь окрашенной поверхности для одной «красной» секции:
В задаче 3_2: $S_к = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot h + 2 \cdot b \cdot \sqrt{h^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2}$.
Иван Петрович ставит $3N$секций.

$$A = \frac{N \cdot S_к}{3N \cdot S_з} = \frac{3ah + 2b\sqrt{h^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2}}{3ah + 2b\sqrt{9h^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2}}$$

Ответ: $\frac{3ah+2b\sqrt{h^2+\left(\frac{3a}{2}\right)^2}}{3ah+2b\sqrt{9h^2+\left(\frac{3a}{2}\right)^2}}$.

2.4. Иван Иванович и Иван Петрович имеют одинаковые дачные участки. Они обносят свои участки заборами, состоящими из секций с одинаковыми высотой и глубиной, но ширина секции забора Ивана Петровича вдвое меньше (см. рисунок). Ивана Иванович красит всю поверхность забора (кроме основания секций) в красный цвет, а Иван Петрович — в зеленый. Найдите отношение площадей поверхностей, покрашенных в красный и зеленый цвет, если известно, что Иван Иванович поставил целое количество секций забора.



Решение. Аналогично решению задачи 2.1 с учетом следующих замечаний:
Ширина красной секции = $2a$.
Площадь окрашенной поверхности для одной «красной» секции:

$$S_к = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot h + 2 \cdot b \cdot \sqrt{h^2 + a^2}.$$

Иван Петрович ставит $2N$секций.

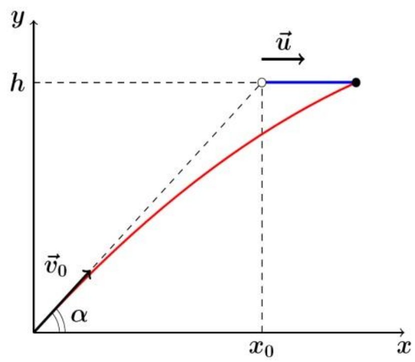
$$A = \frac{N \cdot S_к}{2N \cdot S_з} = \frac{2ah + 2b\sqrt{h^2 + a^2}}{2ah + 2b\sqrt{4h^2 + a^2}}$$

Ответ: $\frac{2ah+2b\sqrt{h^2+a^2}}{2ah+2b\sqrt{4h^2+a^2}}$.

Задача 3. (5 баллов)

3.1. Шпионский квадрокоптер, летевший горизонтально со скоростью 2 м/с на высоте 40 м, был сбит метким выстрелом из пневматической винтовки. Определите скорость вылета пули, если выстрел был произведен точно по цели в тот момент, когда квадрокоптер находился от стрелка на расстоянии 40 м по горизонтали. Размерами квадрокоптера и пули, а также сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.



Траектория движения квадрокоптера представляет собой горизонтальный отрезок (синяя линия на рисунке), а траектория движения пули, на которую действует только сила тяжести — дуга параболы (красная линия на рисунке). По сути, задача состоит в том, чтобы определить значение начальной скорости пули v_0, при которой траектории коптера и пули пересекутся (предполагается, что квадрокоптер и пуля имеют малые, «точечные», размеры).

Запишем уравнения движения коптера:

$$x_к = x_0 + ut; \quad y_к = h,$$

где u — скорость коптера. Уравнения движения пули будут следующими:

$$x_п = (v_0 \cos\alpha)t; \quad y_п = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{gt^2}{2},$$

где α — угол вылета пули к горизонту, $g = 9{,}81$ м/с^2 — ускорение свободного падения. Поскольку высота полета коптера h и расстояние по горизонтали до него от стрелка x_0 во время выстрела одинаковы, то $\alpha = 45^0$.

В момент попадания координаты коптера и пули одинаковы, что дает нам систему из двух уравнений, из которой можно найти v_0:

$$\begin{cases} x_0 + ut = (v_0 \cos\alpha)t \\ h = (v_0 \sin\alpha)t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}.$$

Если учесть, что $x_0 = h$ и $\sin\alpha = \cos\alpha$, то решение данной системы находится достаточно просто

$$(v_0 \sin\alpha)t - \frac{gt^2}{2} = (v_0 \cos\alpha)t - ut \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2u}{g}.$$

Отсюда

$$v_0 = \frac{h + ut}{t\cos\alpha} = \frac{h + u \cdot 2u/g}{(2u/g)\cdot\cos\alpha} = \frac{gh + 2u^2}{2u\cos\alpha} = \frac{9{,}81 \cdot 40 + 2 \cdot 4}{2 \cdot 1/\sqrt{2}} \approx 141{,}6 \text{ м/с}.$$

Ответ: 141,6 м/с.

3.2. Шпионский квадрокоптер, летевший со скоростью 2 м/с на высоте 50 м был сбит метким выстрелом из пневматической винтовки. Определите скорость вылета пули, если выстрел был произведен точно по цели, в тот момент, когда квадрокоптер находился на расстоянии 50м (по горизонтали) от стрелка? Сопротивление воздуха не учитывать, ускорение свободного падения 10м/с^2. (Ответ – 181,4 м/с)

Решение. Аналогично решению задачи 3.1.

Ответ: 181,4 м/с.

3.3. Шпионский квадрокоптер, летевший со скоростью 2.5 м/с на высоте 70 м был сбит метким выстрелом из пневматической винтовки. Определите скорость вылета пули, если выстрел был произведен точно по цели, в тот момент, когда квадрокоптер находился на расстоянии 70м (по горизонтали) от стрелка? Сопротивление воздуха не учитывать, ускорение свободного падения 10м/с2.

Решение. Аналогично решению задачи 3.1.
Ответ: 203,6 м/с.

Задача 4. (5 баллов)

4.1. Автобус ходит по круговому маршруту, на котором всего имеется m остановок. Когда автобус отъехал от одной из остановок, в нем было 24 пассажира. На следующих k остановках в автобус заходило по два человека, а на каждой из оставшихся остановок маршрута из него по два человека выходило. При этом оказалось, что в автобусе в среднем по всему маршруту из m остановок находилось 24 пассажира (количество пассажиров в автобусе считается, когда он отходит от данной остановки). Чему могло быть равно k, если известно, что m не больше 24?

Решение. Найдем, сколько было остановок, на которых пассажиры выходили. От первой остановки отправилось 24 пассажира, затем на k остановках пассажиры в автобус заходили; поскольку всего на маршруте m остановок, то выходили пассажиры на $m-(k+1)$ остановке. Обозначим число пассажиров на первой остановке через a_1, а изменение числа пассажиров на последующих остановках — через d. Тогда последовательное изменение числа пассажиров с первой остановки до последней будет

$$a_1,\ a_1+d,\ a_1+2d,\dots,\ a_1+(k-1)d,\ a_1+kd,$$
$$a_1+kd-d, a_1+kd-2d,\dots, a_1+kd-(m-k-1)d.$$

Для того, чтобы найти среднее число пассажиров по маршруту $\langle a\rangle$, нужно сложить все эти значения и получившуюся сумму S поделить на количество слагаемых, т.е. на m.

$$S=ma_1+d[1+2+\cdots+k]+kd(m-k-1)-d[1+2+\cdots+(m-k-1)].$$

Слагаемые в квадратных скобках представляют собой арифметические прогрессии, поэтому

$$1+2+\cdots+k=\frac{(k+1)k}{2},$$
$$1+2+\cdots+(m-k-1)=\frac{(m-k)(m-k-1)}{2}.$$

Соответственно,

$$S=ma_1+\frac{d}{2}[(k+1)k+2k(m-k-1)-(m-k)(m-k-1)].$$

Раскрывая скобки и приводя подобные слагаемые, получим, что

$$S=ma_1+d\left[-k^2+(2m-1)k-\frac{m^2-m}{2}\right].$$

С учетом того, что $\langle a\rangle=S/m$, имеем

$$\frac{\langle a\rangle-a_1}{d}=-k^2+(2m-1)k-\frac{m^2-m}{2}.$$

По условию, $\langle a\rangle=a_1=24$, поэтому для определения k получается квадратное уравнение

$$k^2-(2m-1)k+\frac{m^2-m}{2}=0,$$

корни которого

$$k_1 = \frac{2m - 1 - \sqrt{2m^2 - 2m + 1}}{2}, \qquad k_2 = \frac{2m - 1 + \sqrt{2m^2 - 2m + 1}}{2}.$$

Второй корень нам не подходит, поскольку для него не выполняется условие $k < m$, ведь k должно быть меньше m по крайней мере на единицу из-за того, что самая первая остановка не может входить в число тех, на которых в автобус заходит два человека —

$$2m - 1 + \sqrt{2m^2 - 2m + 1} < 2m \iff 2m(m-1) < 0.$$

Ясно, что последнее неравенство не может выполняться ни при каких $m > 0$ (количество остановок — натуральное число). В случае первого корня аналогичным образом приходим к неравенству

$$\sqrt{2m^2 - 2m + 1} > -1,$$

которое верно при любых m. Однако, по смыслу k должно быть целым положительным числом. Последовательно перебирая значения m от 1 до 24 (по условию $m \leq 24$), находим, что нужные k получаются только при следующих трех m:

$$m = 1 \Rightarrow k = 0 \text{ (тривиальное решение);}$$

$$m = 4 \Rightarrow k = 1;$$

$$m = 21 \Rightarrow k = 6.$$

Ответ: $k = 0$, $\mathrm{k} = 1$ и $k = 6$.

4.2. На кольцевой линии метро всего имеется N станций. Когда поезд отъехал от одной из станций, в нем находилось 300 пассажиров. На следующих M станциях в поезд заходило по 25 человек, затем на каждой из оставшихся станций из поезда выходило тоже по 25 человек. При этом оказалось, что в поезде в среднем по всей линии из N станций находилось 300 человек (количество человек в поезде считается, когда он отходит от данной станции). Сколько пассажиров могло быть в поезде, когда он выехал с N-ой станции, если известно, что N не больше 23?

Решение. Аналогично решению задачи 4.1.

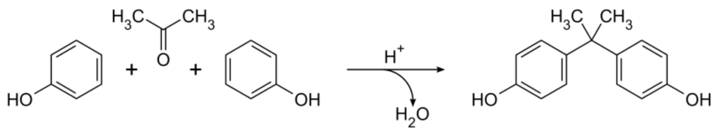
Ответ: 275 (при M= 1) и 100 (при M = 21).

Задача 5. (5 баллов)

5.1. Для очистки сточных вод от химических загрязнений применяется метод нанофильтрации - баромембранный процесс разделения растворов (происходящий под действием градиента давлений), в котором размер задерживаемых частиц обычно находится в пределах 1-10 нм. На одном из производств в 1000 л воды попали продукт реакции конденсации 30 кг фенола с 30 кг ацетона. Запишите уравнение произошедшей реакции конденсации. Назовите полученное вещество по систематической номенклатуре. Найдите, какая мембрана(ы) применяемая для процессов разделения, позволит получить очищенную воду с концентрацией загрязнителя 800 мг/л и менее, если при очистке используются мембраны на основе: полиамида R=75%, полисульфонаR=90%, ацетата целлюлозы

R=98.9%, полиимида R=99.3%,где R – коэффициент задержания, который можно вычислить по формуле: R = (1-C2/C1)*100%, где C1 и C2 – концентрация компонента в исходном и конечном растворе соответственно в процессе мембранного разделения.

Решение. Уравнение реакции:



По уравнению реакции фенол в недостатке. Концентрация бисфенола (4,4'-дигидрокси-2,2-дифенилпропана) в конечном растворе составляет 36 г/л. Подставляя в формулу находим, что для очистки воды подойдут последние 2 мембраны.

Ответ: последние 2 мембраны.

5.2. Для очистки сточных вод от химических загрязнений применяется метод нанофильтрации - баромембранный процесс разделения растворов (происходящий под действием градиента давлений), в котором размер задерживаемых частиц обычно находится в пределах 1-10 нм. На одном из производств в 700 л воды попали продукт реакции конденсации 30 кг фенола с 9 кг ацетона. Запишите уравнение произошедшей реакции конденсации. Назовите полученное вещество по систематической номенклатуре. Найдите, какая мембрана(ы) применяемая для процессов разделения, позволит получить очищенную воду с концентрацией загрязнителя 500 мг/л и менее, если при очистке используются мембраны на основе: полиамида R=75%, полисульфонаR=90%, ацетата целлюлозы R=98.9%, полиимида R=99.3%,где R – коэффициент задержания, который можно вычислить по формуле: R = (1-C2/C1)*100%, где C1 и C2 – концентрация компонента в исходном и конечном растворе соответственно в процессе мембранного разделения.

Решение. Аналогично решению задачи 5.1.

Ответ: только последняя мембрана.