

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
по ЭКОНОМИКЕ
2021-2022 учебный год**

10-11 класс

Творческое задание 1. (Максимальный балл за задание равен 10)

Центральный банк РФ (Банк России) заявляет в качестве своей основной цели обеспечение в российской экономике стабильно низкой инфляции вблизи 4% в годовом выражении. При этом инфляционные ожидания домохозяйств и предприятий постоянно находятся на повышенных уровнях. К примеру, медианная оценка инфляционных ожиданий населения на следующие 12 месяцев, в соответствии с регулярным выборочным опросом Фонда Общественное Мнение (ФОМ), проводимым по заказу Банка России, составляла в среднем 9,3% в 2018 и 2019 гг., 9,1% в 2020 г., а в октябре 2021 г. – 13,6%.

В Докладе о денежно-кредитной политике, опубликованном в октябре 2021 г., Банк России отмечает: «В октябре инфляционные ожидания населения вновь повысились и достигли максимальных значений за последние пять лет. Вблизи многолетних максимумов формировались и ценовые ожидания предприятий, к октябрю также возобновившие рост. Банк России оценивал, что с учетом высоких инфляционных ожиданий преобладающее влияние проинфляционных факторов могло привести к более значительному и продолжительному отклонению инфляции вверх от цели».

1) Почему, на Ваш взгляд, Банк России опасается высоких инфляционных ожиданий? Приведите не менее двух аргументов, обосновывающих такую позицию.

2) Как Вы полагаете, почему инфляционные ожидания населения, в соответствии с опросами, отклоняются от официальной цели Банка России?

3) Если бы Вы были респондентом опроса ФОМ, на каких источниках Вы бы основывали свои ответы об ожидаемом темпе инфляции?

4) В исследовании экономистов Франческо Д'Акунто, Ульрик Мальмендье, Хуана Оспины и Майкла Вебера было показано, в частности, что женщины имеют в среднем более высокие инфляционные ожидания, чем мужчины (D'Acunto et al., 2019). Чем, по Вашему мнению, можно объяснить такой феномен?

Ответ на Творческое задание 1

1) Несколько возможных аргументов, как высокие инфляционные ожидания влияют на текущую инфляцию:

- Более высокая ожидаемая инфляция может заставить фирмы повысить цены на свою продукцию уже сегодня. Если все ожидают, что в следующем году цены вырастут на 10 процентов, предприятия захотят поднять цены (как минимум) на 10 процентов, а работники и их профсоюзы будут аналогичным образом торговаться за 10-процентное повышение номинальной заработной платы (чтобы сохранить реальную зарплату как минимум на неизменном уровне). Более высокие номинальные зарплаты будут означать более высокий спрос в экономике => фирмам придется отвечать на рост спроса повышением цен => работники снова начнут требовать более высокой зарплаты и т.п. (инфляционная спираль «зарплата-цены»).
- Для достижения своей цели по инфляции Банк России стремится «закрепить» («заякорить») инфляционные ожидания на уровне примерно 4 процента. Если все ожидают инфляцию именно на таком уровне, потребители и предприятия с меньшей вероятностью отреагируют, когда инфляция временно поднимется выше этого уровня (например, в ситуации ограничений со стороны предложения, как в 2021 г.) или временно

опустится ниже (например, из-за рецессии). Если инфляционные ожидания остаются стабильными, в ситуации временного повышения или понижения инфляции Банку России будет легче достичь свою цель по обеспечению ценовой стабильности. Если же ожидания повышены – цель достигать гораздо труднее.

- Повышенные инфляционные ожидания могут приводить к чрезмерному росту потребительских расходов, т.к. индивиды/домохозяйства с более высокими инфляционными ожиданиями менее склонны к сбережениям. Домохозяйства, ожидающие высокую инфляцию, имеют более высокую вероятность покупки новых товаров длительного пользования в текущем году, чем домохозяйства, ожидающие, что цены останутся стабильными в течение того же периода. При неизменном уровне номинальных процентных ставок, рост ожидаемой инфляции оказывает прямое влияние на снижение реальной процентной ставки. Это, в свою очередь, влияет на готовность домохозяйств потреблять сегодня, а не сберегать и потреблять завтра. Кроме этого, более низкая реальная ставка делает более привлекательными заимствования для бизнеса с целью инвестирования в основной капитал. Т.е. имеет место более высокий совокупный спрос и повышение текущей инфляции.
- Повышение инфляционных ожиданий также означает ожидаемый прирост богатства для заемщиков. Поскольку должники в среднем более склонны к тратам из богатства, чем кредиторы, рост инфляционных ожиданий приведет к увеличению текущих совокупных расходов и росту спроса.

2) Смещение может быть из-за того, что респонденты в ходе опроса могут быть склонны интерпретировать повышение цен на отдельные базовые товары (например, услуги ЖКХ, медикаменты и т.д.) как общий рост цен в экономике. При этом заметное повышение цены на какой-либо товар (который может быть важен для корзины только этого конкретного потребителя) запоминается лучше, чем слабое изменение или даже небольшое снижение цены на многие другие товары.

Население часто строит свои ожидания по инфляции на основе наблюдаемой личной текущей инфляции. Если для них она не совпадает с целью Банка России – скептически оценивают официальные данные по инфляции или даже не смотрят на них вообще.

Сильное влияние на инфляционные ожидания оказывает самый недавний опыт покупок: люди склонны придавать высокий вес товарам, которые они только что приобрели.

Также инфляционные ожидания в РФ могут быть смещены в сторону повышения из-за недостатка информации у респондентов опросов или их невнимательности к макроэкономическим/финансовым новостям (могут просто не знать, что Банк России хочет достичь цели 4%).

Также влияют и социально-демографические факторы при опросах: к примеру, респонденты с низкими доходами всегда более остро воспринимают инфляцию и имеют завышенные ее ожидания.

3) Возможные источники:

- Ежедневные покупки (именно они в первую очередь дают людям возможность наблюдать за ценами). В первую очередь речь о продовольственных магазинах.
- Информация об инфляции в СМИ. Существуют исследования, что более интенсивное освещение динамики инфляции в СМИ сокращает разрыв между инфляционными ожиданиями домохозяйств и ожиданиями профессиональных прогнозистов (т.е. сближает инфляционные ожидания населения с целью ЦБ).
- Понимание макроэкономики и монетарной политики в целом (домохозяйства, более информированные о целях центрального банка или испытывающие большее доверие к центральному банку, как правило, имеют более точные прогнозы инфляции).

4) Женщины склонны иметь более высокие инфляционные ожидания, чем мужчины, поскольку женщины, как правило, чаще совершают продуктовые покупки => чаще наблюдают изменения цен по многим группам товаров.

Творческое задание 2. (Максимальный балл за задание равен 10)

В 2000 г. во Франции по инициативе правительства Лионеля Жоспена вступил в силу закон о сокращении продолжительности рабочей недели с 39 до 35 часов. Его основными целями были сокращение уровня безработицы, достигавшего 12% рабочей силы на момент внесения законопроекта в 1998 г., и повышение благосостояния работников через увеличение времени, отводимого на досуг.

31 декабря 1964 г. в США решением администрации президента Линдона Джонсона была полностью прекращена программа Врасеро. Эта программа действовала по соглашению между правительствами США и Мексики с 1942 г. для восполнения нехватки рабочей силы в американской сельскохозяйственной отрасли из-за войны. В ее рамках около полумиллиона мексиканских рабочих ежегодно приезжали на американские фермы на сезонные работы, по контрактам на срок от шести недель до шести месяцев, с гарантированной минимальной заработной платой 30 центов в час. Основной целью создания иммиграционного барьера путем аннулирования программы в 1964 г. заявлялось улучшение благосостояния отечественных (американских) фермеров и повышение заработной платы в отрасли.

В 2015 г. американский футуролог Мартин Форд опубликовал книгу «Нашествие роботов: технологии и угроза будущего без рабочих мест». В ней он предсказывает наступление глобальной волны безработицы, вызванной всеобщей роботизацией, автоматизацией производства и развитием искусственного интеллекта. В частности, он пишет о «потенциально неограниченной производительности систем машин, которые будут требовать минимального сотрудничества с людьми. Результатом будет массовая безработица, резкий рост неравенства и, в конечном счете, падение спроса на товары и услуги, поскольку потребителям все больше и больше не будет хватать покупательной способности, необходимой для дальнейшего стимулирования экономического роста».

1) По Вашему мнению, какая общая логическая ошибка сопровождает аргументацию в каждом из трех приведенных примеров?

2) Какие экономические контраргументы Вы можете привести, чтобы доказать, что это действительно ошибка?

3) Приведите один пример заявления, высказывания или конкретной политики (в любой стране), для которых характерна та же самая ошибка.

Ответ на Творческое задание 2

1) Lump-of-labor fallacy (заблуждение, предполагающее фиксированный объем труда). То есть в каждом случае неявно предполагается, что общее количество рабочих мест в экономике является неизменным (создание новых рабочих мест возможно только путем перераспределения уже имеющихся).

2) Возможные варианты контраргументов:

- Не учитывается межотраслевой аспект: снижение занятости в одной отрасли может быть компенсировано ростом в других => работники могут переместиться в растущие отрасли. Труд является дефицитным экономическим ресурсом: когда работники увольняются из фирм или отраслей, находящихся на спаде, другие фирмы или отрасли, могут нанять их.
- Объем выпуска также не фиксирован навсегда: экономика растет, когда повышается

производительность труда. Автоматизация, которая может вытеснить работников в определенной отрасли, может также способствовать росту производительности труда в этой отрасли и, следовательно, в экономике в целом. Рост экономики означает рост рабочих мест.

- Помимо эффектов производительности, не учитывается сторона спроса. Объем выпуска растет, этот рост влечет за собой увеличение доходов либо предпринимателей, внедривших нововведения, либо работников, начинающих использовать более совершенное оборудование, либо потребителей, получающих за счет снижения цен доступ к более дешевым товарам (а чаще всего и тех, и других, и третьих одновременно). Возросшие доходы транслируются в более высокий потребительский и инвестиционный спрос, а удовлетворить его оказывается нельзя без привлечения дополнительных рабочих рук. Как следствие, связь между динамикой производительности труда и спроса на рабочую силу может оказываться не отрицательной, а положительной: внедрение новых технологий будет не уменьшать, а увеличивать число рабочих мест в экономике.
- В случае США: Сокращение иммиграции негативно влияет на американскую экономику также за счет снижения спроса и уменьшения числа потребителей. Это приведет к сокращению количества возможностей трудоустройства, так как работодатели не будут иметь столько клиентов, сколько они могли бы иметь в противном случае. Согласно одной из оценок этого эффекта, каждый иммигрант создает 1,2 рабочих места для местных работников, большинство из которых переходит к местным работникам (кривая спроса на труд смещается вправо). Сокращение легальной иммиграции может предотвратить этот сдвиг.
- В случае Франции: если ограничения на количество часов делают труд менее привлекательным для работодателей, они будут заменять его другими ресурсами, а также возникнет эффект масштаба, снижающий использование всех ресурсов.

3) Например, анти иммиграционные высказывания бывшего президента США Д. Трампа или протекционистские меры в любой стране (с аргументацией в духе «иностранные компании лишают нас работы»)

Творческое задание 3. (Максимальный балл за задание равен 10)

В 2002 г. несколько экономистов провели исследование поведения студентов и школьников в России, США, Нидерландах и Израиле (Magnus et al, 2002). В ходе исследования им предложили ответить на следующий вопрос: Студент А списал на экзамене у студента В (с его согласия), а студент С сообщил об этом. Оцените свое отношение к поступку каждого от -2 (крайне отрицательное) до +2 (крайне положительное), где 0 – нейтральное отношение. Результаты данного исследования для США и России представлены в таблице. Прокомментируйте, почему подобное исследование важно именно для экономической науки? Как Вы могли бы объяснить его результаты? Каковы их экономические последствия?

	Россия	США
А	-0,24	-1,35
В	0,52	-0,88
С	-1,78	-0,25

Ответ на Творческое задание 3

Ответ на данный вопрос предполагает знакомство с основными положениями такого направления современной экономической теории как институциональная экономика. Под институтами в данном направлении понимаются «правила, механизмы, обеспечивающие их выполнение, и нормы поведения, которые структурируют повторяющиеся взаимодействия между людьми» (Д. Норт). В приведенном примере

иллюстрируется противоречие между формальными и неформальными нормами («списывать плохо»), а также трудности обеспечить их выполнение, когда формальные нормы противоречат неформальным. Авторы исследования показывают, что списывание приводит к снижению эффективности образовательной системы страны, так как оно искажает конкуренцию, снижает мотивацию учащегося к учебе и приводит к неточной оценке способности ученика. Отсюда можно сделать и более широкие выводы, связанные с коррупцией, деловой этикой и так далее.

Задача 1. (Правильно и полностью решенная задача оценивается в 20 баллов)

В преддверии празднования Дня Победы для учеников десятых классов Лицея «Прогресс» за счёт администрации города были приобретены билеты на новый кинофильм на патриотическую тему. Однако всего в Лицее учатся сто десятиклассников, и случилось так, что на момент покупки билетов ни в одном кинотеатре не оказалось ста свободных мест на одном сеансе. Сотрудник администрации подошёл к проблеме формально, просто купив 60 билетов в кинотеатр «Иллюзион» и 40 – в «Синемаполис».

Когда билеты поступили в Лицей, перед его руководством встал вопрос о том, как распределить билеты между учениками. Директор предложил в основу распределения билетов положить принцип минимизации суммарных расходов учеников на дорогу до кинотеатров. «Иллюзион» находится на юге города, «Синемаполис» – на севере. Соответственно, пусть каждый десятиклассник получит билет в ближайший к нему кинотеатр.

Однако воплотить этот принцип в жизнь оказалось не так просто. Выяснилось, что из ста учеников десятых классов 50 живут в Зареченском районе, 30 – в Желтогорском и 20 – в Центральном. Стоимости проезда одного человека в кинотеатр и обратно были определены следующим образом:

Район города	«Иллюзион»	«Синемаполис»
Зареченский	64 руб.	48 руб.
Желтогорский	40 руб.	72 руб.
Центральный	32 руб.	24 руб.

Учитель математики на уроке алгебры взялся решить данную задачу с участием самих учеников. Повторите их решение, составьте наилучший план распределения билетов между десятиклассниками и определите общую сумму их затрат на дорогу, если:

1. Предполагается, что разницы в затратах для жителей одного района не существует.
2. В ответе достаточно определить, сколько учеников из того или иного района получают билеты в тот или иной кинотеатр, а не кто именно это будет и как выделить эти группы в составе школьников из одного района.
3. Альтернативными способами транспортировки до кинотеатров можно пренебречь.

Решение

Для начала, имеет смысл формализовать условия задачи. Введём обозначения неизвестных, определяющих, какое число школьников из какого района получит билеты в какой кинотеатр:

Район города	«Иллюзион»	«Синемаполис»
Зареченский	Х _{зи}	Х _{зс}
Желтогорский	Х _{жи}	Х _{жс}
Центральный	Х _{ци}	Х _{цс}

Тогда точно известно следующее:

Сумма учеников, отправившихся в конкретный кинотеатр из всех трёх районов, соответствует числу имеющихся билетов, то есть

$$X_{зи} + X_{жи} + X_{ци} = 60$$

$$X_{зс} + X_{жс} + X_{цс} = 40$$

С другой стороны, сумма учеников из конкретного района, получивших билеты в оба кинотеатра, также известна заранее

$$X_{зи} + X_{зс} = 50$$

$$X_{жи} + X_{жс} = 30$$

$$X_{ци} + X_{цс} = 20$$

Получив, таким образом, систему из пяти уравнений, попробуем выразить одни неизвестные через другие, допустим, $X_{цс}$ и $X_{жс}$

$$X_{ци} = 20 - X_{цс}$$

$$X_{жи} = 30 - X_{жс}$$

$$X_{зс} = 40 - X_{жс} - X_{цс}$$

$$X_{зи} = 50 - X_{зс} = 50 - (40 - X_{жс} - X_{цс}) = 10 + X_{жс} + X_{цс}$$

Тогда $50 - X_{зс} + 30 - X_{жс} + 20 - X_{цс} = 60$, то есть $X_{зс} + X_{жс} + X_{цс} = 40$, что нам уже известно.

Таким образом, одно из уравнений оказалось тождественно совокупности других, и мы не можем выразить их соотношения через число переменных, меньшее двух.

С другой стороны, искомая сумма расходов в таком представлении выглядит следующим образом

$$64X_{зи} + 48X_{зс} + 40X_{жи} + 72X_{жс} + 32X_{ци} + 24X_{цс}$$

Выразим другие переменные через $X_{цс}$ и $X_{жс}$

$$\begin{aligned} &64(10 + X_{жс} + X_{цс}) + 48(40 - X_{жс} - X_{цс}) + 40(30 - X_{жс}) + 72X_{жс} + 32(20 - X_{цс}) + 24X_{цс} \\ &= 640 + 64X_{жс} + 64X_{цс} + 1920 - 48X_{жс} - 48X_{цс} + 1200 - 40X_{жс} + 72X_{жс} + 640 - 32X_{цс} + \\ &24X_{цс} = 4400 + 8X_{цс} + 48X_{жс} \end{aligned}$$

Очевидно, что сумма расходов будет тем меньше, чем меньше будут $X_{цс}$ и $X_{жс}$. Соответственно, минимальное значение она принимает, когда обе эти переменные равны 0 (поскольку отрицательными они быть не могут по смыслу задачи).

Тогда, если $X_{цс} = X_{жс} = 0$,

$$X_{ци} = 20$$

$$X_{жи} = 30$$

$$X_{зс} = 40$$

$$X_{зи} = 10$$

Соответственно, билеты в «Иллюзион» получают все ученики из Желтогорского и Центрального районов (30 и 20 соответственно), все билеты в «Синемаполис» достаются ученикам из Зареченского района, а оставшиеся 10 отправляются из Зареченского района в «Иллюзион». При этом общая сумма их расходов на дорогу составит 4400 рублей.

Может показаться, что данное решение зависит от произвольно сделанного выбора переменных $X_{цс}$ и $X_{жс}$. Однако это не так. Для доказательства попробуем повторить аналогичные рассуждения применительно к, например, $X_{жи}$ и $X_{ци}$:

$$X_{цс} = 20 - X_{ци}$$

$$X_{жс} = 30 - X_{жи}$$

$$X_{зи} = 60 - X_{жи} - X_{ци}$$

$$X_{зс} = -10 + X_{жи} + X_{ци}$$

Тогда

$$64X_{\text{зи}} + 48X_{\text{зс}} + 40X_{\text{жи}} + 72X_{\text{жс}} + 32X_{\text{ци}} + 24X_{\text{цс}} = 64(60 - X_{\text{жи}} - X_{\text{ци}}) + 48(-10 + X_{\text{жи}} + X_{\text{ци}}) + 40X_{\text{жи}} + 72(30 - X_{\text{жи}}) + 32X_{\text{ци}} + 24(20 - X_{\text{ци}}) = 64(-X_{\text{жи}} - X_{\text{ци}}) + 48(X_{\text{жи}} + X_{\text{ци}}) + 40X_{\text{жи}} + 72(-X_{\text{жи}}) + 32X_{\text{ци}} + 24(-X_{\text{ци}}) = 6000 - 48X_{\text{жи}} - 8X_{\text{ци}}.$$

Данное выражение принимает минимальное значение при максимальных значениях $X_{\text{жи}}$ и $X_{\text{ци}}$. Пусть все ученики из Желтогорского и Центрального районов (30 и 20 соответственно) отправляются в «Иллюзион», тогда оставшиеся 10 билетов туда и все билеты в «Синемаполис» получают школьники из Зареченского района. Планы распределения билетов идентичны в обоих случаях, сумма расходов равна $6000 - 48 \cdot 30 - 8 \cdot 20 = 4400$ рублей, что и требовалось доказать.

Ответ Наилучший план распределения билетов: в «Синемаполис» – 40 десятиклассников из Зареченского района, в «Иллюзион» – 10 десятиклассников из Зареченского района, 30 – из Желтогорского, 20 – из Центрального. Общая сумма затрат на дорогу равна 4400 рублей.

Задача 2. (Правильно и полностью решенная задача оценивается в 25 баллов)

Два соседа по дачным участкам вынуждены самостоятельно обеспечивать себе освещение подхода к своей территории. Каждый из них расходует часть своего дохода на освещение, а оставшуюся часть – на товары повседневного спроса.

Уровень удовлетворенности освещением и другими товарами каждого соседа описывается их индивидуальными функциями полезности, которые характеризуют их предпочтения. Выяснилось, что предпочтения соседей относительно данных товаров оказались у них одинаковыми, то есть:

$$U_1(C, X) = U_2(C, X) = C^{\frac{1}{3}} X^{\frac{2}{3}},$$

где U_1 и U_2 – функции полезности соответственно первого и второго соседа, которые описывают зависимость уровня полученного удовлетворения U_i (в условных единицах) от потребления определенных количеств товаров C и X ;

C – количество устройств освещения;

X – количество всех остальных товаров повседневного спроса в условных единицах.

Цена одного устройства освещения и его последующее обслуживание равна 100 денежных единиц, цена условной единицы всех остальных товаров повседневного спроса равна 0,2 денежных единиц.

Доход соседей по дачам одинаков и равен 300 денежным единицам.

Задание А.

Определите оптимальное количество устройств освещения и товаров повседневного спроса у каждого дачника. Также вычислите уровень удовлетворенности потребляемыми товарами у каждого из дачников.

Задание В.

Правление дачного поселка предложило соседям установить на улице перед их домами уличное освещение, которое позволило бы осветить подходы к их участкам. При этом цена единицы осветительного устройства и его последующее обслуживание остается прежней – 100 денежных единиц. Первый сосед согласился оплачивать установку и пользование уличным освещением, а второй отказался от этого предложения.

Определите индивидуальные полезности каждого из соседей от потребления соответствующего количества устройств освещения и товаров повседневного спроса в такой ситуации.

Используя необходимые расчеты определите эффективен ли совместный выбор дачников по сравнению с предыдущей ситуацией, когда каждый из них обеспечивал себе освещение самостоятельно.

Задание С.

Через некоторое время первому соседу удалось убедить второго соседа принять участие в расходах на уличное освещение, которые они поделили пополам.

С помощью необходимых расчетов определите является ли данная ситуация улучшением экономического положения каждого из соседей по сравнению с той, когда все расходы на уличное освещение нес на себе первый сосед.

Кроме этого обоснуйте с помощью необходимых расчетов ответ на вопрос о том, является для обоих дачников вместе взятых такое распределение расходов более эффективным по сравнению с ситуацией, когда расходы на уличное освещение нес на себе только первый сосед.

Задание D.

Через некоторое время второй сосед отказался участвовать в финансировании уличного освещения на паритетных началах со своим первым соседом, и соседи договорились о новом распределении участия в финансировании освещения – первый сосед взял на себя 75% расходов на освещение, а второй только 25%. При этом, количество устройств освещения они договорились оставить таким же, когда расходы на его финансирование они делили пополам.

С помощью расчетов определите является ли такое распределение расходов соседей в финансировании уличного освещения улучшением экономического положения каждого из них по сравнению с ситуацией, когда все расходы на освещение нес на себе первый сосед.

Также обоснуйте с использованием необходимых расчетов ответ на вопрос о том, является для обоих дачников вместе взятых такое распределение расходов более эффективным по сравнению с ситуацией, когда все расходы на освещение нес на себе первый сосед.

Решение

Задание А

1) Поскольку дана функция полезности каждого дачника, то можно воспользоваться правилом максимизации полезности – взвешенные предельные полезности должны быть равны

$$\frac{MU(C)}{P_C} = \frac{MU(X)}{P_X}$$

Находим предельные полезности

$$MU(C) = U'_1(C) = 1/3C^{-2/3}X^{2/3}$$

$$MU(X) = U'_1(X) = 2/3C^{1/3}X^{-1/3}$$

Подставляем

$$\frac{1/3C^{-2/3}X^{2/3}}{100} = \frac{2/3C^{1/3}X^{-1/3}}{0,2}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1/3C^{-2/3}X^{2/3}}{2/3C^{1/3}X^{-1/3}} = \frac{100}{0,2}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{X}{2C} = 500$$

↓

Находим оптимальную пропорцию – т.е. сколько на одну условную единицу повседневных товаров приходится единиц устройств освещения (освещенности в люксах):

$$X = 1000C$$

Так как предпочтения дачников одинаковы, то эта пропорция справедлива для первого и второго соседа.

2) Соотносим полученную физическую пропорцию с бюджетом каждого из дачников (который тоже у них одинаков и равен 300). Записываем их бюджетное ограничение подставляем полученную пропорцию в бюджетное ограничение и находим оптимальное количество освещения и товаров повседневного спроса:

$$\begin{aligned} I &= P_C C + P_X X \\ &\quad \downarrow \\ 300 &= 100 \cdot C + 0,2 \cdot 1000C \rightarrow C = 1 \\ &\quad \downarrow \\ X &= 1000 \cdot 1 \rightarrow X = 1000 \end{aligned}$$

3) Уровень удовлетворенности каждого из дачников находим, подставив найденные оптимальные значения C и X в функции полезности дачников:

$$U_1(C, X) = U_2(C, X) = 1^{\frac{1}{3}} \cdot 1000^{\frac{2}{3}} = 100$$

Ответ

1) Оптимальное количество освещения и товаров повседневного спроса для каждого из дачников будет одинаковым: освещения $C = 1$; товаров повседневного спроса $X = 1000$.

Задание В

1) Так как второй сосед отказался от установки уличного освещения, рассчитывая воспользоваться им бесплатно (ведь уличное освещение в данном случае превращается в общественное благо и второй сосед ведет себя как безбилетник), то он весь свой бюджет теперь направит на приобретение товаров повседневного спроса, а освещение подхода к своей территории он будет обеспечивать за счет установленного осветительного устройства, которое оплачивает полностью первый сосед.

В этом случае бюджетное ограничение второго соседа примет следующий вид ($I = 300, C = 0$)

$$I = P_C C + P_X X \rightarrow 300 = 100 \cdot 0 + 0,2 \cdot X \rightarrow X_2 = 1500$$

2) В тоже время, у первого соседа оптимальный объем освещения и товаров повседневного спроса останется таким же, как и прежде – он ведь продолжает оплачивать и освещение и товары повседневного спроса (при этом уличное освещение дает свет не только участку первого соседа, но и участку второго соседа).

Из (1) и (2) определяем оптимальные объемы потребления освещения и товаров повседневного спроса первым и вторым соседом

- первый сосед: $C = 1$

$$X = 1000$$

- второй сосед: $C = 1$ (он пользуется освещением за счет первого соседа)

$$X = 1500$$

3) Определяем индивидуальные полезности каждого из соседей

$$U_1(C, X) = 1^{\frac{1}{3}} \cdot 1000^{\frac{2}{3}} = 100$$

$$U_2(C, X) = 1^{\frac{1}{3}} \cdot 1500^{\frac{2}{3}} \approx 131$$

4) Определение эффективности выбора дачников по сравнению с предыдущей ситуацией, когда каждый из них обеспечивал себе освещение самостоятельно:

4.1) В задании А была найдена оптимальная пропорция потребления света и товаров повседневного спроса:

$$\frac{X}{2C}$$

Подставим в эту пропорцию количества света и товаров повседневного спроса, выбранных дачниками:

- первый сосед

$$\frac{X}{2C} = \frac{1000}{2 \cdot 1} = 500$$

Это означает, что первый сосед готов пожертвовать за каждую дополнительную единицу света 500 единиц товаров повседневного спроса.

- второй сосед

$$\frac{X}{2C} = \frac{1500}{2 \cdot 1} = 750$$

Это означает, что второй сосед готов пожертвовать за каждую дополнительную единицу света 750 единиц товаров повседневного спроса → Таким образом оба соседа вместе готовы пожертвовать за каждую дополнительную единицу света 1250 единиц товаров повседневного спроса.

4.2) В предыдущей ситуации, когда каждый из них обеспечивал себе освещение самостоятельно, каждый готов был пожертвовать за дополнительную единицу света по 500 единиц товаров повседневного спроса

$$\frac{X}{2C} = 500$$

Вместе они готовы были пожертвовать за дополнительную единицу света по 1000 единиц товаров повседневного спроса (500 + 500).

Сравнивая их «жертвы» в первом и втором случаях видно, что во втором случае «жертва» больше (1000 < 1250) → То есть при том же бюджете (300 + 300) они вместе в предыдущей ситуации по сравнению с данной ситуацией обеспечивали себе выигрыш в 250 условных единиц → Выбор в данной ситуации оказывается не эффективным по сравнению с предыдущей ситуацией.

Ответ

1) Индивидуальные полезности соседей составили

$$U_1(C, X) = 100$$

$$U_2(C, X) \approx 131$$

2) Совместный выбор дачников является не эффективным.

Потому что, когда только первый сосед оплачивает уличное освещение, а второй ведет себя как безбилетник, у них существуют суммарная потеря в удовлетворенности от потребления освещения и товаров повседневного спроса в размере 250 условных единиц по сравнению с предыдущей ситуацией.

Задание С (вариант решения 1)

1) Учитывая, что предпочтения соседей одинаковы, доход тоже одинаковый, расходы на свет делят поровну, то можно взять сумму оптимальных пропорций света и товаров повседневного спроса у каждого соседа и приравнять ее к соотношению цен света и товаров повседневного спроса

$$\frac{X_1}{2C} + \frac{X_2}{2C} = \frac{P_C}{P_X} = \frac{100}{0,2} = 500$$

$$\downarrow$$

$$X_1 + X_2 = 1000C$$

2) Записываем совместное для соседей бюджетное ограничение, принимая во внимание то, что уличное освещение (C) для них сейчас является общественным благом, потребляется ими совместно в одинаковом количестве (свет для них – неделимый товар) и находим оптимальное кол-во освещения

$$I_1 + I_2 = P_C C + P_X X_1 + P_X X_2$$

$$\downarrow$$

$$300 + 300 = 100C + 0,2X_1 + 0,2X_2$$

$$\downarrow$$

$$600 = 100C + 0,2(X_1 + X_2), \text{ при этом } X_1 + X_2 = 1000C$$

$$\downarrow$$

$$600 = 100C + 0,2 \cdot 1000C \rightarrow 600 = 300C \rightarrow C = 2 - \text{это оптимальное кол-во освещения}$$

$$\downarrow$$

3) Находим оптимальное кол-во ($X_1 + X_2$)

$600 = 100 \cdot 2 + 0,2(X_1 + X_2) \rightarrow (X_1 + X_2) = 2000$ – это оптимальное общее кол-во товаров повседневного спроса на обоих соседей вместе взятых.

4) Теперь можно найти оптимальное количество товаров повседневного спроса для каждого дачника в отдельности.

Так как по условию задачи расходы на освещение они делят пополам и при этом их доходы и предпочтения одинаковы, то на товары повседневного потребления они также тратят одинаковые суммы. Исходя из этого получаем

$$\frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{2000}{2} = 1000 \rightarrow X_1 = 1000; X_2 = 1000$$

5) Определяем уровень удовлетворенности от потребления уличного освещения и товаров повседневного потребления каждого из дачников

$$U_1(C, X) = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 1000^{\frac{2}{3}} \approx 126$$

$$U_2(C, X) = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 1000^{\frac{2}{3}} \approx 126$$

6) Оцениваем изменение экономического положения каждого из дачников по сравнению с предыдущей ситуацией, когда первый сосед нес на себе все расходы по уличному освещению

	Уровень удовлетворенности потреблением в предыдущей ситуации (расходы на уличное освещение несет на себе первый сосед)	Уровень удовлетворенности потреблением в текущей ситуации (расходы на уличное освещение соседи делят пополам)	Направление изменения уровня удовлетворенности от потребления
Первый сосед	100	126	↑ на 26 ед.
Второй сосед	131	126	↓ на 5 ед.

Из сравнения выясняем

- первый сосед увеличивает удовлетворение от потребления на 26 условных единиц
- второй сосед снижает уровень удовлетворенности от потребления на 5 условных единиц.

Вывод – данная ситуация не является улучшением экономического положения каждого из соседей → второму соседу выгоднее быть безбилетником

7) Определяем является ли данная ситуация для обоих дачников вместе взятых более эффективной, по сравнению с предыдущей ситуацией, когда все расходы на уличное освещение нес на себе первый сосед. Для этого сравниваем суммарное удовлетворение от потребления в предыдущей ситуации с суммарным удовлетворением от потребления в текущей ситуации:

- суммарное удовлетворение от потребления в предыдущей ситуации

$$U_1(C, X) + U_2(C, X) = 100 + 131 = 231$$

- суммарное удовлетворение от потребления в текущей ситуации

$$U_1(C, X) + U_2(C, X) = 126 + 126 = 252$$

Вывод - сравнение показывает, что текущая ситуация является для обоих дачников более эффективной, чем предыдущая ($252 > 231$). Но поскольку, рост суммарной удовлетворенности был обеспечен за счет снижения удовлетворенности второго соседа, то назвать такую ситуацию улучшением нельзя.

Ответ

- 1) Данная ситуация не является улучшением экономического положения каждого из соседей по сравнению с той, когда все расходы на уличное освещение нес на себе первый сосед, потому что у второго соседа при распределении расходов между дачниками на уличное освещение пополам уровень удовлетворенности снизился на 5 единиц.
- 2) Данная ситуация является для обоих дачников более эффективной, чем предыдущая, потому что наблюдается рост суммарной удовлетворенности по сравнению с предыдущей ситуацией на 21 условную единицу ($252 - 231 = 21$).

Задание С (вариант решения 2)

- 1) Учитывая, что предпочтения соседей одинаковы, доход тоже одинаковый, расходы на свет делят поровну, уличное освещение (C) для них сейчас является общественным благом, потребляется ими совместно в одинаковом количестве (свет для них – неделимый товар), получается, что цена освещения снижается для каждого соседа в два раза $\Rightarrow P_C = 50 \Rightarrow$ соотношение цен теперь составляет $P_C/P_X = 50/0.2 = 250$

$$\frac{X}{2C} = \frac{P_C}{P_X} = \frac{50}{0,2} = 250$$

$$\downarrow$$
$$X_1 = X_2 = 500C$$

- 2) Записываем обновленное бюджетное ограничение, с новыми условиями и находим оптимальное кол-во освещения (оно одинаково для каждого соседа)

$$I = P_C C + P_X X$$

$$\downarrow$$
$$300 = 50C + 0,2X$$

$$\downarrow$$
$$300 = 50C + 0,2 * 500 C$$

$$\downarrow$$
$$300 = 50C + 100C \rightarrow C = 2 - \text{это оптимальное кол-во освещения}$$



Находим оптимальное кол-во X для каждого соседа

$X_1 = X_2 = 500 \cdot C = 500 \cdot 2 = 1000$ – это оптимальное кол-во товаров повседневного спроса для каждого соседа.

3) Определяем уровень удовлетворенности от потребления уличного освещения и товаров повседневного потребления каждого из дачников

$$U_1(C, X) = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 1000^{\frac{2}{3}} \approx 126$$

$$U_2(C, X) = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 1000^{\frac{2}{3}} \approx 126$$

4) Оцениваем изменение экономического положения каждого из дачников по сравнению с предыдущей ситуацией, когда первый сосед нес на себе все расходы по уличному освещению

	Уровень удовлетворенности потреблением в предыдущей ситуации (расходы на уличное освещение несет на себе первый сосед)	Уровень удовлетворенности потреблением в текущей ситуации (расходы на уличное освещение соседи делят пополам)	Направление изменения уровня удовлетворенности от потребления
Первый сосед	100	126	↑ на 26 ед.
Второй сосед	131	126	↓ на 5 ед.

Из сравнения выясняем:

- первый сосед увеличивает удовлетворение от потребления на 26 условных единиц
- второй сосед снижает уровень удовлетворенности от потребления на 5 условных единиц.

Вывод – данная ситуация не является улучшением экономического положения каждого из соседей → второму соседу выгоднее быть безбилетником

5) Определяем является ли данная ситуация для обоих дачников вместе взятых более эффективной, по сравнению с предыдущей ситуацией, когда все расходы на уличное освещение нес на себе первый сосед. Для этого сравниваем суммарное удовлетворение от потребления в предыдущей ситуации с суммарным удовлетворением от потребления в текущей ситуации

- суммарное удовлетворение от потребления в предыдущей ситуации:

$$U_1(C, X) + U_2(C, X) = 100 + 131 = 231$$

- суммарное удовлетворение от потребления в текущей ситуации:

$$U_1(C, X) + U_2(C, X) = 126 + 126 = 252$$

Вывод - сравнение показывает, что текущая ситуация является для обоих дачников более эффективной, чем предыдущая ($252 > 231$). Но поскольку, рост суммарной удовлетворенности был обеспечен за счет снижения удовлетворенности второго соседа, то назвать такую ситуацию улучшением нельзя.

Ответ

1) Данная ситуация не является улучшением экономического положения каждого из соседей по сравнению с той, когда все расходы на уличное освещение нес на себе первый сосед, потому что у второго соседа при распределении расходов между дачниками на уличное освещение пополам уровень удовлетворенности снизился на 5 единиц.

2) Данная ситуация является для обоих дачников более эффективной, чем предыдущая, потому что наблюдается рост суммарной удовлетворенности по сравнению с предыдущей ситуацией на 21 условную единицу ($252 - 231 = 21$).

Задание D

1) Используем уравнения бюджетного ограничения каждого из соседей:

- первый сосед (берет на себя 75% расходов на уличное освещение):

$$I_1 = P_C C + P_X X \rightarrow 300 = 0,75(100 \cdot 2) + 0,2 \cdot X_1 \rightarrow X_1 = 750 \text{ ед.}$$

- второй сосед (берет на себя 25% расходов на уличное освещение):

$$I_2 = P_C C + P_X X \rightarrow 300 = 0,25(100 \cdot 2) + 0,2 \cdot X_2 \rightarrow X_2 = 1250 \text{ ед.}$$

2) Находим уровень удовлетворенности от освещения улицы и товаров повседневного спроса каждого из дачников:

$$U_1(C, X) = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 750^{\frac{2}{3}} \approx 104$$

$$U_2(C, X) = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 1250^{\frac{2}{3}} \approx 146$$

3) Сравниваем изменение экономического положения каждого из дачников по сравнению с предыдущей ситуацией, когда они делили расходы по уличному освещению пополам:

	Уровень удовлетворенности потреблением в ситуации, когда все расходы на уличное освещение нес первый сосед	Уровень удовлетворенности потреблением в текущей ситуации (расходы на уличное освещение соседи делят в пропорции 75% к 25%)	Направление изменения уровня удовлетворенности от потребления
Первый сосед	100	104	↑ на 4 ед.
Второй сосед	131	146	↑ на 15 ед.

Из сравнения выясняем:

- первый сосед увеличивает удовлетворение от потребления на 4 условных единиц
- второй сосед увеличивает уровень удовлетворенности от потребления на 15 условных единиц.

Вывод – данная ситуация является улучшением экономического положения каждого из соседей.

4) Определяем является ли данная ситуация для обоих дачников вместе взятых более эффективной, по сравнению с ситуацией, когда все расходы на уличное освещение нес на себе первый сосед. Для этого сравниваем суммарное удовлетворение от потребления в двух этих ситуациях

- суммарное удовлетворение от потребления, когда первый сосед нес все расходы на уличное освещение:

$$U_1(C, X) + U_2(C, X) = 100 + 131 = 231$$

- суммарное удовлетворение от потребления в текущей ситуации:

$$U_1(C, X) + U_2(C, X) = 104 + 146 = 250$$

Вывод - сравнение показывает, что текущая ситуация является для обоих дачников более эффективной, чем предыдущая ($250 > 231$).

Ответ

- 1) Данная ситуация является улучшением экономического положения каждого из соседей по сравнению с той, когда все расходы на уличное освещение нес на себе первый сосед, потому что при распределении расходов между ними на уличное освещение в пропорции 75% к 25% уровень удовлетворенности обоих вырос – у первого на 4 ед., а у второго на 15 ед.
- 2) Данная ситуация является для обоих дачников более эффективной, в сравнении с той, когда все расходы на освещение нес на себе первый сосед, потому что суммарная удовлетворенность дачников в текущей ситуации на 19 единиц выше, чем исходная ($250 - 231 = 19$).

Задача 3. (правильно и полностью решенная задача оценивается в 25 баллов)

Гибель цивилизации острова Пасхи представляет собой один из наиболее известных примеров социально-экологических катастроф в изолированных сообществах. Экосистема острова была полностью разрушена в результате чрезмерной эксплуатации ресурсов полинезийскими аборигенами, обитавшими на нем. По всему острову велось строительство гигантских каменных статуй (моаи), различные племена ожесточенно соперничали в процессе их создания, что выливалось в масштабную вырубку лесов и последующее резкое сокращение источников поддержания жизнедеятельности людей. Уничтожение леса привело к исчезновению съедобных растений и плодов, вымиранию большинства видов птиц, падению урожайности сельскохозяйственных культур. Утрата деревьев означала и потерю важнейшего сырья для производства каноэ, необходимых для добычи морских ресурсов (Даймонд, 2012). В результате голода, вызванного таким антропогенным воздействием, население острова сократилось с около 15 000 человек на пике (по оценкам археологов) до менее 3 000 человек к моменту его обнаружения европейцами в 1722 г.

Рассмотрим связь между динамикой населения острова Пасхи и динамикой природных ресурсов в простой модели экономического роста, предложенной в статье (Brander, Taylor, 1998). Пусть население острова на начало периода t составляет N_t . Обитатели (аборигены) обеспечивают свою жизнедеятельность путем потребления в виде собранного урожая (H_t) некоторой части имеющихся на острове природных ресурсов. Запас природных ресурсов на начало периода t – это множество, состоящее из лесов, различных животных, запаса рыбы и других пригодных для потребления морепродуктов и т.д. Обозначим его R_t .

Динамика населения острова каждый период времени задается уравнением:

$$N_t - N_{t-1} = \Delta N = -d \cdot N_t + x \cdot H_t$$

Такое уравнение показывает, что рост населения острова положительно зависит от количества урожая в рассматриваемом периоде (так как более высокий уровень потребления, вполне возможно, приведет к меньшей смертности). Коэффициент $x > 0$ демонстрирует, насколько сильно изменение населения на острове зависит от урожая данного периода. Также мы видим, что при нулевом урожае население острова будет сокращаться с темпом $d > 0$ (назовем его темп смертности). Предположим, $x = 0,2$ и $d = 0,036$.

Урожай, собранный в расчете на одного жителя острова в периоде t , является функцией от запаса природных ресурсов на начало периода:

$$\frac{H_t}{N_t} = f \cdot R_t$$

В этом уравнении коэффициент $f > 0$ – это доля ресурсов, используемых в данном периоде для получения урожая. Пусть $f = 0,4$.

Природные ресурсы являются возобновляемым источником. Это означает, что они не уменьшаются постоянно каждый период по мере их использования в виде урожая, возможно их естественное восстановление. Динамика запаса природных ресурсов задается уравнением:

$$R_t - R_{t-1} = \Delta R = G(R_t) - H_t$$

Уравнение демонстрирует, что запас ресурсов сокращается на величину собранного урожая, но при этом восстанавливается естественным образом. $G(R_t)$ – это функция, показывающая, как запас ресурсов возобновляет сам себя. Пусть эта функция задается следующим образом:

$$G(R_t) = gR_t - gR_t^2$$

где $g > 0$: темп, с которым происходит естественное восстановление природных ресурсов

Для того, чтобы ресурсы действительно восстанавливались, необходимо, чтобы функция $G(R_t)$ принимала положительные значения. При $R_t = 1$ дальнейшее возобновление ресурсов невозможно, так как $G(R_t) = 0$. Следовательно, будем считать $R_t = 1$ максимально возможным значением запаса ресурсов на острове. Ситуация, при которой $R_t = 0$, означает, что вся ресурсная база острова исчерпана полностью и не может быть восстановлена.

Ответьте на следующие вопросы (и приведите соответствующие расчеты):

1) Вычислите, при какой конкретной величине R население острова будет неизменным (т.е. не будет ни расти, ни уменьшаться)? Обозначьте эту переменную R^* .

2) Найдите все комбинации N_t и R_t , при которых запас природных ресурсов на острове будет неизменным.

3) Что должно произойти с населением на острове, чтобы запас природных ресурсов был равен своему максимально возможному значению? (при ответе используйте соотношение, выведенное Вами в п. 2)

4) Выведите равновесное (стационарное) количество населения на острове (т.е. такое, при котором и N , и R одновременно будут неизменными). Обозначьте эту переменную N^* . Объясните, какие эффекты рост параметра f (т.е. более интенсивное использование природных ресурсов) может оказывать на равновесное количество населения при прочих равных условиях?

5) Докажите математически, что при рассчитанном Вами в п. 1 значении R^* рост параметра f всегда будет приводить к сокращению равновесного количества населения. Полученный Вами результат интересен тем, что в точности описывает ситуацию, произошедшую на острове Пасхи.

Решение

1) Условие неизменности населения

$$\Delta N = -d \cdot N_t + x \cdot H_t = 0$$

Вместо H_t подставляем величину из выражения

$$\frac{H_t}{N_t} = f \cdot R_t$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Delta N &= -d \cdot N_t + x \cdot f \cdot R_t \cdot N_t = 0 \Rightarrow \\ x \cdot f \cdot R_t \cdot N_t &= d \cdot N_t \Rightarrow x \cdot f \cdot R_t = d \Rightarrow \end{aligned}$$

Получаем, что

$$R^* = \frac{d}{x \cdot f}$$

Подставляем известные значения и находим конкретную величину

$$R^* = \frac{0,036}{0,2 \cdot 0,4} = \frac{0,036}{0,08} = 0,45$$

2) Условие неизменности запаса природных ресурсов

$$\Delta R = G(R_t) - H_t = 0$$

Подставим в него функцию естественного восстановления природных ресурсов и функцию H_t

$$\Delta R = gR_t - gR_t^2 - f \cdot R_t \cdot N_t = 0$$

Упростим

$$\begin{aligned} \Delta R &= gR_t(1 - R_t) - f \cdot R_t \cdot N_t = 0 \Rightarrow \\ gR_t(1 - R_t) &= f \cdot R_t \cdot N_t \Rightarrow g(1 - R_t) = f \cdot N_t \end{aligned}$$

Получаем требуемое соотношение между N_t и R_t

$$N_t = \frac{g(1 - R_t)}{f}$$

То есть мы видим, что запас ресурсов на острове будет оставаться стабильным при всех комбинациях N_t и R_t , удовлетворяющим этому уравнению.

3) Из соотношения $N_t = \frac{g(1-R_t)}{f}$ видим, что при $R_t = 1$ (максимально возможное значение, по условию), $N_t = 0$

Это означает, что для того, чтобы объем природных ресурсов на острове был максимальным, на нем вообще не должно быть людей (интуитивно это понятно: ведь если $N_t > 0$, люди должны что-то потреблять – то есть, частично природные ресурсы будут использоваться для выживания людей, в качестве урожая в любом виде).

4) Здесь нужно рассмотреть одновременную динамику N и R , и найти точку, в которой обе переменные неизменны. Это и будет равновесие модели. Мы уже знаем (из п. 1), что объем природных ресурсов для неизменного N задается условием

$$R^* = \frac{d}{x \cdot f}$$

И собственно, осталось найти значение N , соответствующее этому условию и условию $N_t = \frac{g(1-R_t)}{f}$ (так как следует учесть также и неизменность природных ресурсов).

Тогда для нахождения N^*

$$N^* = \frac{g(1 - R^*)}{f} = \frac{g \left(1 - \frac{d}{x \cdot f} \right)}{f}$$

Можно оставить в таком виде или преобразовать

$$\begin{aligned} N^* &= \frac{g \left(1 - \frac{d}{x \cdot f} \right)}{f} = \frac{g - \frac{g \cdot d}{x \cdot f}}{f} = \frac{\frac{g \cdot x \cdot f - g \cdot d}{x \cdot f}}{f} = \frac{g \cdot x \cdot f - g \cdot d}{x \cdot f^2} \\ &= \frac{g(x \cdot f - d)}{x \cdot f^2} \end{aligned}$$

Вычислить числовое значение N^* нельзя, так как g не дан по условию.

Исходя из полученного соотношения, при росте параметра f возможны два эффекта:

- с одной стороны, более высокий уровень f означает, что люди получают больше урожая, что, как правило, увеличивает численность населения (больше потребление => выше уровень жизни => ниже смертность и возможно выше рождаемость)
- с другой стороны, повышение f означает, что остается меньше ресурсов на острове (так как большая их часть теперь тратится на потребление, и чем меньше запас ресурсов, тем меньшее количество людей может поддерживаться в равновесии)

5) Для строгого доказательства влияния изменений f на N^* возьмем производную

$$\begin{aligned}\frac{dN^*}{df} &= \frac{(g(x \cdot f - d))' \cdot xf^2 - (xf^2)' \cdot (g(x \cdot f - d))}{(xf^2)^2} = \frac{gx \cdot xf^2 - 2xf \cdot (gxf - gd)}{(xf^2)^2} \\ &= \frac{gx \cdot xf^2}{x^2 f^4} - \frac{2xf \cdot (gxf - gd)}{x^2 f^4} = \frac{g}{f^2} - \frac{2 \cdot (gxf - gd)}{xf^3} \\ &= \frac{g}{f^2} - \left(\frac{2gxf}{xf^3} - \frac{2gd}{xf^3} \right) = \frac{g}{f^2} - \left(\frac{2g}{f^2} - \frac{2gd}{xf^3} \right) = \frac{g}{f^2} - \frac{2g}{f^2} + \frac{2gd}{xf^3} = \frac{2gd}{xf^3} - \frac{g}{f^2} \\ &= \frac{g}{f^2} \left(\frac{2d}{xf} - 1 \right)\end{aligned}$$

Из п. 1 заметим, что

$$R^* = \frac{d}{x \cdot f} \Rightarrow \frac{2d}{xf} = 2R^*$$

Тогда перепишем получившееся отношение

$$\frac{dN^*}{df} = \frac{g}{f^2} (2R^* - 1)$$

Видим, что эффект роста f на равновесное количество населения зависит от знака величины в скобках (будет ли она больше или меньше 0).

Мы получили в п. 1 при известных данных, что

$$R^* = 0,45 \Rightarrow 2R^* - 1 = -0,1$$

То есть, знак производной будет $< 0 \Rightarrow$ связь между изменением f и изменением N^* будет обратной: более интенсивное использование ресурсов ведет к снижению населения (именно такой эффект и сработал на острове Пасхи).