Задания отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике 2021-2022 гг.

Отборочный этапа Олимпиады по физике состоял из 8 задач с проверкой правильно вычисленного числового ответа. Каждая из задач составлялась в нескольких вариантах, участнику предлагалось к решению один из вариантов, выбранный случайным образом. Часть задач, предлагаемых к решению участникам разных классов, пересекалась. Ниже в обозначениях задач указывается, каким классам они давались.

8 класс, Задача 1, Вариант 1. При строительстве Великой Пирамиды в Гизе приходилось поднимать известняковые блоки массой **2.5 тонны** на высоту **90 метров**. Определите силу, с которой приходилось тянуть такой блок по наклонной плоскости длиной **300 метров**, если КПД всей системы составлял **75%**. Ускорение свободного падения примите равным **10 Н/кг**, сила направлена вдоль плоскости. Ответ приведите в **килоньютонах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Полезная работа равна MgH, затраченная – FL, откуда E=MgH/FL и F=MgH/EL

Тогда F=10 кН

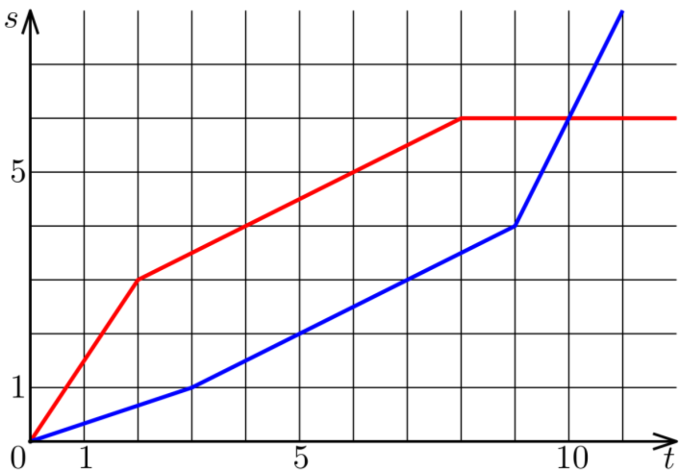
8 класс, Задача 1, Вариант 2 При строительстве Пирамиды Солнца в Теотиуакане приходилось поднимать тяжелые блоки вулканического туфа на высоту **60 метров**. Определите массу такого блока, если на эту высоту их тянули по наклонной плоскости длиной **120 метров** с силой **10 кН**, а КПД всей конструкции составлял **75%**. Ускорение свободного падения примите равным **10 Н/кг**, сила направлена вдоль плоскости. Ответ приведите в **килограммах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Полезная работа равна MgH, затраченная – FL, откуда E=MgH/FL и M=FEL/gH

Тогда M=1500 кг

8 класс, Задача 2, вариант 1: Два тела одновременно стартовали из одной точки и движутся в одном направлении. График зависимости пройденного пути от времени для первого тела изображен на рисунке красной линией, а для второго тела – синей. Цена деления по горизонтальной оси 1 минута, по вертикальной 1 метр. Из приведенных ниже утверждений выберите все правильные:



а) первые 5 мин 2 тело двигалось быстрее 1 тела

б) минимальная скорость 1 тела больше минимальной скорости 2 тела в) оба тела двигались с одинаковой скоростью ровно 5 минут

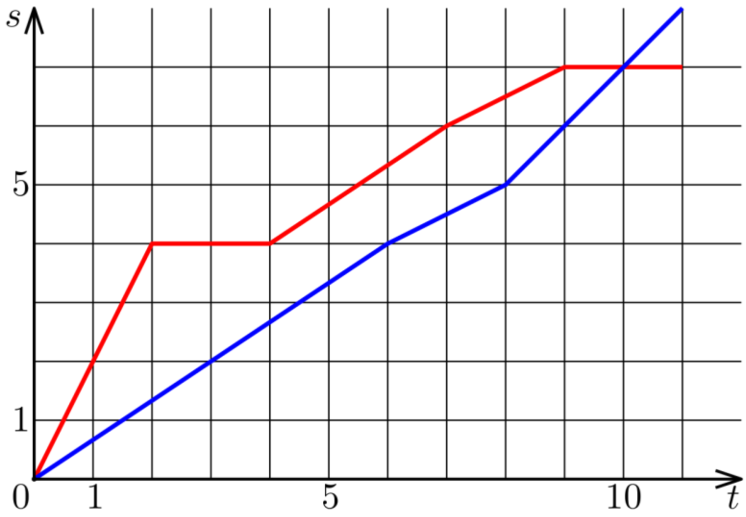
г) за первые 7 мин 1 тело прошло больший путь, чем 2 тело за то же время

д) средняя скорость 1 тела за первые 10 мин больше средней скорости 2 тела за то же время

е) за 11 мин 2 тело прошло больший путь, чем 1 тело за то же время

Ответ: б, г, д

8 класс, Задача 2, вариант 2: Два тела одновременно стартовали из одной точки и движутся в одном направлении. График зависимости пройденного пути от времени для первого тела изображен на рисунке красной линией, а для второго тела – синей. Цена деления по горизонтальной оси 1 минута, по вертикальной 1 метр. Из приведенных ниже утверждений выберите все правильные:



а) в первые 5 мин мгновенная скорость 2 тела была больше мгновенной скорости 1 тела

б) минимальная скорость 2 тела больше минимальной скорости 1 тела

в) через 2 минуты после начала движения 1 тело остановилось

г) за первые 7 мин 1 тело прошло больший путь, чем 2 тело за то же время

д) средняя скорость 1 тела за первые 10 мин больше средней скорости 2 тела за то же время

е) за 11 мин 1 тело прошло больший путь, чем 2 тело за то же время

Ответ: б, в, г

8 класс, Задача 3, вариант 1: Во время тренировки в бассейне спортсмен проплывает первые **300 метров** со скоростью **80 метров в минуту,** затем отдыхает **3 минуты** и проплывает еще **700 метров**, двигаясь в постоянном темпе и тратя по **2 минуты** на каждые **100 м**. Какую среднюю скорость покажет фитнесс-браслет спортсмена в конце тренировки, если во время отдыха на паузу его не ставили? Ответ выразить **в метрах в минуту** и округлить до ближайшего целого числа.

Решение:

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

$$t_1 = \frac{S_1}{V_1}$$

Темп – физическая характеристика, обратная к скорости (надо обращать внимание на единицы измерения темпа – перевести из минут на 100м в секунды на метры, либо же путь измерять не в метрах, а в сотнях метров):

$$\tau = \frac{1}{V_3}, t_3 = S_3\tau$$

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = (S_1 + S_3)/(\frac{S_1}{V_1} + t_2 + S_3\tau)$$

8 класс, Задача 3, вариант 2: Спортсмен тренируется в парке и первые **20 минут** бежит со скоростью **12 км/ч**, затем делает короткую разминку в течение **10 минут** и бежит еще **4 километра**, двигаясь в постоянном темпе и тратя по **4.5 минуты на километр**. Какую среднюю скорость покажет фитнесс-браслет спортсмена в конце тренировки, если во время разминки на паузу его не ставили? Ответ приведите в **км/ч** и округлите до ближайшего целого.

Решение:

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

$$t_1 = \frac{S_1}{V_1}$$

Темп – физическая характеристика, обратная к скорости (надо обращать внимание на единицы измерения темпа – перевести из минут на 100м в секунды на метры, либо же путь измерять не в метрах, а в сотнях метров):

$$\tau = \frac{1}{V_3}, t_3 = S_3\tau$$

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = (V_1 t_1 + S_3)/(t_1 + t_2 + S_3\tau)$$

Ответ: 10 км/ч

8 класс, Задача 4, вариант 1: На заводе изготавливают жидкий химикат плотностью **1250 кг/м^3** путем смешения двух растворов плотностями **1050 кг/м^3** и **1350 кг/м^3**. Из-за изменения физико-химических свойств объем конечного продукта составляет **95 процентов** от суммарного объема исходных растворов. Определите, какую массу первого раствора необходимо взять, чтобы получить **1 тонну** конечного продукта? Ответ приведите в **килограммах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Суммарная масса прекурсоров равна массе конечного продукта:

$$m_1 + m_2 = M$$

По условию дано соотношение на объемы:

$$V = k(V_1 + V_2)$$

Зная, что масса равна произведению плотности на объем, распишем:

$$V = k(V_1 + V_2) => \frac{M}{\rho} = k\left(\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}\right) => \frac{M}{\rho} = k\left(\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{M - m_1}{\rho_2}\right) => \frac{M}{\rho k} = \frac{m_1\rho_2 + M\rho_1 - m_1\rho_1}{\rho_1\rho_2}$$

$$m_1(\rho_2 - \rho_1) = M\rho_1\left(\frac{\rho_2}{\rho k} - 1\right) => m_1 = \frac{M\rho_1}{(\rho_2 - \rho_1)}\left(\frac{\rho_2}{\rho k} - 1\right)$$

Ответ: 479 кг

8 класс, Задача 4, вариант 2: На плавильном заводе изготавливают сплав из железа, алюминия и хрома, имеющий плотность **7112 кг/м^3**. Рабочие отправили в плавильню **700 Тонн** железа и **40 Тонн** алюминия. Определите, сколько **тонн** хрома нужно отправить рабочим в плавильню, чтобы получить сплав необходимой плотности. Плотность железа **7800 кг/м^3**, плотность алюминия **2700 кг/м^3**, плотность хрома **7200 кг/м^3**. Объем сплава равен сумме объемов чистых металлов, входящих в его состав.

Решение:

Масса конечного сплава складывается из масс составляющих:

$$m_1 + m_2 + m_3 = M$$

Аналогично для объема:

$$V_1 + V_2 + V_3 = V$$

Расписываем:

$$\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_3}{\rho_3} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\rho} => m_3\left(\frac{1}{\rho_3} - \frac{1}{\rho}\right) = m_1\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_1}\right) + m_2\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_2}\right)$$

$$-m_3\left(1 - \frac{\rho}{\rho_3}\right) = m_1\left(1 - \frac{\rho}{\rho_1}\right) + m_2\left(1 - \frac{\rho}{\rho_2}\right) => m_3 = -\frac{m_1\left(1 - \frac{\rho}{\rho_1}\right) + m_2\left(1 - \frac{\rho}{\rho_2}\right)}{\left(1 - \frac{\rho}{\rho_3}\right)}$$

Ответ: 296 тонн

8 класс, задача 5, 9 класс, задача 1, вариант 1 Кабестан – специальное устройство, применяемое на кораблях для поднятия тяжелых грузов и якорей – представляет собой цилиндрический барабан с вертикальной осью. При вращении кабестана на барабан наматывается цепь, а прикрепленный к цепи якорь поднимается вверх. Матрос равномерно вращает кабестан, прикладывая силу **100 Н** к его ручке на расстоянии **1.5 м** от оси. Определите массу поднимаемого якоря, если диаметр барабана кабестана равен **0.6 м**. Трением во всех узлах механизма и массой цепи пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным **10 Н/кг.** Ответ приведите **в килограммах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Пусть матрос совершил один оборот барабана. Тогда проделанная им работа равна (R – радиус барабана):

$$A = F * 2\pi R$$

С другой стороны, груз поднимается на веревке. При одном обороте якорь поднялся на высоту (d – диаметр барабана):

$$H = \pi d$$

А работа по подъему якоря равна:

$$A = mg\pi d$$

Приравнивая работы, находим:

$$F * 2\pi R = mg\pi d => m = \frac{2RF}{gd}$$

(можно решить через правило моментов, непосредственно нарисовав барабан и прикладываемые к нему силы).

Ответ: 50 кг

8 класс, задача 5, 9 класс, задача 1, вариант 2 Для подъема ведра с водой из колодца часто используется колодезный ворот. Он представляет собой деревянный цилиндр на оси, к которому прикреплена веревка с ведром. Ворот вращают при помощи рукоятки, прикрепленной к оси ворота. Определите, с какой силой нужно вращать рукоятку ворота, чтобы вытащить ведро с **10 литрами** воды? Длина рукоятки **0.6 м**, диаметр цилиндра ворота **0.3 м**. Трением в оси ворота и массой пустого ведра с веревкой пренебречь. Плотность воды **1000 кг/м^3**. Ускорение свободного падения примите равным **10 Н/кг**. Ответ приведите в **ньютонах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Пусть совершили один оборот ворота. Тогда проделанная работа равна (R – длина рукоятки):

$$A = F * 2\pi R$$

С другой стороны, ведро поднимается на веревке. При одном обороте ведро поднялось на высоту (d – диаметр цилиндра):

$$H = \pi d$$

А работа по подъему ведра равна:

$$A = mg\pi d$$

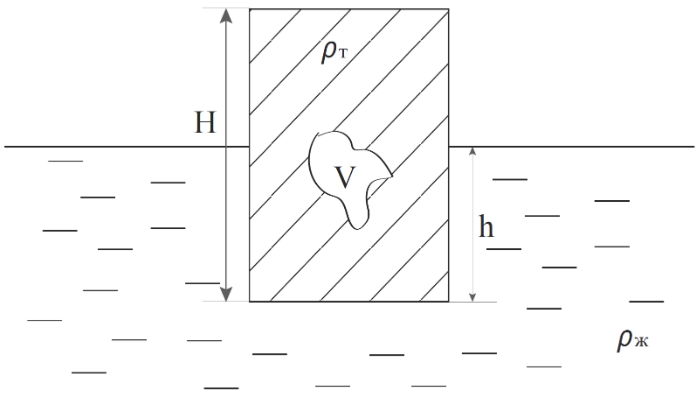
Приравнивая работы, находим:

$$F * 2\pi R = mg\pi d => F = \frac{mgd}{2R} = \frac{\rho V g d}{2R}$$

(можно решить через правило моментов, непосредственно нарисовав барабан и прикладываемые к нему силы).

Ответ: 25 Н

8 класс, задача 6, 9 класс, задача 2, вариант 2 Брусок в форме параллелепипеда высотой **20.5 см** и с площадью основания **132 см^2**, сделанный из дерева плотностью **650 кг/м^3**, плавает на поверхности жидкости плотностью **1025 кг/м^3** так, как показано на рисунке. Внутри бруска находится небольшая полость. Найдите объем полости, если известно, что брусок погружен в жидкость на глубину **11 см**. Ответ приведите **в см^3**, округлив до ближайшего целого числа.



Решение:

Условие равновесия бруска:

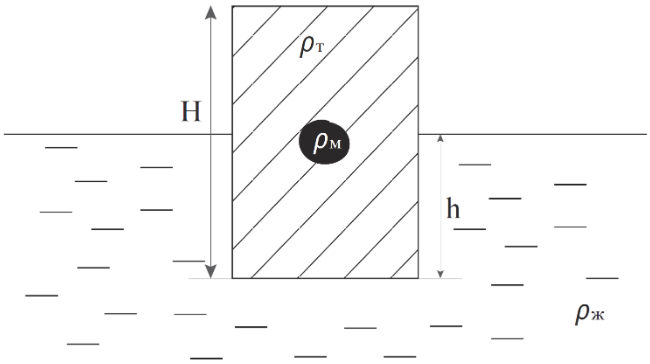
$$mg = F_{\text{арх}}$$

Масса тела равна произведению плотности тела на его объем, из которого вычитаем объем полости. Масса вытесненной жидкости же равна плотности жидкости на погруженный в воду объем тела. Тогда получаем:

$$\rho_{\text{т}}(HS - V)g = \rho_{\text{ж}}hSg => \rho_{\text{т}}HS - \rho_{\text{т}}V = \rho_{\text{ж}}hS => V = \left(H - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{т}}}h\right)S$$

Ответ: 416 см^3.

8 класс, задача 6, 9 класс, задача 2, вариант 2 Брусок в форме параллелепипеда высотой **19 см** и с площадью основания **102 см^2**, сделанный из парафина плотностью **900 кг/м^3**, плавает на поверхности жидкости плотностью **1000 кг/м^3** так, как показано на рисунке. Внутри бруска находится небольшой кусок цинка плотностью **7100 кг/м^3**. Найдите массу цинка, если известно, что брусок погружен в жидкость на глубину **18 см**. Ответ приведите в **граммах**, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Условие равновесия бруска (обозначим *M* – масса бруска, *m* – масса металла):

$$Mg + mg - Fa = 0$$

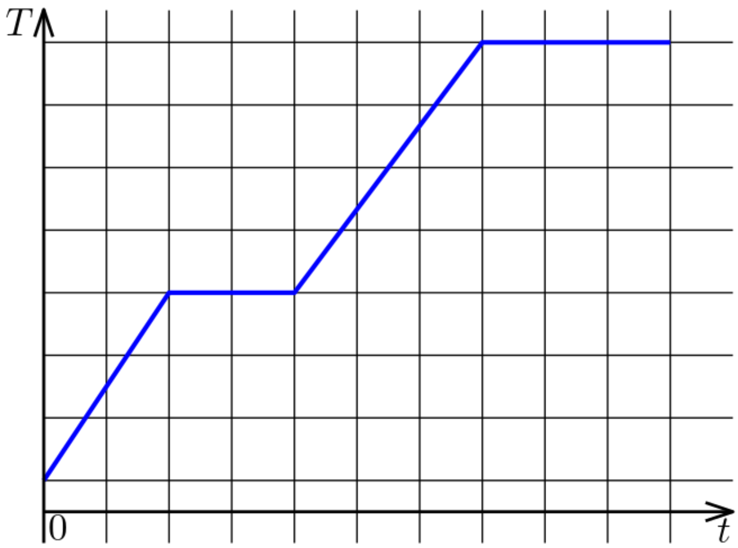
Масса тела равна произведению плотности тела на его объем, из которого вычитаем объем, занимаемый металлом. Масса вытесненной жидкости же равна плотности жидкости на погруженный в воду объем тела. Тогда получаем:

$$\rho_{\text{т}}\left(HS - \frac{m}{\rho_{\text{м}}}\right)g + mg = \rho_{\text{ж}}hSg => \rho_{\text{т}}HS - \rho_{\text{т}}\frac{m}{\rho_{\text{м}}} + m = \rho_{\text{ж}}hS => m\left(1 - \frac{\rho_{\text{т}}}{\rho_{\text{м}}}\right) = \rho_{\text{ж}}hS - \rho_{\text{т}}HS$$

$$m = \frac{(\rho_{\text{ж}}h - \rho_{\text{т}}H)S}{\left(1 - \frac{\rho_{\text{т}}}{\rho_{\text{м}}}\right)}$$

Ответ: 105 г

8 класс, задача 7, 9 класс, задача 3, вариант 1 Экспериментатор греет "загадочное" вещество на электроплитке и строит график зависимости его температуры от времени. Цена деления по горизонтальной оси **5 минут**, по вертикальной **25 $^{\circ}$С**. В ходе эксперимента вещество расплавилось, а через некоторое время закипело. В спешке экспериментатор забыл записать начальную температуру вещества, но запомнил, что первые **15 минут** мощность нагревателя была в **2 раза меньше**, чем все остальное время. Помогите ему определить по имеющимся данным, **во сколько раз** теплоемкость вещества в жидком агрегатном состоянии больше теплоемкости вещества в твердом состоянии. Приведите ответ, округлив его до ближайшего целого.



Решение:

Обозначим цену деления по горизонтальной оси dt, по вертикальной – dT. Сообщенное за некоторое время количество теплоты равно произведению теплоемкости на изменение температуры (которое определяется по оси ординат). С другой стороны, та же теплота равна произведению мощности нагревателя на время (определяется по оси абсцисс). Тогда можно записать:

$$C_1 \cdot 3dT = P_1 \cdot 2dt$$

$$C_2 \cdot 4dT = P_2 \cdot 3dt$$

$$\frac{3C_1}{4C_2} = \frac{2P_1}{3P_2}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{9P_2}{8P_1}$$

(для решения задачи знать цены деления необязательно, достаточно сосчитать клеточки на графике)

Ответ: 2

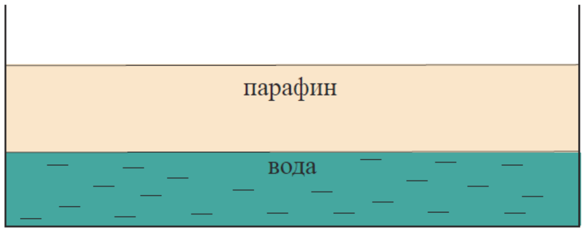
8 класс, задача 7, 9 класс, задача 3, вариант 2 Экспериментатор греет "загадочное" вещество на электроплитке и строит график зависимости его температуры от времени. Цена деления по горизонтальной оси **5 мин**. В ходе эксперимента вещество расплавилось, а через некоторое время закипело. В спешке экспериментатор забыл записать цену деления по вертикальной оси, но запомнил, что плавление началось при **5 ^{o}С**, а кипение при **95 ^{o}С**, а первые **15 минут** мощность нагревателя была **в 3 раза меньше**, чем все остальное время. Помогите ему определить по имеющимся данным, **во сколько раз** теплоемкость вещества в жидком агрегатном состоянии больше теплоемкости вещества в твердом состоянии? Приведите ответ, округлив до ближайшего целого.

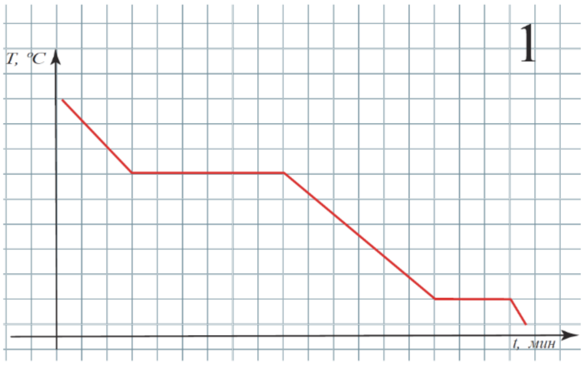
Решение:

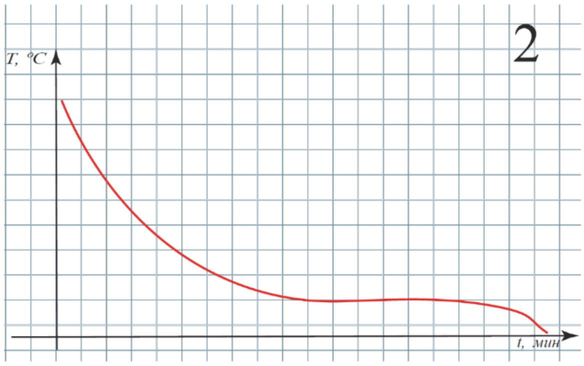
Решение аналогично варианту 1, за тем исключением, что по имеющимся данным определяем цену деления шкалы по температуре. Опять же, строго говоря, знать цену деления не нужно, важны лишь число клеточек и отношение мощностей.

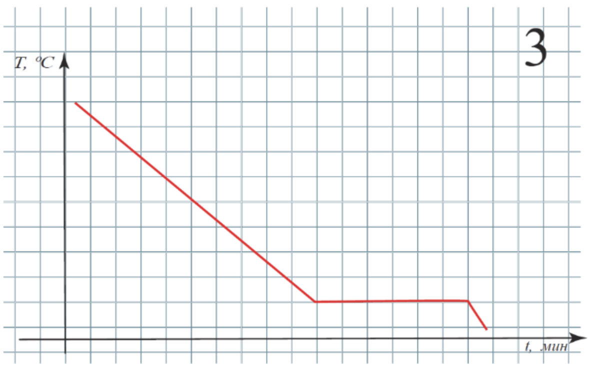
Ответ: 3

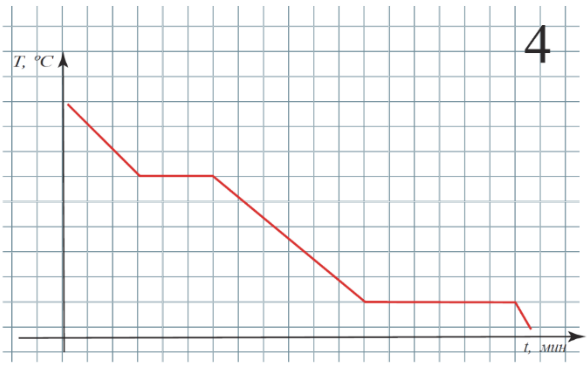
8 класс, задача 8, 9 класс, задача 4, вариант 1 В чашку Петри (см. рисунок) налиты вода и жидкий парафин, находящиеся в тепловом равновесии при **80 ^{o}C**, массы веществ одинаковы. Чашку охлаждают, снимая показания с погруженного в нее термометра. Удельная теплота плавления льда **$3.3 \cdot 10^{5}$ Дж/кг**, удельная теплота плавления парафина **$1.65 \cdot 10^{5}$ Дж/кг**. Укажите номер графика, правильно описывающего изменение температуры со временем, если известно, что скорость теплоотвода была постоянна.









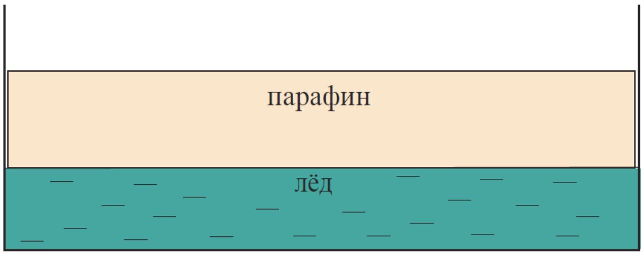


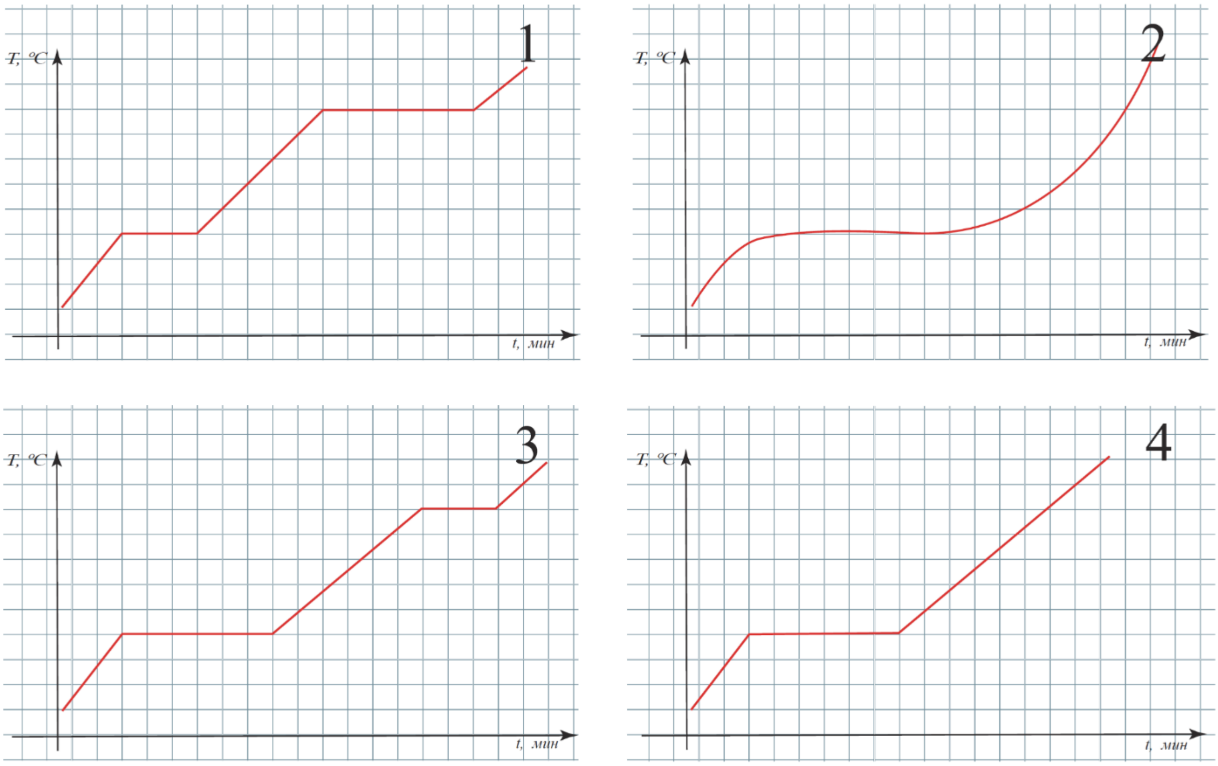
Решение:

Чашка Петри обеспечивает большую площадь контакта между водой и парафином, что обеспечивает, что при замерзании одной из компонент градусник будет показывать неизменную температуру. Поэтому правильный график либо №2, либо №4. Далее, поскольку теплота плавления льда в 2 раза больше, чем у парафина, то с учетом одинаковых масс обоих веществ вода будет замерзать дольше, чем до этого замерзал парафин. Поэтому правильный ответ – график №4.

Ответ: график №4

8 класс, задача 8, 9 класс, задача 4, вариант 2 В чашке Петри (см. рисунок) находятся лёд и парафин в тепловом равновесии при **–30 ^{o}C**, массы веществ одинаковы. Чашку нагревают, снимая показания с погруженного в нее термометра. Удельная теплота плавления льда **$3.3 \cdot 10^{5}$ Дж/кг**, удельная теплота плавления парафина **$1.65 \cdot 10^{5}$ Дж/кг**. Укажите номер графика, правильно описывающего изменение температуры со временем, если известно, что скорость подвода тепла была постоянна.



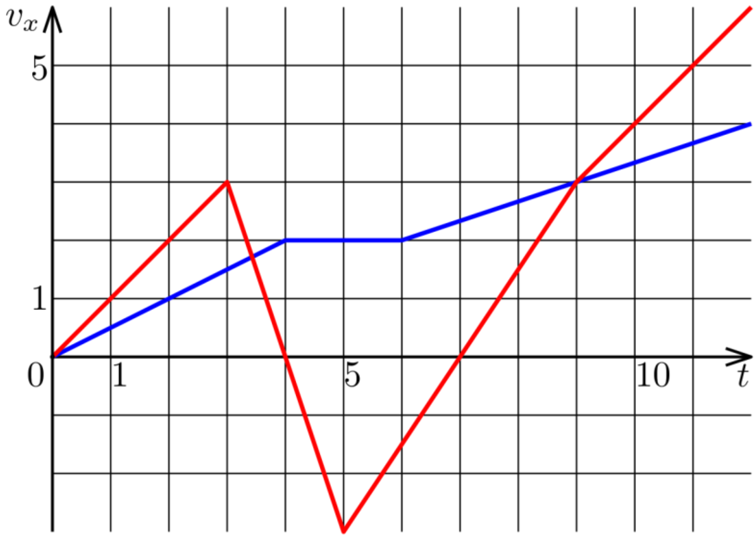


Решение:

Решение аналогично Варианту 1, правильный ответ – график №3.

Ответ: график №3

9 класс, задача 5, 10 класс, задача 1, вариант 1: Два тела одновременно стартовали из одной точки и движутся вдоль оси x. График зависимости проекции скорости первого тела изображен на рисунке красной линией, а второго тела – синей. Цена деления по горизонтальной оси **1 с**, по вертикальной **1 м/с**. Из приведенных ниже утверждений выберите все правильные:



а) путь, пройденный 2 телом за 12 с, меньше пути, пройденного 1 телом за то же время

б) проекция скорости 1 тела была больше проекции скорости 2 тела не менее 7 с

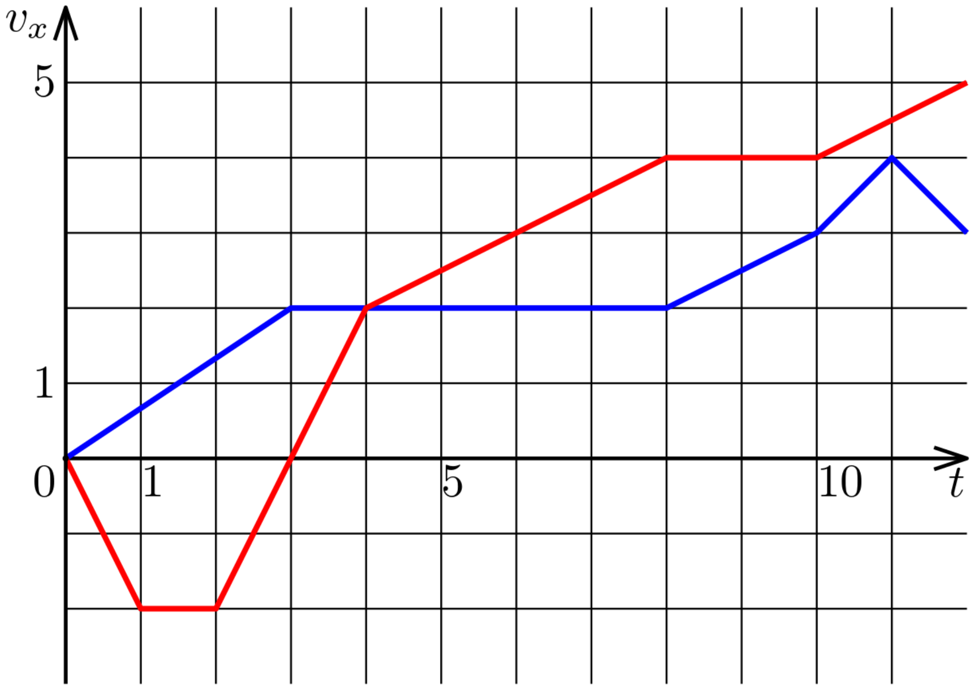
в) модуль скорости 1 тела был больше модуля скорости 2 тела не менее 7 с

г) 1 тело меняло направление движения

д) через 9 с после начала движения координата 2 тела меньше, чем координата 1 тела

Ответ: а, в, г

9 класс, задача 5, 10 класс, задача 1, вариант 1: Два тела одновременно стартовали из одной точки и движутся вдоль оси x. График зависимости проекции скорости первого тела изображен на рисунке красной линией, а второго тела – синей. Цена деления по горизонтальной оси **1 с**, по вертикальной **1 м/с**. Из приведенных ниже утверждений выберите все правильные:



а) путь, пройденный 2 телом за 12 с, меньше пути, пройденного 1 телом за то же время

б) проекция скорости 1 тела была меньше проекции скорости 2 тела более 5 с

в) модуль скорости 1 тела был больше модуля скорости 2 тела не менее 10 с г) 1 тело меняло направление движения

д) через 10 с после начала движения координата 2 тела меньше, чем координата 1 тела

Ответ: а, в, г

9 класс, задача 6, 10 класс, задача 2, вариант 1 Маршрут скоростного поезда состоит из 3 участков одинаковой длины. На первом участке поезд движется равноускоренно, на втором – равномерно с набранной на первом участке скоростью, на третьем – тормозит до полной остановки. Определите среднюю скорость поезда на всем пути, если его средняя скорость на первом участке составляла **50 км/ч**, а модули ускорения на первом и третьем участках равны. Ответ приведите в **км/ч**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Обозначим весь путь за S, модуль ускорения за *a,* время движения на каждом из участков за t_1, t_2 и t_3. Средняя скорость поезда на всем пути:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + t_2 + t_3}$$

Поскольку модуль ускорения и длины участков разгона и торможения равны, то

$$t_1 = t_3$$

Для первого участка можно записать:

$$\frac{S}{3} = \frac{at_1^2}{2}$$

Скорость на втором участке:

$$v_2 = at_1$$

Путь для второго участка:

$$\frac{S}{3} = at_1t_2$$

Подставим выражения для трети пути из первого участка:

$$at_1t_2 = \frac{at_1^2}{2} => t_2 = \frac{t_1}{2}$$

Подставляем выражения для времени в выражение для средней скорости:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + \frac{t_1}{2} + t_1} = \frac{2}{5}\frac{S}{t_1}$$

По условия дано:

$$\frac{S}{3t_1} = 50 \text{ км/ч}$$

Откуда получаем окончательный ответ в 60 км/ч.

Ответ: 60 км/ч.

9 класс, задача 6, 10 класс, задача 2, вариант 2 Маршрут скоростного поезда состоит из 3 участков одинаковой длины. На первом участке поезд движется равноускоренно, на втором – равномерно с набранной на первом участке скоростью, на третьем – тормозит до полной остановки.

Определите скорость поезда на втором участке пути, если его средняя скорость на всем пути составила **120 км/ч**, а модули ускорения на первом и третьем участках равны. Ответ приведите в **км/ч**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Обозначим весь путь за S, модуль ускорения за *a,* время движения на каждом из участков за t_1, t_2 и t_3. Средняя скорость поезда на всем пути:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + t_2 + t_3}$$

Поскольку модуль ускорения и длины участков разгона и торможения равны, то

$$t_1 = t_3$$

Для первого участка можно записать:

$$\frac{S}{3} = \frac{at_1^2}{2}$$

Скорость на втором участке:

$$v_2 = at_1$$

Путь для второго участка:

$$\frac{S}{3} = at_1t_2$$

Подставим выражения для трети пути из первого участка:

$$at_1t_2 = \frac{at_1^2}{2} => t_1 = t_3 = 2t_2$$

Подставляем выражения для времени в выражение для средней скорости:

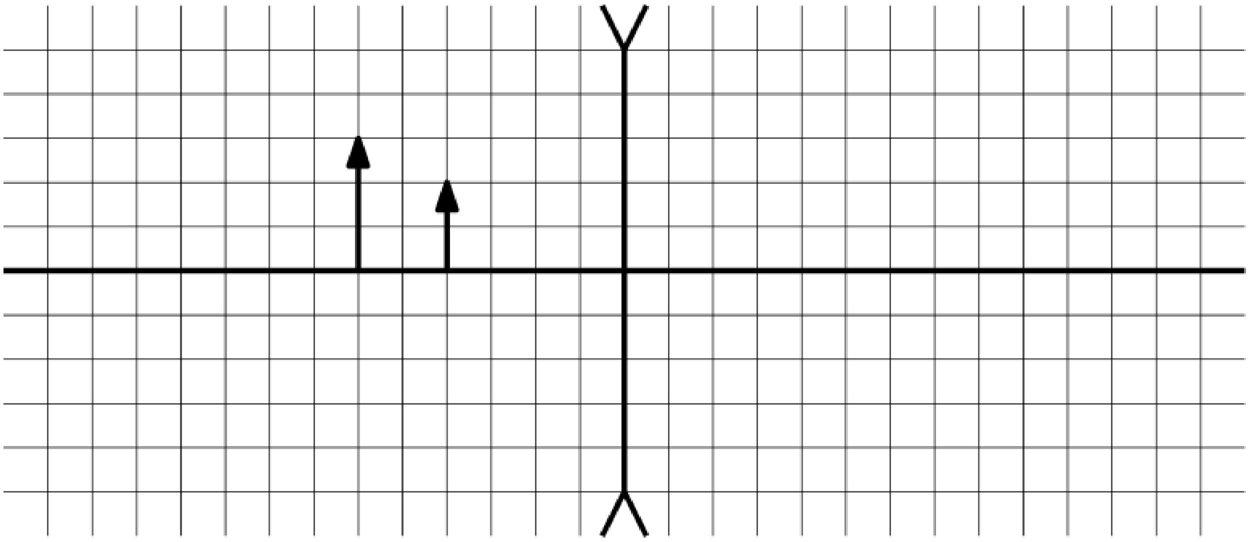
$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{2t_2 + t_2 + 2t_2} = \frac{1}{5}\frac{S}{t_2} = 120\ \text{км/ч}$$

Необходимо найти скорость на втором участке пути:

$$\frac{S}{3t_2} = 200\ \text{км/ч}$$

Ответ: 200 км/ч

9 класс, задача 7, 10 класс, задача 3, вариант 1 Завершив чертеж оптической схемы проведенного эксперимента, ученый оставил его на подоконнике. Поливая цветы на следующий день, он случайно залил чертеж водой, в результате чего часть линий смылась. Помогите ему восстановить чертеж, определив фокусное расстояние линзы. Ответ приведите в **сантиметрах**, учитывая, что одна клетка соответствует 1 сантиметру.



Решение:

Поскольку линза рассеивающая (согласно схеме), то уравнение тонкой линзы будет записано как:

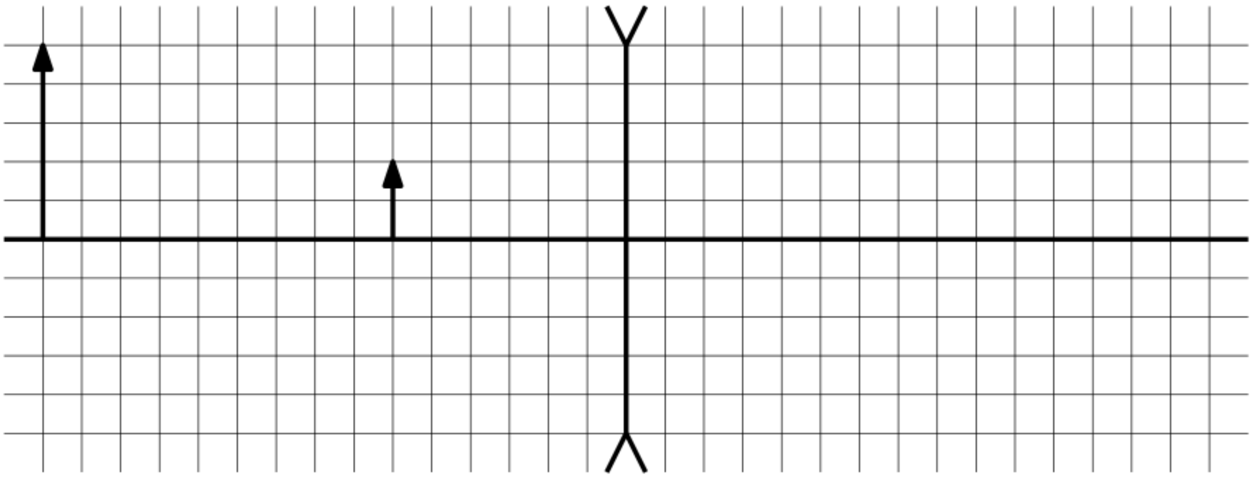
$$-\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f}$$

Где d – расстояние от объекта до линзы, f – расстояние от изображения до линзы, F – фокусное расстояние. Рассеивающая линза дает мнимое уменьшенное изображение, поэтому большая из стрелок – это объект, меньшая – изображение. Тогда, согласно рисунку d=6, f=4 и F=12 см.

(задачу можно решить графически, аккуратно воспроизведя ход лучей по клеточкам).

Ответ: 12 см.

9 класс, задача 7, 10 класс, задача 3, вариант 2 Завершив чертеж оптической схемы проведенного эксперимента, ученый оставил его на подоконнике. Поливая цветы на следующий день, он случайно залил чертеж водой, в результате чего часть линий смылась. Помогите ему восстановить чертеж, определив фокусное расстояние линзы. Ответ приведите в **сантиметрах**, учитывая, что одна клетка соответствует 1 сантиметру.



Поскольку линза рассеивающая (согласно схеме), то уравнение тонкой линзы будет записано как:

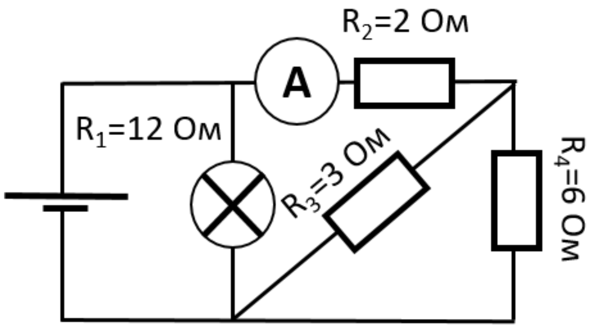
$$-\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f}$$

Где d – расстояние от объекта до линзы, f – расстояние от изображения до линзы, F – фокусное расстояние. Рассеивающая линза дает мнимое уменьшенное изображение, поэтому большая из стрелок – это объект, меньшая – изображение. Тогда, согласно рисунку d=15, f=6 и F=10 см.

(задачу можно решить графически, аккуратно воспроизведя ход лучей по клеточкам).

Ответ: 10 см.

9 класс, задача 8, 10 класс, задача 4, вариант 1 На схеме изображена электрическая цепь постоянного тока с подключенной лампочкой R_1, резисторами R_2, R_3, R_4 и амперметром. Определите мощность, выделяемую на лампочке, если амперметр показывает ток в **6 А**. Ответ приведите в **ваттах**, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Выделяемая на лампочке мощность равна:

$$P = U^2/R_1$$

Чтобы найти мощность, необходимо найти напряжение на лампочке. Оно будет равно напряжению на участке цепи с амперметром и тремя сопротивлениями:

$$U = IR'$$

Ток в этом участке нам известен, нужно найти сопротивление R'.

Сопротивления R_3 и R_4 соединены параллельно, R_2 – последовательно с ними. Поэтому сопротивление этого участка равно:

$$R' = R_2 + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)^{-1} = 4 \text{ Ом}$$

Тогда напряжение

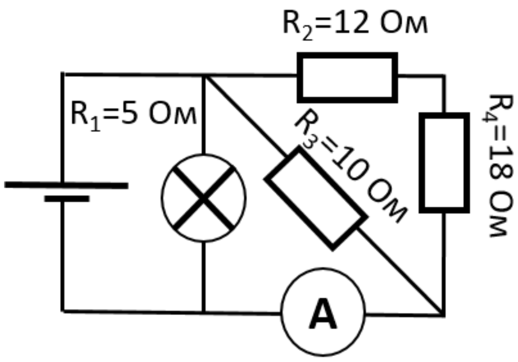
$$U = IR' = 6[A] * 4\ [\text{Ом}] = 24 \text{ В}$$

И мощность

$$P = \frac{U^2}{R_1} = 48 \text{ Вт}$$

Ответ: 48 Вт

9 класс, задача 8, 10 класс, задача 4, вариант 2 На схеме изображена электрическая цепь постоянного тока с подключенной лампочкой R_1, резисторами R_2, R_3, R_4 и амперметром. Определите мощность, выделяемую на лампочке, если амперметр показывает ток в **4 А**. Ответ приведите в **ваттах**, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Выделяемая на лампочке мощность равна:

$$P = U^2/R_1$$

Чтобы найти мощность, необходимо найти напряжение на лампочке. Оно будет равно напряжению на участке цепи с амперметром и тремя сопротивлениями:

$$U = IR'$$

Ток в этом участке нам известен, нужно найти сопротивление R'.

Сопротивления R_2 и R_4 соединены последовательно, R_3 – параллельно с ними. Поэтому сопротивление этого участка равно:

$$R' = \left(\frac{1}{R_2 + R_4} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{12+18} + \frac{1}{10}\right)^{-1} = 7.5 \text{ Ом}$$

Тогда напряжение

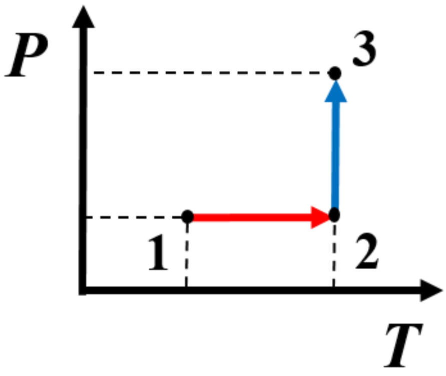
$$U = IR' = 4[A] * 7.5\ [\text{Ом}] = 30 \text{ В}$$

И мощность

$$P = \frac{U^2}{R_1} = 180 \text{ Вт}$$

Ответ: 180 Вт

10 класс, задача 5, 11 класс, задача 1, вариант 1 Изменение состояния идеального одноатомного газа в количестве **1 моль** проиллюстрировано на графике. Известно, что в результате процесса 1–3 внутренняя энергия газа изменилась на **4986 Дж**, давление увеличилось в **2 раза**, а конечный объем оказался равен начальному. Определите начальную температуру газа. Универсальная газовая постоянная равна **8.31 Дж/(моль·К)**. Ответ приведите в **кельвинах**, округлив до ближайшего целого.



Решение

Процесс 1-2 изобарический:

$$p_1 = p_2 = p$$

из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Процесс 2-3 изотермический:

$$p_2 V_2 = p_3 V_3$$

По условию имеем:

$$V_1 = V_3, P_3 = \alpha P_2$$

Подставим в уравнение для процесса 2-3 с учетом условия задачи:

$$pV_2 = \alpha p V_3 => V_2 = \alpha V_3 = \alpha V_1$$

Подставим полученное выражение для объемов в уравнение для процесса 1-2

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{\alpha V_1} = \frac{T_1}{T_2} => T_2 = \alpha T_1$$

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа изменяется только в процессе 1-2

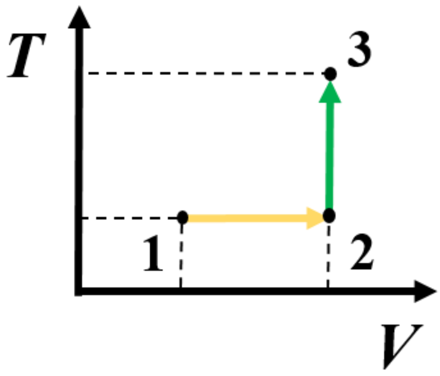
$$\Delta U_{12} = dU = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(\alpha T_1 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R T_1(\alpha - 1)$$

Отсюда определим начальную температуру газа:

$$T_1 = \frac{2dU}{3\nu R(\alpha - 1)}$$

Ответ: 400 К

10 класс, задача 5, 11 класс, задача 1, вариант 2 Изменение состояния идеального одноатомного газа в количестве **1 моль** проиллюстрировано на графике. Известно, что в результате процесса 1–3 внутренняя энергия газа изменилась на **9972 Дж**, объем газа увеличился в **3 раза**, а конечное давление оказалось равно начальному. Определите начальную температуру газа. Универсальная газовая постоянная равна **8.31 Дж/(моль·К)**. Ответ приведите в **кельвинах**, округлив до ближайшего целого.



Решение

Процесс 1-2 – изотермический $T_1 = T_2$. Из уравнения Менделеева-Клапейрона имеем:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p_1 \frac{V}{\alpha} = p_2 V$$

$$p_1 = \alpha p_2$$

Процесс 2-3 изохорный, через ур М.-К. получаем:

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}$$

По условию:

$$p_1 = p_3$$

Подставим:

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_3} => \frac{p_2}{T_2} = \frac{\alpha p_2}{T_3} => \alpha T_2 = T_3$$

Внутренняя энергия одноатомного газа изменяется только на участке 2-3:

$$\Delta U_{23} = dU = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\, \nu R(\alpha - 1) T_2$$

И тогда:

$$T_1 = T_2 = \frac{2dU}{3\nu R(\alpha - 1)}$$

Ответ: 400 К

10 класс, задача 6, 11 класс, задача 2, вариант 1 Гвоздь массой **1 г** забит в закрепленную доску, не до конца, но так, что его острый конец выходит с другой стороны доски. Чтобы начать его вытаскивать, необходимо было бы тянуть с силой в **80 Н**. На сколько **миллиметров** опустится шляпка этого гвоздя, если по нему ударить молоточком массой **200 г** со скоростью **3 м/с**? Считать, что молоточек на гвоздь опускают с постоянной скоростью, а после удара они движутся как единое целое. Ответ округлите до ближайшего целого.

Решение:

Запишем закон сохранения импульса для гвоздя и молоточка:

$$Mv = (m+M)v' => v' = \frac{M}{m+M}v$$

Кинетическая энергия гвоздя и молоточка пойдет на работу силы трения:

$$\frac{(M+m)v'^2}{2} = F_{\text{тр}}\Delta l$$

Сила трения дана по условию. Выражаем Δl:

$$\Delta l = \frac{(M+m)M^2v^2}{2F_{\text{тр}}(m+M)^2} = \frac{M^2v^2}{2F_{\text{тр}}(M+m)}$$

Ответ: 11.19≈11 мм

10 класс, задача 6, 11 класс, задача 2, вариант 1 Потолок в сарае сделан из деревянных досок. В одну из досок снизу вертикально забит гвоздь массой **0.5 г**, не до конца, но так, что его острый конец выходит с другой стороны доски. После удара молотком массой **300 г** со скоростью **2 м/с** гвоздь погрузился в доску на **5 мм**. Определите максимальную массу груза, который можно было бы подвесить за шляпку этого гвоздя. Ускорение свободного падения примите равным **10 м/с^2**. Считать, что молоточек на гвоздь опускают с постоянной скоростью, а после удара они движутся как единое целое. Ответ приведите в **килограммах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Запишем закон сохранения импульса для гвоздя и молоточка:

$$Mv = (m+M)v' => v' = \frac{M}{m+M}v$$

Кинетическая энергия гвоздя и молоточка пойдет на работу силы трения:

$$\frac{(M+m)v'^2}{2} = F_{\text{тр}}\Delta l$$

Отсюда находим силу трения:

$$F_{\text{тр}} = \frac{(M+m)v'^2}{2\Delta l} = \frac{(M+m)M^2v^2}{2\Delta l(m+M)^2} = \frac{M^2v^2}{2\Delta l(M+m)}$$

Эта сила трения будет равна максимальному весу, который может выдержать гвоздь. Поэтому искомая масса равна:

$$m_0 = \frac{M^2v^2}{2\Delta l(M+m)g}$$

Ответ: 11.98≈12 кг

10 класс, задача 7, 11 класс, задача 3, вариант 1 Для того, чтобы избежать столкновения с космическим мусором, космонавтам орбитальной станции пришлось изменить орбиту станции. В результате маневров радиус круговой орбиты увеличился на **35 км**. На сколько процентов уменьшилось ускорение свободного падения на высоте новой орбиты, если на высоте до маневров оно составляло **8.7 м/с^2**, а период обращения станции вокруг Земли был **5570 с**? Ответ приведите **в процентах**, округлив до ближайшего целого значения.

Решение:

Выражение для центростремительного ускорения (оно же ускорение свободного падения):

$$g_0 = a_ц = \frac{v^2}{R_0} => R_0 = \frac{v^2}{g_0}$$

Скорость обращения вокруг Земли связана с периодом:

$$v = \frac{2\pi R_0}{T}$$

Откуда имеем:

$$R_0 = \frac{4\pi^2 R_0^2}{g_0 T^2} => R_0 = \frac{g_0 T^2}{4\pi^2} \approx 6837.1 \text{ км}$$

Связь ускорения свободного падения с расстоянием до центра Земли и массой Земли:

$$g_0 = G\frac{M}{R_0^2} => g_0 R_0^2 = GM$$

На новой высоте:

$$R = R_0 + h$$

$$g(R_0+h)^2 = g_0 R_0^2 => g = g_0 * \frac{R_0^2}{(R_0+h)^2} = g_0 * \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R_0}\right)^2} \approx 8.6116 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

И окончательный ответ:

$$100\% * \left(1 - \frac{g}{g_0}\right) \approx 1\%$$

Ответ: 1%

10 класс, задача 7, 11 класс, задача 3, вариант 2 Космическое тело вращается по круговой орбите вокруг Земли с периодом **5690 с**. Ускорение свободного падения в гравитационном поле Земли на высоте орбиты тела составляет **8.4 м/с^2**. На сколько нужно увеличить высоту орбиты вращения тела, чтобы ускорение свободного падения уменьшилось на **5%**? Ответ приведите в **километрах**, округлив до ближайшего целого.

Решение

Выражение для центростремительного ускорения (оно же ускорение свободного падения):

$$g_0 = a_ц = \frac{v^2}{R_0} => R_0 = \frac{v^2}{g_0}$$

Скорость обращения вокруг Земли связана с периодом:

$$v = \frac{2\pi R_0}{T}$$

Откуда имеем:

$$R_0 = \frac{4\pi^2 R_0^2}{g_0 T^2} => R_0 = \frac{g_0 T^2}{4\pi^2}$$

Связь ускорения свободного падения с расстоянием до центра Земли и массой Земли:

$$g_0 = G\frac{M}{R_0^2} => g_0 R_0^2 = GM$$

На новой высоте:

$$R = R_0 + h$$

$$g(R_0+h)^2 = g_0 R_0^2 => g = g_0 * \frac{R_0^2}{(R_0+h)^2} = g_0 * \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R_0}\right)^2}$$

Отсюда выражаем изменение высоты орбиты h:

$$h = \frac{g_0 T^2}{4\pi^2}(\sqrt{\frac{g_0}{g}} - 1)$$

Известно, что

$$\left(1 - \frac{g}{g_0}\right) = \alpha => \frac{g}{g_0} = 1 - \alpha => \frac{g_0}{g} = \frac{1}{1-\alpha}$$

Откуда

$$h = \frac{g_0 T^2}{4\pi^2}\left(\sqrt{\frac{1}{1-\alpha}} - 1\right) =$$

Ответ: 179 км

10 класс, задача 8, 11 класс, задача 4, вариант 1 Пиротехнический снаряд был запущен вертикально вверх. Из-за неисправности вместо красочного фейерверка в верхней точке траектории снаряда на высоте **4 км** его разорвало на два осколка массами **3 и 2 кг**. Определите, на каком расстоянии друг от друга приземлились осколки, если их скорости сразу после взрыва имели только горизонтальные составляющие, а их полная механическая энергия в этот же момент составляла **350 кДж**. Ускорение свободного падения принять равным **10 м/с^2**. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ приведите в **километрах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Так как снаряд разрывается в наивысшей точке траектории, его скорость в этот момент равна 0. Записываем закон сохранения импульса осколков до и сразу после взрыва:

$$0 = p_1 - p_2 => m_1 v_1 = m_2 v_2 => v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1$$

Полная механическая энергия осколков сразу после взрыва

$$E_{\text{полн}} = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + (m_1 + m_2) g H$$

$$E_{\text{кин}} = E_{\text{полн}} - E_{\text{пот}} = E_{\text{полн}} - (m_1 + m_2) g H;$$

$$E_{\text{кин}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2}{2}\frac{m_1^2}{m_2^2} v_1^2 = \frac{m_1 v_1^2}{2}(1 + \frac{m_1}{m_2})$$

$$v_1^2 = \frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)} => v_1 = \sqrt{\frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}}, v_2 = \frac{m_1}{m_2}v_1$$

После разрыва осколки будут двигаться равноускорено в поле тяжести Земли:

$$x_1 = v_1 t, y_1 = H - \frac{gt^2}{2}$$

$$x_2 = v_2 t, y_2 = H - \frac{gt^2}{2}$$

В точке падения координаты y равны 0, отсюда находим выражение для времени полета, одинаковое для обоих осколков:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Подставим полученное значение времени для нахождения расстояния между точкой падения и точкой старта для обоих ослоков:

$$x_1 = v_1 t = \sqrt{\frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}\frac{2H}{g}}, x_2 = \frac{m_1}{m_2}v_1 t = \frac{m_1}{m_2}v_1\sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{m_1}{m_2}\sqrt{\frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}\frac{2H}{g}}$$

Расстояние между точками падения осколков определяется как сумма координат:

$$L = x_1 + x_2 = \sqrt{\frac{2\left(E_f - (m_1+m_2)gH\right)}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}\frac{2H}{g}}(1+\frac{m_1}{m_2})$$

Ответ: 14 км

10 класс, задача 8, 11 класс, задача 4, вариант 2 Пиротехнический снаряд был запущен вертикально вверх. Из-за неисправности вместо красочного фейерверка в верхней точке траектории снаряда его разорвало на два осколка массами **3 и 2 кг**. Впоследствии осколки нашли на расстоянии **6.5 км** друг от друга. Определите, на какой высоте произошел взрыв, если скорости осколков сразу после взрыва имели только горизонтальные составляющие, а их суммарная кинетическая энергия в этот момент была равна **34 кДж**. Ускорение свободного падения принять равным **10 м/с^2**. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ приведите в **километрах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Так как снаряд разрывается в наивысшей точке траектории, его скорость в этот момент равна 0. Записываем закон сохранения импульса осколков до и сразу после взрыва:

$$0 = p_1 - p_2 => m_1 v_1 = m_2 v_2 => v_2 = \frac{m_1}{m_2}v_1$$

Кинетическая энергия осколков сразу после взрыва

$$E_{\text{кин}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2}{2}\frac{m_1^2}{m_2^2}v_1^2 = \frac{m_1 v_1^2}{2}(1+\frac{m_1}{m_2})$$

$$v_1^2 = \frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)} => v_1 = \sqrt{\frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}}, v_2 = \frac{m_1}{m_2}v_1$$

После разрыва осколки будут двигаться равноускорено в поле тяжести Земли:

$$x_1 = v_1 t, y_1 = H - \frac{gt^2}{2}$$

$$x_2 = v_2 t, y_2 = H - \frac{gt^2}{2}$$

Расстояние между точками падения осколков дано по условию:

$$L = x_1 + x_2 = t(v_1 + v_2)$$

Отсюда можем определить время полета:

$$t = \frac{L}{(v_1 + v_2)}$$

В точке падения координаты y равны 0, отсюда находим выражение для высоты, на которой произошел взрыв:

$$H = \frac{gt^2}{2} = \frac{gL^2}{2(v_1+v_2)^2} = \frac{gL^2}{2v_1^2}\frac{1}{\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)^2} = \frac{gL^2}{\frac{4E_{\text{кин}}}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}}\frac{1}{\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)^2} = \frac{gL^2}{4E_{\text{кин}}}\frac{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}{\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)^2}$$

$$= \frac{gL^2}{4E_{\text{кин}}}\frac{m_1 m_2}{(m_1+m_2)}$$

Ответ: 4 км

11 класс, задача 5, вариант 1 Заряженная пылинка массой **$5\cdot10^{-18}$ кг** и зарядом **$8\cdot10^{-18}$ Кл** движется в пространстве с постоянной скоростью. В пространстве на короткий промежуток времени включают однородное магнитное поле с индукцией **1 Тл**, перпендикулярное направлению движения частицы. Определите минимальное время, в течение которого должно быть включено поле, чтобы направление движения частицы отклонилось на угол **45 градусов** от первоначального. Пылинка движется в вакууме, силой тяжести пренебречь. Ответ приведите в **миллисекундах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

На частицу, движущуюся в магнитном поле действует сила Лоренца, направленная перпендикулярно направлению движения:

$$F_{\text{л}} = qvB$$

Под действием этой силы частица будет двигаться по окружности, сила Лоренца будет равна центростремительной силе:

$$F_{\text{ц}} = ma_{\text{ц}}, a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{r}$$

Записываем второй закон Ньютона:

$$m\frac{v^2}{r} = qvB => \frac{mv}{r} = qB$$

Вспоминаем связь линейной скорости и циклической частоты:

$$v = wr$$

Подставляем, находим циклическую частоту:

$$\frac{mwr}{r} = qB => mw = qB => \ w = qB/m$$

Вспоминаем соотношение между циклической частотой и периодом:

$$T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi \frac{m}{qB}$$

Время, за которое частица отклонится на заданный угол, относится к периоду так же, как этот угол относится к 360 градусам:

$$\frac{t}{T} = \frac{\alpha}{360} => t = \frac{\alpha T}{360} = \frac{\alpha}{360} 2\pi \frac{m}{qB}$$

Ответ: 491 мс.

11 класс, задача 5, вариант 2 Заряженная пылинка массой **2·10^{-17} кг** и зарядом **8·10^{-18} Кл** движется в пространстве с постоянной скоростью. В пространстве в течение **1.2 с** включают однородное магнитное поле с индукцией **0.4 Тл**, перпендикулярное направлению движения частицы. Определите угол между начальным и конечным направлением движения частицы. Пылинка движется в вакууме, силой тяжести пренебречь. Ответ выразите в **градусах**, округлив до целого значения.

Решение:

На частицу, движущуюся в магнитном поле действует сила Лоренца, направленная перпендикулярно направлению движения:

$$F_{л} = qvB$$

Под действием этой силы частица будет двигаться по окружности, сила Лоренца будет равна центростремительной силе:

$$F_{ц} = ma_{ц}, a_{ц} = \frac{v^2}{r}$$

Записываем второй закон Ньютона:

$$m\frac{v^2}{r} = qvB => \frac{mv}{r} = qB$$

Вспоминаем связь линейной скорости и циклической частоты:

$$v = wr$$

Подставляем, находим циклическую частоту:

$$\frac{mwr}{r} = qB => mw = qB => \ w = qB/m$$

Вспоминаем соотношение между циклической частотой и периодом:

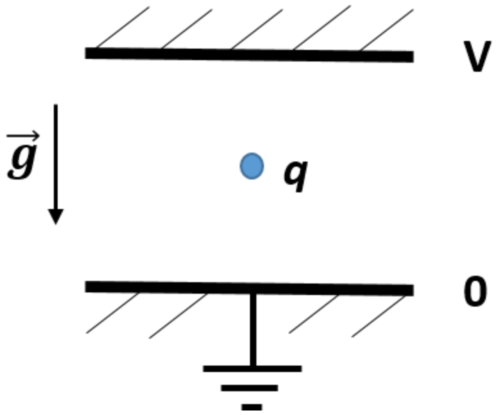
$$T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi \frac{m}{qB}$$

Угол, на который отклонится частица, будет относится к 360 градусам так же, как время, на которое включили поле, будет относится к периоду:

$$\frac{\alpha}{360} = \frac{t}{T} => \alpha = 360 * \frac{tqB}{2\pi m}$$

Ответ: 11 градусов.

11 класс, задача 6, вариант 1 Капля массой **1 мкг**, заряженная до **–4·10^{-14} Кл**, левитирует в вакууме посередине между двумя горизонтальными металлическими пластинами, к которым подведено напряжение **12 кВ** (смотри рисунок). Затем, потенциал верхней пластины увеличивают до **20 кВ**. Через какое время капля преодолеет половину расстояния до пластины относительно своего первоначального расположения? Ускорение свободного падения считать равным **10 м/с^2**. Ответ приведите в **миллисекундах**, округлив до целого.



Решение:

По условию дано, что заряженная капля левитирует, значит сила тяжести уравновешена силой Кулона:

$$E_1 q = mg$$

Напряженность электрического поля между пластинами связана с расстоянием между ними как:

$$E_1 = \frac{V_1}{L}$$

Отсюда найдем неизвестное расстояние между пластинами:

$$\frac{V_1}{L} q = mg => L = \frac{V_1 q}{mg}$$

Затем напряжение на пластинах увеличивают. Напряженность электрического поля увеличивается, и капля начинает двигаться равноускоренно вверх:

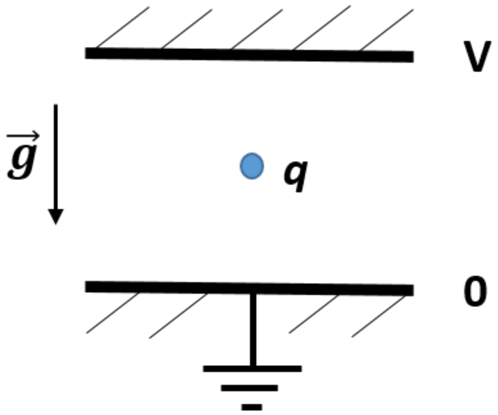
$$ma = E_2 q - mg => a = \frac{V_2 q}{Lm} - g = \frac{V_2 q m g}{V_1 q m} - g => a = g(\frac{V_2}{V_1} - 1)$$

Расстояние, которое по условию проходит частица, это половина изначального расстояние до пластины или четверть расстояния от одной пластины до другой. Поскольку капля начинает двигаться без начальной скорости, то можно записать:

$$\frac{L}{4} = \frac{at^2}{2} => t = \sqrt{\frac{L}{2a}} = \sqrt{\frac{V_1^2 q}{2mg^2(V_2 - V_1)}} = \frac{V_1}{g}\sqrt{\frac{q}{2m(V_2 - V_1)}}$$

Ответ: 60 мс

11 класс, задача 6, вариант 2 Капля массой **2 мкг**, заряженная до **–4·10^{-14} Кл**, левитирует в вакууме посередине между двумя горизонтальными металлическими пластинами, к которым подведено напряжение **12 кВ** (смотри рисунок). Затем, заряд капли увеличивают вдвое. Через какое время капля преодолеет половину расстояния до пластины относительно своего первоначального расположения? Ускорение свободного падения считать равным **10 м/с^2**. Ответ приведите в **миллисекундах**, округлив до целого.



Решение:

По условию дано, что заряженная капля левитирует, значит сила тяжести уравновешена силой Кулона:

$$Eq_1 = mg$$

Напряженность электрического поля между пластинами связана с расстоянием между ними как:

$$E = \frac{V}{L}$$

Отсюда найдем неизвестное расстояние между пластинами:

$$\frac{V}{L}q_1 = mg => L = \frac{Vq_1}{mg}$$

Затем заряд капли увеличивают вдвое, и капля начинает двигаться равноускоренно вверх:

$$ma = Eq_2 - mg => a = \frac{Vq_2}{Lm} - g = \frac{Vq_2mg}{Vq_1m} - g => a = g(\frac{q_2}{q_1} - 1)$$

Расстояние, которое по условию проходит частица, это половина изначального расстояние до пластины или четверть расстояния от одной пластины до другой. Поскольку капля начинает двигаться без начальной скорости, то можно записать:

$$\frac{L}{4} = \frac{at^2}{2} => t = \sqrt{\frac{Vq_1}{2mg^2(\frac{q_2}{q_1} - 1)}} = \frac{1}{g}\sqrt{\frac{Vq_1}{2m(\frac{q_2}{q_1} - 1)}}$$

Ответ: 49 мс

11 класс, задача 7, вариант 1 В закрытом сосуде с поршнем, движущемся без трения, находится ненасыщенный пар. В результате изотермического сжатия **1/6 часть** пара была сконденсирована. Давление пара при этом увеличилось в **3.3 раза**. Во сколько раз уменьшился объем, занимаемый паром? Ответ округлите до ближайшего целого числа.

Решение:

Конечное состояние обозначаем индексами 2, начальное – индексами 1.

Конденсация части пара может быть записана как:

$$N_2 - N_1 = \frac{N_1}{y} => N_2 = N_1(1 - \frac{1}{y})$$

Записываем уравнение Менделеева-Клапейрона для пара:

$$P_1V_1 = N_1k_BT$$

$$P_2V_2 = N_2k_BT$$

Поделим одно на другое:

$$\frac{P_1V_1}{P_2V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{y}{y-1}$$

Известно, что

$$\frac{P_2}{P_1} = z => \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}\frac{y}{y-1} = z\frac{y}{y-1}$$

Ответ: 4

11 класс, задача 7, вариант 2 В закрытом сосуде с поршнем, движущемся без трения, находится ненасыщенный водяной пар при температуре **100 $^{\mathbf{o}}$C** и относительной влажности **50%**. При изотермическом сжатии объем пара уменьшился в **3 раза**. Определите давление водяных паров в конечном состоянии. Плотность насыщенных водяных паров при 100 ^{o}C равна **0.598 кг/м^3**, молярная масса **18 г/моль**, универсальная газовая постоянная **8.31 Дж/К/моль**. Ответ приведите в **кПа**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Относительная влажность по определению означает:

$$\frac{P_1}{P_{sat}} = \alpha$$

Допустим, что при изотермическом сжатии пар остался ненасыщенным. Тогда:

$$P_2V_2 = P_1V_1 => P_2 = P_1\frac{V_1}{V_2} = yP_1$$

Подставляем конкретные значения, и находим, что

$$yP_1 > P_{sat} = P_1/\alpha$$

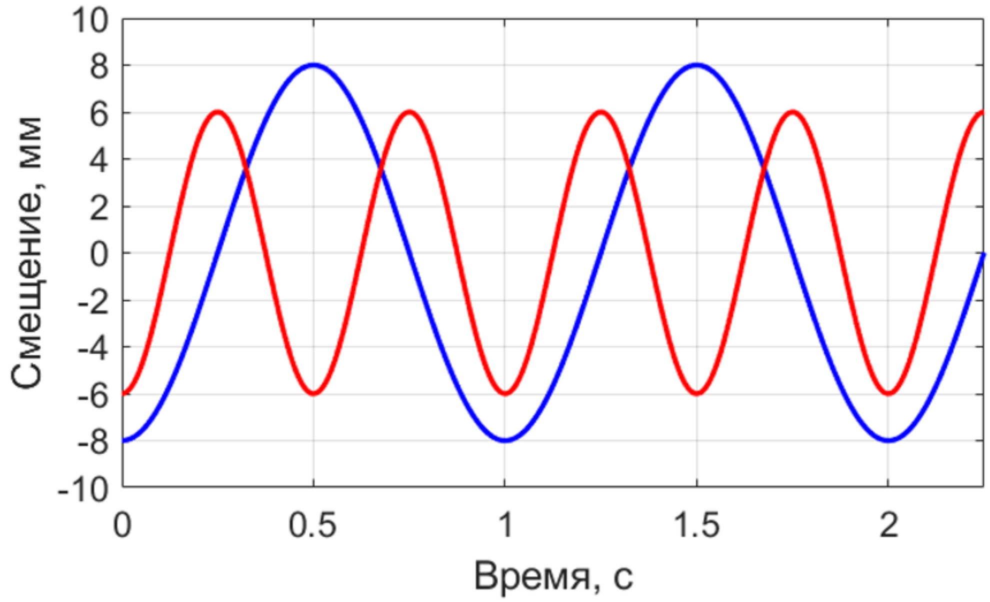
То есть давление превышает давление насыщенных паров, и поэтому при сжатии будет конденсация. Давление при этом не будет изменяться и будет равно давлению насыщенных паров, которое определяется сразу через температуру и плотность насыщенных паров:

$$\rho_{sat} = \frac{m}{V} = \frac{\nu M}{V}$$

$$P_{sat} = \frac{\nu RT}{V} = \frac{RT\rho_{sat}}{M}$$

Ответ: 103 кПа

11 класс, задача 8, вариант 1 На легкой пружинке, расположенной вертикально, подвешен грузик некоторой массы. Грузик отклоняют вниз из положения равновесия и отпускают, в результате чего он начинает совершать вертикальные колебания. Зависимость смещения грузика из положения равновесия от времени регистрируется с помощью видеокамеры. Затем грузик заменяют на другой, также отклоняют вниз из положения равновесия и повторяют измерения. Измеренные зависимости для каждого из грузиков представлены на графике, синяя линия соответствует измерению для первого грузика, красная – для второго. Определите отношение растяжения пружины в состоянии покоя при подвешивании первого грузика к растяжению при подвешивании второго. Массой пружинки пренебречь.



Решение:

Из графика можем определить период колебаний для каждого из грузиков:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

При этом масса выражается как:

$$m_1 = \frac{T_1^2 k}{4\pi^2}$$

2 закон Ньютона для положения равновесия:

$$m_1 g = k\Delta x_1$$

$$m_2 g = k\Delta x_2$$

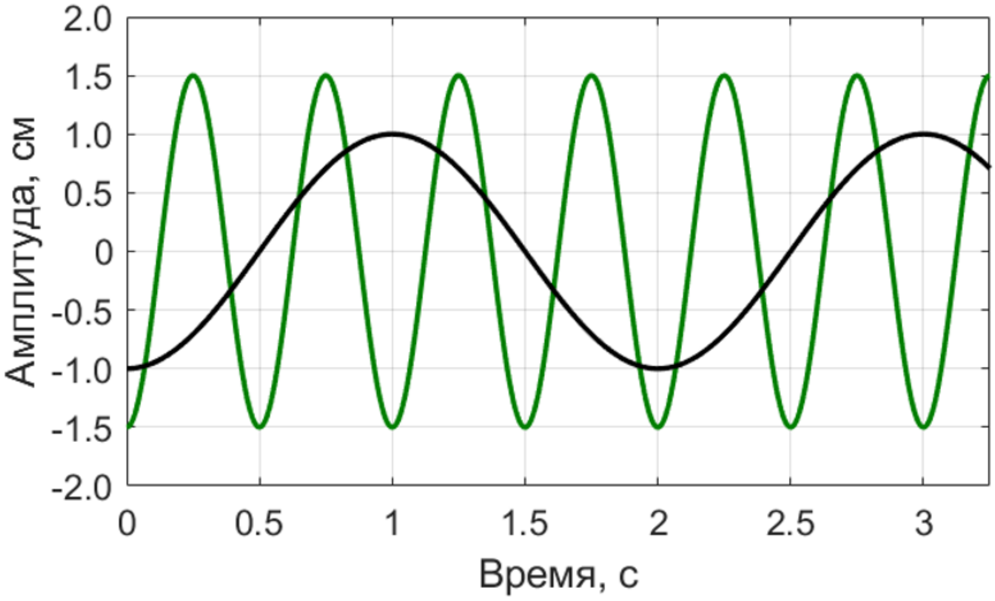
Откуда:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

Из рисунка видно, что период для первого грузика в 2 раза больше периода для второго. И тогда

Ответ: 4.

11 класс, задача 8, вариант 2 На легкой пружинке, расположенной вертикально, подвешен грузик некоторой массы. Грузик отклоняют из положения равновесия вниз и отпускают, в результате чего он начинает совершать вертикальные колебания. Зависимость смещения грузика из положения равновесия от времени регистрируется с помощью видеокамеры. Затем пружинку заменяют на другую и повторяют измерения с тем же грузиком, также отклоняя его вниз из положения равновесия. Измеренные зависимости для каждой из пружинок представлены на графике, черная линия соответствует измерению для первой пружинки, зеленая – для второй. Определите отношение растяжения первой пружинки в состоянии покоя при подвешивании грузика к растяжению второй пружинки при подвешивании того же грузика. Массой пружинок пренебречь.



Решение:

Из графика можем определить период колебаний для каждой из пружинок:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

При этом масса выражается как:

$$k_1 = \frac{4\pi^2 m}{T_1^2}$$

2 закон Ньютона для положения равновесия:

$$mg = k_1 \Delta x_1$$

$$mg = k_2 \Delta x_2$$

Откуда:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

Из рисунка видно, что период для первой пружинки в 4 раза больше периода для второй. И тогда
Ответ: 16.