

8-9 класс

Задача 1

1.1 С высоты 4,0 м вертикально вниз бросили камень с начальной скоростью 1,2 м/с. Одновременно навстречу ему с высоты 1,3 м вертикально вверх бросили другой камень с начальной скоростью 1,8 м/с. Через какое время t_c после начала движения и на какой высоте H столкнутся камни, если дело происходит а) на Земле; б) на Луне? Ускорение свободного падения считать равным $9,8 \text{ м/с}^2$ на Земле и $1,6 \text{ м/с}^2$ на Луне. Размерами камней, а также сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: а) $H = 0 \text{ м}$; $t_c = 0,789 \text{ с}$; б) $H = 2,272 \text{ м}$; $t_c = 0,9 \text{ с}$.

1.2 С высоты 4,2 м вертикально вниз бросили камень с начальной скоростью 1,5 м/с. Одновременно навстречу ему с высоты 0,9 м вертикально вверх бросили другой камень с такой же начальной скоростью. Через какое время t_c после начала движения и на какой высоте H столкнутся камни, если дело происходит а) на Земле; б) на Марсе? Ускорение свободного падения считать равным $9,8 \text{ м/с}^2$ на Земле и $3,8 \text{ м/с}^2$ на Марсе. Размерами камней, а также сопротивлением воздуха пренебречь

Ответ: а) $H = 0 \text{ м}$; $t_c = 0,785 \text{ с}$; б) $H = 0,251 \text{ м}$; $t_c = 1,1 \text{ с}$.

Задача 2

На плоскости заданы координаты 2023 точек $M_i(x_i; y_i)$, где $i = 1, 2, \dots, 2023$, и область Ω , заданная системой неравенств:

$$\begin{cases} y \geq x^2 + ax + b, \\ y \leq -x^2 + cx + d. \end{cases}$$

- 1) Напишите программу, которая позволит определить значения коэффициентов a, b, c, d таких, что все точки M_i принадлежат области Ω

и, при этом, модуль разности между ординатами вершин квадратичных функций $y = x^2 + ax + b$ и $y = -x^2 + cx + d$ принимает наименьшее возможное значение. Можно считать, что координаты точек уже хранятся в памяти компьютера в удобном для использования виде.

- 2) Найдите аналитически значения коэффициентов a, b, c, d для аналогичной задачи с семью точками $(1; 1), (1; 10), (3; 5), (-2; 6), (-3; -8), (0; -5), (5; -6)$.

Ответ: $a = -1,75, b = -22,25, c = 9$ и $d = 28$.

Задача 3

2.1 Простое вещество **A** и простое вещество **B** реагируют друг с другом с образованием **C**. **C** растворяется в воде с образованием веществ **D** и **B**. Соединение **D** реагирует с водным раствором вещества **E**, обладающего едким запахом. При этом образуется раствор соли **F**. При пропускании электрического тока через водный раствор **F** на инертных электродах выделяется три газа: два горючих (**B** и **G**), и один не горючий **H**, а в растворе образуется **D**. Относительная плотность **G** по **B** равна 15.

Известно, что **D** можно получить прямым взаимодействием **A** и воды, при этом также известно, что для полной реакции 46 грамм **A** необходимо 36 грамм воды. Определите все соединения и запишите уравнения реакций.

Ответ: вещества из таблицы:

A	Na
B	H ₂
C	NaH
D	NaOH
E	CH ₃ COOH
F	CH ₃ COONa
G	C ₂ H ₆
H	CO ₂

2.2 Простое вещество **A** и простое вещество **B** реагируют друг с другом с образованием **C**. **C** растворяется в воде с образованием веществ **D** и **B**. Соединение **D** реагирует с водным раствором вещества **E**, обладающего едким запахом. При этом образуется раствор соли **F**. При пропускании электрического тока через водный раствор **F** на инертных электродах

выделяется три газа: два горючих (**В** и **G**), и один не горючий **Н**, а в растворе образуется **D**. Относительная плотность **G** по **В** равна 15.

Известно, что **D** можно получить прямым взаимодействием **A** и воды, при этом также известно, что для полной реакции 78 грамм **A** необходимо 36 грамм воды. Определите все соединения и запишите уравнения реакций.

Ответ: вещества из таблицы:

A	K
B	H ₂
C	KH
D	KOH
E	CH ₃ COOH
F	CH ₃ COOK
G	C ₂ H ₆
H	CO ₂

Задача 4

Робот-помощник в составлении чертежей умеет выполнять три операции (проводит линию на бумаге и вычисляет соответствующее уравнение):

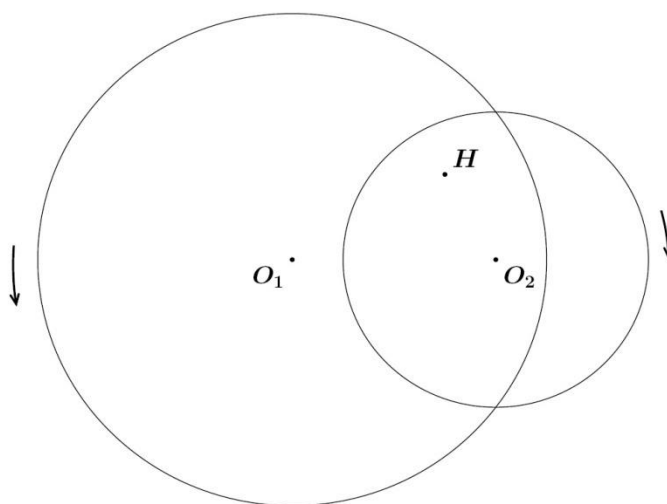
- проводит прямую через две заданные точки;
- находит и отмечает точку пересечения прямых;
- проводит прямую, проходящую через заданную точку и перпендикулярную заданной прямой.

Сможет ли робот для остроугольного треугольника ABC с углом A, равным 60°, изобразить треугольник, имеющий вдвое меньшие стороны? Изначально для робота считаются заданными только точки A, B и C.

Ответ: сможет.

Задача 1

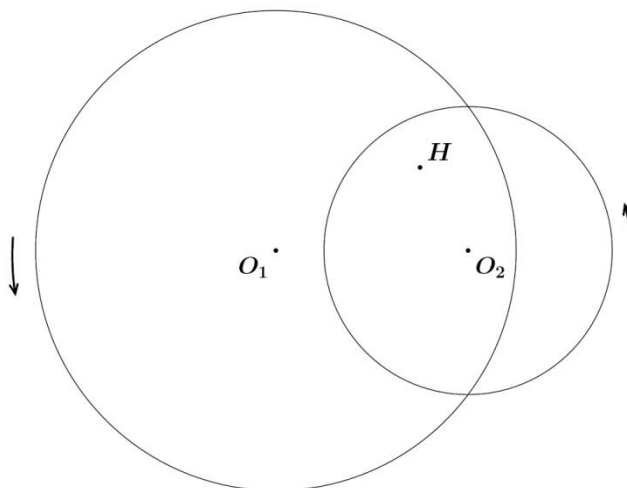
1.1. Два диска, радиусы которых 10 см и 6 см, расположены один над другим параллельно друг другу. При этом расстояние между осями, проходящими перпендикулярно поверхностям дисков через их центры, составляет 8 см (на рисунке это длина отрезка O_1O_2). В обоих дисках просверлили насквозь небольшое отверстие Н так, что $O_1H = 4\sqrt{3}$ см, а $O_2H = 4$ см. В некоторый момент времени началось равномерное вращение каждого из дисков вокруг перпендикулярной оси, проходящей через центр диска. При этом направление вращения диска с центром в точке O_1 — против часовой стрелки, а диска с центром в точке O_2 — по часовой стрелке. Угловые скорости вращения диска с центром в O_1 и диска с центром в O_2 равны 5 об/мин и 4 об/мин соответственно. Найдите все моменты времени, когда оба отверстия в дисках будут снова совпадать.



Ответ: $T = 60 \cdot n$ секунд и $T = 10 + 60 \cdot n$ секунд, где n — целое неотрицательное число.

1.2. Два диска, радиусы которых 5 см и 3 см, расположены один над другим параллельно друг другу. При этом расстояние между осями, проходящими перпендикулярно поверхностям дисков через их центры, составляет 4 см (на рисунке это длина отрезка O_1O_2). В обоих дисках просверлили насквозь небольшое отверстие Н так, что $O_1H = 2\sqrt{3}$ см, а $O_2H = 2$ см. В некоторый момент времени началось равномерное вращение каждого из дисков вокруг

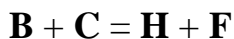
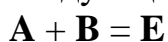
перпендикулярной оси, проходящей через центр диска. Угловые скорости вращения диска с центром в O_1 и диска с центром в O_2 равны 10 об/мин и 4 об/мин соответственно. Направление вращения обоих дисков — против часовой стрелки. Найдите все моменты времени, когда оба отверстия в дисках будут снова совпадать.



Ответ: $T = 30 \cdot n$ секунд и $T = 5 + 30 \cdot n$ секунд, где n — целое неотрицательное число.

Задача 2

2.1 Количества протонов, входящих в состав молекул веществ **A**, **B**, **C** и **D**, относятся как 1:8:8:17 соответственно. Для этих веществ известны следующие реакции:



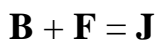
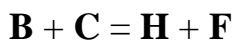
Также известно, что **C** и **D** не реагируют друг с другом. Схемы реакций представлены без коэффициентов. Предложите формулы веществ **A** — **K**, и запишите уравнения указанных реакций и условия их протекания для этих веществ.

Ответ: вещества из таблицы:

A	H ₂
---	----------------

B	C ₂ H ₄
C	O ₂
D	Cl ₂
E	C ₂ H ₆
F	H ₂ O
G	HCl
H	CO ₂
I	C ₂ H ₄ Cl ₂
J	C ₂ H ₅ OH
K	C ₂ H ₅ Cl

2.2 Количества протонов, входящих в состав молекул веществ **A**, **B**, **C** и **D**, относятся как 1:8:8:35 соответственно. Для этих веществ известны следующие реакции:



Также известно, что **C** и **D** не реагируют друг с другом. Схемы реакций представлены без коэффициентов. Предложите формулы веществ **A – K**, и запишите уравнения указанных реакций и условия их протекания для этих веществ.

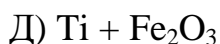
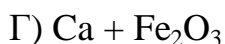
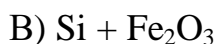
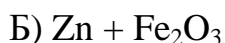
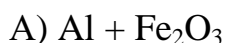
Ответ: вещества из таблицы:

A	H ₂
B	C ₂ H ₄
C	O ₂
D	Br ₂
E	C ₂ H ₆
F	H ₂ O
G	HBr
H	CO ₂
I	C ₂ H ₄ Br ₂
J	C ₂ H ₅ OH
K	C ₂ H ₅ Br

Задача 3

Одним из основных способов сварки рельсов является термитная сварка. Термитная сварка — способ сварки, при котором для нагрева металла используется термит, состоящий из порошкообразной смеси металлического алюминия и железной окалины. Соединяемые детали заформовывают огнеупорным материалом, подогревают, место сварки заливают расплавленным термитом, который предварительно зажигают. Жидкое железо, сплавляясь с основным металлом, даёт прочное соединение.

Однако, возможно применение и других составов. Из предложенных вариантов выберите смесь, обладающую наибольшим соотношением теплоты сгорания смеси/массу смеси.



Вещество	$\Delta H^\circ_{\text{обр., 298, кДж/моль}}$
Fe_2O_3	-822
Al_2O_3	-1602
ZnO	-350,6
SiO_2	-903,5
CaO	-635
TiO_2	-933

Ответ: смесь $\text{Ca} + \text{Fe}_2\text{O}_3$

Задача 4

Дана синусоидальная волна, движущаяся в направлении +x от источника с амплитудой A, периодом T, скоростью распространения v и описываемая уравнением вида:

$$f_1(x, t) = A \sin \left[\frac{2\pi}{T} (t - x/v) \right]$$

В точке $x = L$, расположена стена. Найдите выражение $f_2(x, t)$ для отраженной и результирующей волн $f = f_1(x, t) + f_2(x, t)$ в случае:

а) стена в точке $x = L$ является фиксированным концом для падающей и отраженной волн (т.е. амплитуда результирующей волны равна нулю в этой точке)

б) стена в точке $x = L$ является свободным концом для падающей и отраженной волн т.е. (амплитуды падающих и отраженных волн равны в этой точке)

Покажите, что результирующая волна является стоячей и выведите выражение для координаты x узлов этой стоячей волны. Напишите простой программный код для построения графика результирующей волны (для случаев (а) и (б)) при заданных пользователем входных параметрах L , v , A и T .

Ответ:

а) В случае, когда $x = L$ узлы определяются равенством

$$\sin \left[\frac{2\pi}{T} \left(\frac{L - x}{v} \right) \right] = 0$$
$$\frac{2\pi}{T} \left(\frac{L - x}{v} \right) = \pi n$$

(где n - целое число). Это уравнение и необходимо решить относительно переменной x для ответа на поставленный в задаче вопрос.

б) В случае, когда $x = L$ узлы определяются равенством

$$\cos \left[\frac{2\pi}{T} \left(\frac{L - x}{v} \right) \right] = 0$$
$$\frac{2\pi}{T} \left(\frac{L - x}{v} \right) = \pi \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

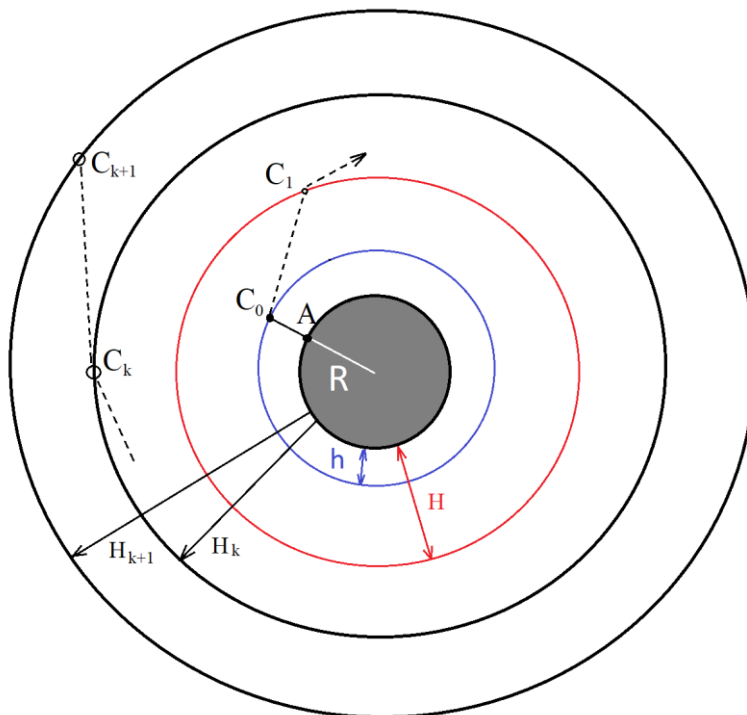
(где n - целое число). Это уравнение и необходимо решить относительно переменной x для ответа на поставленный вопрос.

Задача 5

Из точки A , которая находится на поверхности малой планеты радиуса $R=300$ км, вертикально вверх стартует ракета. На высоте $h = 1$ км (в точке C_0) ракета меняет траекторию таким образом, чтобы при достижении высоты $H_1 = 10$ км (в точке C_1) оказаться на максимально удалении от точки старта.

Достигнув высоты H_1 , ракета вновь изменяет угол полета таким образом, чтобы при достижении высоты $H_2 = 20$ км оказаться на максимально удалении от точки C_2 . Дальнейшее движение ракеты происходит аналогичным образом - при достижении высоты $k \cdot 10$ км траектория меняется, чтобы выполнялось условие максимального удаления от точки C_k .

Все участки движения ракеты прямые, при этом она постоянно увеличивает высоту. При этом каждый из отрезков траектории движения ракеты лежит в одной плоскости, т.е. ракета постепенно облетает планету.



Составьте программу для компьютера, описывающую данный алгоритм изменения траектории, и найдите промежуток высот $[H_k ; H_{k+1}]$, на котором ракета пройдет над точкой старта

Ответ: промежуток высот: $[340; 350]$,