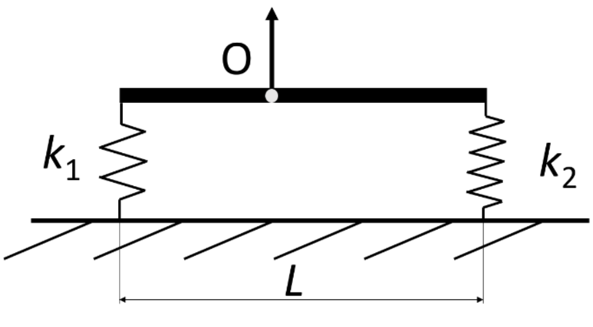
Задания отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике 2022-2023 гг.

Участникам отборочного этапа Олимпиады по физике из 8-10х классов предлагался вариант, состоявший из 6 задач, участникам из 11 класса – из 7. Каждая из задач составлялась в нескольких вариациях, выбиравшаяся системой проведения Олимпиады случайным образом. При проверке проверялась корректность введенного в систему числового ответа. Часть задач предлагались к решению участникам разных классов. Ниже в обозначениях задач указывается, участникам из каких классов они предназначались.

8 класс, задача 1, вариант 1

Невесомый жесткий стержень длиной $\boldsymbol{L}$ прикреплен к столу пружинками так, как показано на рисунке. Жесткость левой пружинки равна $\boldsymbol{k_1}$, правой – $\boldsymbol{k_2}$. Стержень тянут за точку *O* вертикально вверх так, что он остается ориентирован параллельно поверхности стола. Определите расстояние от левого края стержня до точки *O*. Ответ приведите в сантиметрах.



Решение

То, что стержень остается ориентирован параллельно поверхности стола значит, что он не поворачивается. Следовательно, суммы моментов приложенных сил относительно любой из точек на стрежне равны 0. Для удобства запишем моменты сил относительно точки *O*. Это позволяет не записывать момент неизвестной по условию прикладываемой силы.

Обозначим расстояние от левого края стержня до точки *O* как $\boldsymbol{l}$. Предположим, что стержень сместили на расстояние $\Delta\boldsymbol{x}$ вверх. Тогда моменты сил относительно точки O:

$$k_1 l\Delta x = k_2(L - l)\Delta x$$

Откуда выражаем искомое $\boldsymbol{l}$:

$$k_1 l + k_2 l = k_2 L => l = L\frac{k_2}{k_1 + k_2}$$

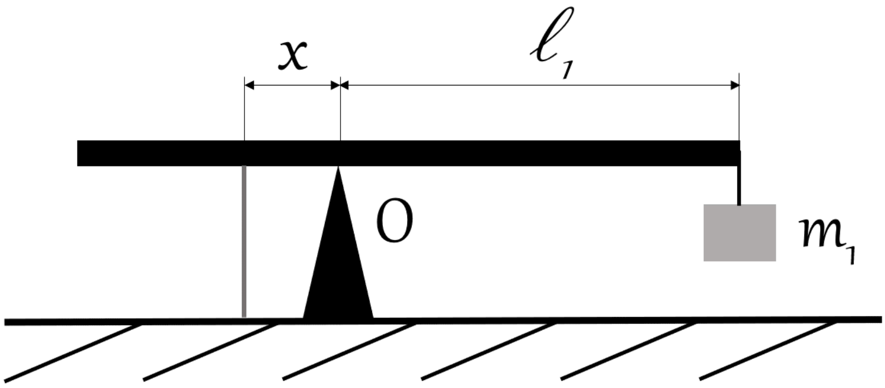
Числовые значения и ответы:

L = 40 см, k_1 = 10 Н/м, k_2 = 6 Н/м. Ответ: 15 см

L = 30 см, k_1 = 15 Н/м, k_2 = 10 Н/м. Ответ: 12 см

8 класс, задача 1, вариант 2

Невесомый рычаг длиной $\boldsymbol{L}$ насажен на горизонтальную ось в точке O так, как показано на рисунке, и может свободно вращаться вокруг нее в плоскости рисунка. К правому концу, расположенному на расстоянии $\boldsymbol{l_1}$ от оси, подвешен груз массой $\boldsymbol{m_1}$. Слева от оси на расстоянии $\boldsymbol{x}$ от точки O к рычагу привязана ниточка, прикрепленная к полу. Система находится в равновесии. Определите, какую максимальную массу $\boldsymbol{m_2}$ можно подвесить к левому концу стержня, чтобы система оставалась в равновесии. Ответ приведите в килограммах.



Решение:

Изначально момент силы тяжести правого груза скомпенсирован силой натяжения ниточки. Когда к левому краю подвешивается груз $\boldsymbol{m_2}$, натяжение ниточки уменьшается. Если момент силы тяжести левого груза будет больше правого, то натяжение ниточки исчезнет, и рычаг будет поворачиваться. Следовательно, максимальная масса груза определяется равенством моментов сил тяжести левого и правого грузов:

$$m_2(L - l_1) = m_1 l_1 => m_2 = \frac{m_1 l_1}{L - l_1}$$

Числовые значения и ответы:

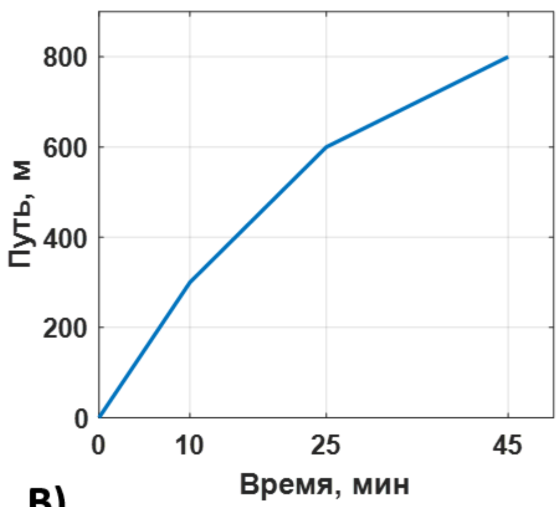
m_1 = 5 кг, l_1 = 15 см, L = 40 см. Ответ: 3 кг

m_1 = 4 кг, l_1 = 20 см, L = 60 см. Ответ: 2 кг

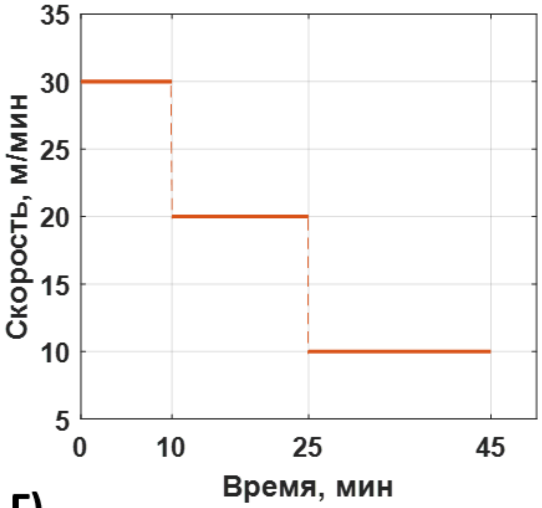
8 класс задача 2 вариант 1

Подхваченный ветром осенний лист упал в систему каналов. Увлекаемый течением, он дважды переплывал из одного канала в другой, и наконец попал в канализационный слив. Определите, какие из приведенных ниже графиков правильно описывают движение листа в каналах, и рассчитайте по ним среднюю скорость движения листа. Ответ приведите в м/мин, округлив до ближайшего целого. Течение воды в каналах равномерное, скорости течения в разных каналах отличаются. Время, за которое лист переходил из одного канала в другой, много меньше времени его движения по самим каналам.

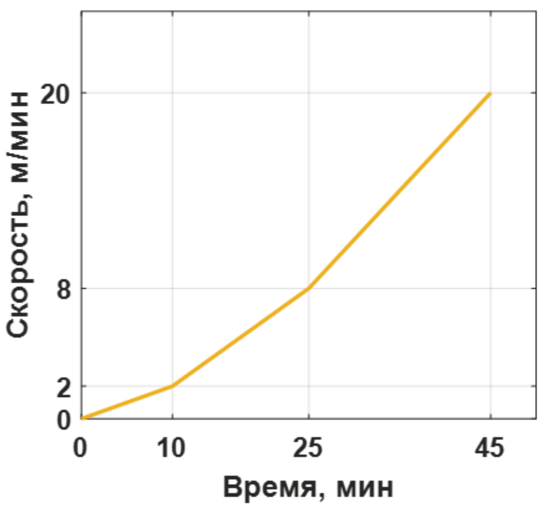
А)



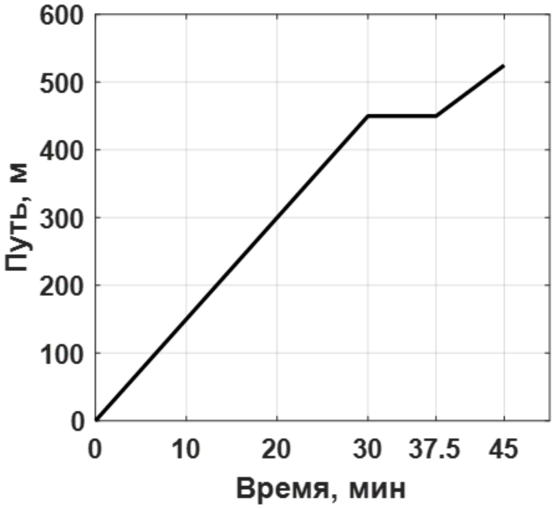
Б)



В)



Г)



Решение:

Лист движется со скоростью течения. По условию сказано, что лист дважы переплывал из одного канала в другой. Среди представленных графиков этим условиям удовлетворяют графики А и Б. График В неправильный, поскольку на нем изображена скорость, линейно меняющаяся со временем. График Г неправильный, поскольку согласно ему лист не двигался в течение 7.5 минут.

Среднюю скорость из графика А можно определить, поделив весь путь (800 м) на все время (45 мин):

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = \frac{800}{45} \approx 18 \text{ м/мин}$$

Среднюю скорость из графика Б можно определить как:

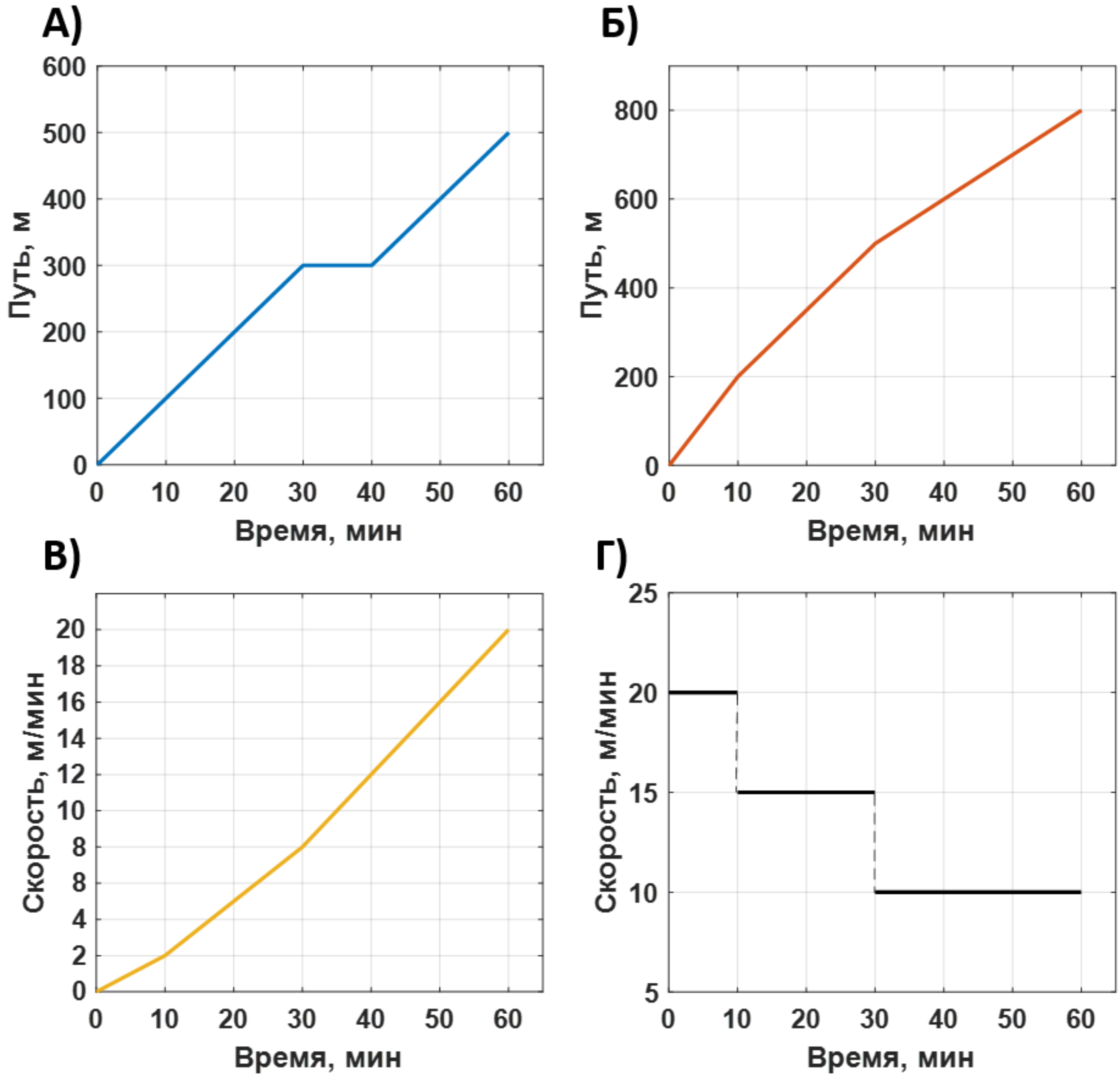
$$v_{\text{ср}} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{30 * 10 + 20 * 15 + 10 * 20}{10 + 15 + 20} = \frac{800}{45} \approx 18 \text{ м/мин}$$

Разночтений между графиками нет.

Ответ: 18 м/мин

8 класс задача 2 вариант 2

Подхваченный ветром осенний лист упал в систему каналов. Увлекаемый течением, он дважды переплывал из одного канала в другой, и наконец попал в канализационный слив. Определите, какие из приведенных ниже графиков правильно описывают движение листа в каналах, и рассчитайте по ним среднюю скорость движения листа. Ответ приведите в м/мин, округлив до ближайшего целого. Течение воды в каналах равномерное, скорости течения в разных каналах отличаются. Время, за которое лист переходил из одного канала в другой, много меньше времени его движения по самим каналам.



Ответ: 13 м/мин

8 класс задача 3 вариант 1

Часть пути Володи из дома до школы пролегает по подземному тоннелю. В тоннеле для пешеходов в обе стороны установлены одинаковые траволаторы, представляющие собой горизонтальные бесступенчатые дорожки, движущиеся с постоянной скоростью. Обычно Володя идет по траволатору в спокойном темпе и тратит на проход 1 минуту. Как-то раз, преодолев таким образом **треть длины** траволатора, Володя вспомнил, что забыл дома спортивную форму для физкультуры, развернулся и побежал обратно. Сойдя с траволатора и отдышавшись, Володя прикинул, что если бы он дошел в том же темпе до конца траволатора, а затем перешел на соседний, движущийся в обратную сторону, и шел по нему в спокойном темпе, то оказался бы у выхода всего на 21 секунду позже. Определите длину траволатора, если известно, что ходит Володя со скоростью 85 м/мин, а бегает – с 166 м/мин. Ответ приведите в метрах, округлив до целого числа.

Решение:

Обозначим скорость траволатора как v_0. Скорость движения Володи в обычный день (относительно тоннеля):

$$v_0 + v_{\text{В}} = L/t_1$$

Пусть t_x – время, которое Володя бежал по траволатору. Скорость Володи, когда он бежал против движения (относительно тоннеля):

$$v'_{\text{В}} - v_0 = L/3t_x$$

Воспользуемся условием, что если бы Володя дошел до конца траволатора пешком и перешел на соседний, то он затратил бы на t_2 минуты больше:

$$\frac{5}{3}L = (v_0 + v_{\text{В}})(t_x + t_2)$$

Выразим из этого уравнения $v_0 + v_{\text{В}} = \frac{5}{3}\frac{L}{(t_x+t_2)}$ и подставим в первое:

$$\frac{5}{3}\frac{L}{(t_x + t_2)} = \frac{L}{t_1} => \ t_x = \frac{5t_1 - 3t_2}{3}$$

Теперь сложим первое уравнение со вторым:

$$v_{\text{В}} + v'_{\text{В}} = \frac{L}{t_1} + \frac{L}{3t_x} => L = \frac{3t_1 t_x}{3t_x + t_1}(v_{\text{В}} + v'_{\text{В}})$$

Подставив выражение для t_x, полученое выше, найдем L:

$$L = \frac{(v_{\text{В}} + v'_{\text{В}})(5t_1 - 3t_2)t_1}{6t_1 - 3t_2}$$

Ответ: $L = 200$ м

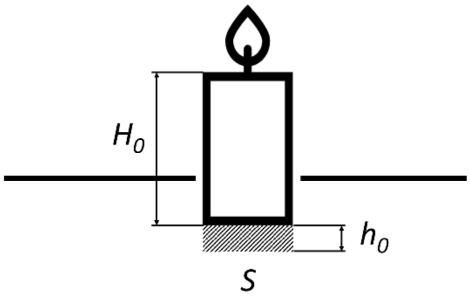
8 класс задача 3 вариант 2

Часть пути Володи из дома до школы пролегает по подземному тоннелю. В тоннеле для пешеходов в обе стороны установлены одинаковые траволаторы, представляющие собой горизонтальные бесступенчатые дорожки, движущиеся с постоянной скоростью. Обычно Володя идет по траволатору в спокойном темпе и тратит на проход ***1.2 минуты***. Как-то раз, преодолев таким образом **треть длины** траволатора, Володя вспомнил, что забыл дома спортивную форму для физкультуры, развернулся и побежал обратно. Сойдя с траволатора и отдышавшись, Володя прикинул, что если бы он дошел в том же темпе до конца траволатора, а затем перешел на соседний, движущийся в обратную сторону, и шел по нему в спокойном темпе, то оказался бы у выхода всего на ***30 секунд*** позже. Определите длину траволатора, если известно, что ходит Володя со скоростью **70 м/мин**, а бегает – ***120 м/мин***. Ответ приведите в метрах, округлив до целого числа.

Ответ: $L = 180$ м

8 класс, задача 4, 9 класс задача 1, вариант 1

Парафиновая цилиндрическая свечка с прикрепленной к ней снизу алюминиевой шайбой плавает в бассейне (см. рисунок). Диаметры свечки и шайбы одинаковы, высота свечки – $\boldsymbol{H_0}$, высота шайбы – $\boldsymbol{h_0}$ Свечку поджигают и наблюдают за ее движением. Форма свечки при этом остается цилиндрической, ее высота уменьшается со скоростью ***c* мм/с**. Через некоторое время $\boldsymbol{t_0}$ верхняя грань свечки оказывается вровень с водой, и фитиль потухает. Определите время $\boldsymbol{t_0}$. Плотность парафина $\boldsymbol{\rho_п}$, плотность воды $\boldsymbol{\rho_в}$, плотность алюминия $\boldsymbol{\rho_{ал}}$. Считайте, что свечка перемещается в воде медленно и с постоянной скоростью.



Решение

Обозначим за ***H(t)*** зависимость высоты свечки от времени. Согласно условию, она изменяется как:

$$H(t) = H_0 - ct$$

Обозначим за ***h(t)*** ту часть всей конструкции (свечка+шайба), которая в данный момент погружена в воду. Тогда, считая, что свечка горит медленно, в каждый момент времени можно записать следующее выражение:

$$m_{ал} g + m_п(t) g = \rho_в g S h(t)$$

$$\rho_{ал} h_0 + \rho_п H(t) = \rho_в h(t)$$

В момент времени $\boldsymbol{t_0}$ свечка уходит под воду. Это означает, что в этот момент высота погруженной части равна сумме высот оставшейся части свечки и шайбы:

$$h(t_0) = h_0 + H_0 - ct_0$$

Откуда получаем:

$$\rho_{ал} h_0 + \rho_п (H_0 - ct_0) = \rho_в (h_0 + H_0 - ct_0)$$

$$(\rho_{ал} - \rho_в) h_0 + (\rho_п - \rho_в)(H_0 - ct_0) = 0$$

$$(H_0 - ct_0) = \frac{\rho_{ал} - \rho_в}{\rho_в - \rho_п} h_0$$

$$t_0 = \frac{1}{c}\left(H_0 - \frac{\rho_{ал} - \rho_в}{\rho_в - \rho_п} h_0\right)$$

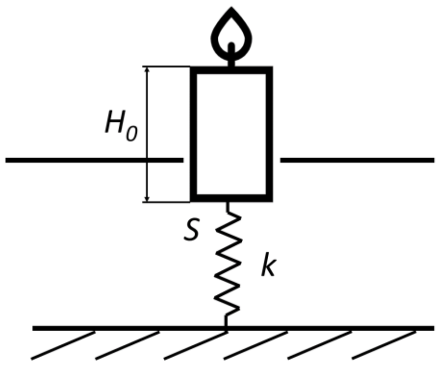
Числовые данные и ответы:

1. H_0 = 20 см, h_0 = 1 см, *c* = 0.3 мм/с, $\rho_п$ = 900 кг/м^3, $\rho_в$ = 1000 кг/м^3,, $\rho_{ал}$.= 2700 кг/м^3. Ответ: 100 с.

2. H_0 = 40 см, h_0 = 2 см, *c* = 0.2 мм/с, $\rho_п$ = 900 кг/м^3, $\rho_в$ = 1000 кг/м^3,, $\rho_{ал}$.= 2700 кг/м^3. Ответ: 300 с.

8 класс, задача 4, 9 класс, задача 1, вариант 2

Парафиновая цилиндрическая свечка высотой $\boldsymbol{H_0}$ и площадью основания $\boldsymbol{S}$ плавает в бассейне. Свечка прикреплена к полу бассейна пружинкой с жесткостью $\boldsymbol{k}$ (см. рисунок). Свечку поджигают и наблюдают, как испаряется парафин. Форма свечки при этом остается цилиндрической, ее высота уменьшается со скоростью ***c* мм/с**. Через некоторое время $\boldsymbol{t_0}$ верхняя грань свечки оказывается вровень с водой, и фитиль потухает. Определите время $\boldsymbol{t_0}$, если известно, что растяжение пружины в этот момент составляло $\Delta\boldsymbol{x}$. Плотность парафина $\boldsymbol{\rho_п}$, плотность воды $\boldsymbol{\rho_в}$. Считайте, что свечка опускается в воду медленно и с постоянной скоростью.



Решение

Обозначим зависимость высоты свечки от времени как *H(t)*. По условию оно дается выражением:

$$H(t) = H_0 - ct$$

Обозначим за *h(t)* зависимость от времени высоты погруженной части свечки. По условию сказано, что свечка опускается медленно и с постоянной скоростью, поэтому второй закон Ньютона может быть записан как:

$$mg + k\Delta x = \rho_\text{в} g h(t) S => \rho_\text{п} H(t) + \frac{k\Delta x}{Sg} = \rho_\text{в} h(t)$$

В момент времени $\boldsymbol{t_0}$ свечка уходит под воду. Это означает, что в этот момент высота погруженной части равна высоте оставшейся части свечки:

$$h(t_0) = H(t_0) = H_0 - ct_0$$

Подставляем во второй закон Ньютона и находим:

$$\rho_{п}(H_0 - ct_0) + \frac{k\Delta x}{Sg} = \rho_{в}(H_0 - ct_0) => (\rho_{п} - \rho_{в})(H_0 - ct_0) = -\frac{k\Delta x}{Sg}$$

$$(H_0 - ct_0) = \frac{1}{(\rho_{в} - \rho_{п})}\frac{k\Delta x}{Sg}$$

$$t_0 = \frac{1}{c}\left(H_0 - \frac{1}{(\rho_{в} - \rho_{п})}\frac{k\Delta x}{Sg}\right)$$

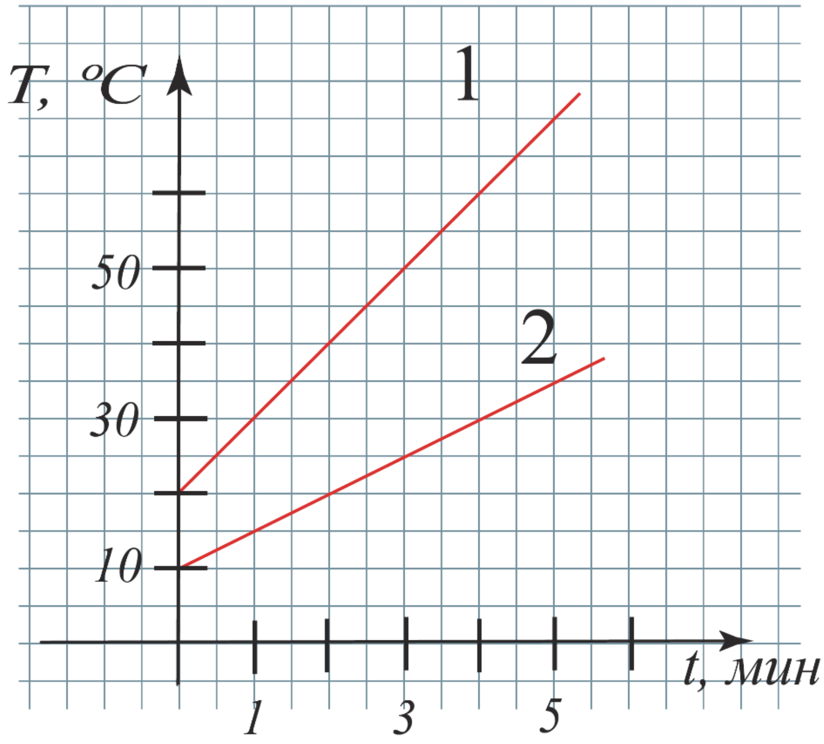
Числовые данные и ответы:

1. H_0 = 40 см, S = 0.05 м^2, k = 50 Н/м, c = 0.4 мм/с, Δx = 10 см, $\rho_п$ = 900 кг/м^3, $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, g = 10 м/с^2. Ответ: 750 с.

2. H_0 = 50 см, S = 0.05 м^2, k = 100 Н/м, c = 0.4 мм/с, Δx = 20 см, $\rho_п$ = 900 кг/м^3, $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, g = 10 м/с^2. Ответ: 250 с.

8 класс, задача 5, 9 класс, задача 2, вариант 1

Экспериментатор нагревает воду в двух одинаковых стаканах с помощью двух одинаковых нагревателей. На рисунке изображены построенные им графики зависимости температуры воды в стаканах № 1 и № 2 от времени. Найдите отношение объемов воды V_2 *к* V_1. Мощности нагревателей считайте постоянными, теплопотерями и теплоемкостью стаканов пренебречь. Приведите ответ, округлив до целого числа.



Решение:

Запишем уравнение теплового баланса для жидкости в стаканах №1 и №2, обозначив мощность нагрева как P и выразив массу жидкости как произведение плотности ρ на объем V:

$$P\Delta t_1 = c\rho V_1 \Delta T_1$$
$$P\Delta t_2 = c\rho V_2 \Delta T_2$$

Разделим второе уравнение на первое:

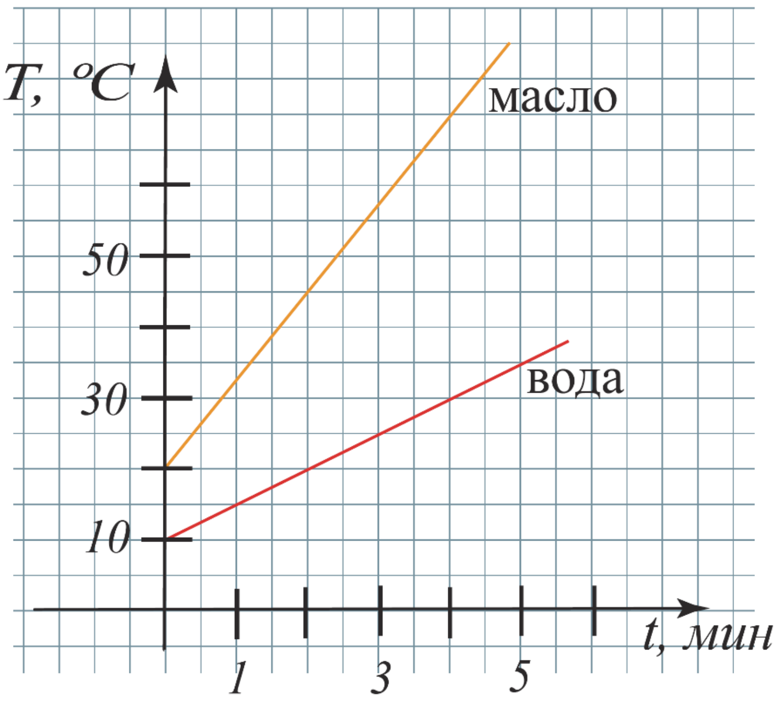
$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{V_2 \Delta T_2}{V_1 \Delta T_1} => \frac{V_2}{V_1} = \frac{\Delta T_1 \Delta t_2}{\Delta T_2 \Delta t_1}$$

Из графиков определим (например), что ΔT_1 равно 2 клетки (10 $^{\circ}$C) при $\Delta t_1 = 2$ клетки (1 минута), а ΔT_2 равно 1 клетка (5 $^{\circ}$C) при $\Delta t_2 = 2$ клетки (1 минута). Заметим, что единицы измерения и цена деления осей графика не важны, т.к. они сокращаются при подстановке в отношение объемов.

Ответ: $V_2/V_1 = 2$

8 класс, задача 5, 9 класс, задача 2, вариант 2

Экспериментатор нагревает два одинаковых стакана с помощью двух одинаковых нагревателей. В одном из стаканов находится растительное масло, в другом – вода. На рисунке изображены построенные им графики зависимости температуры жидкостей от времени. Найдите отношение массы масла к массе воды. Мощности нагревателей считайте постоянными, теплопотерями в окружающую среду и теплоемкостями стаканов пренебрегите. Удельные теплоемкости воды и масла равны 4200 Дж/кг·°С и 1680 Дж/кг·°С, соответственно. Ответ приведите, округлив до целого числа.



Решение:

Запишем уравнение теплового баланса для масла и воды обозначив мощность нагрева как P:

$$P\Delta t_M = c_M m_M \Delta T_M$$
$$P\Delta t_B = c_B m_B \Delta T_B$$

Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{\Delta t_M}{\Delta t_B} = \frac{c_M m_M \Delta T_M}{c_B m_B \Delta T_B} => \frac{m_M}{m_B} = \frac{c_B \Delta T_B \Delta t_M}{c_M \Delta T_M \Delta t_B}$$

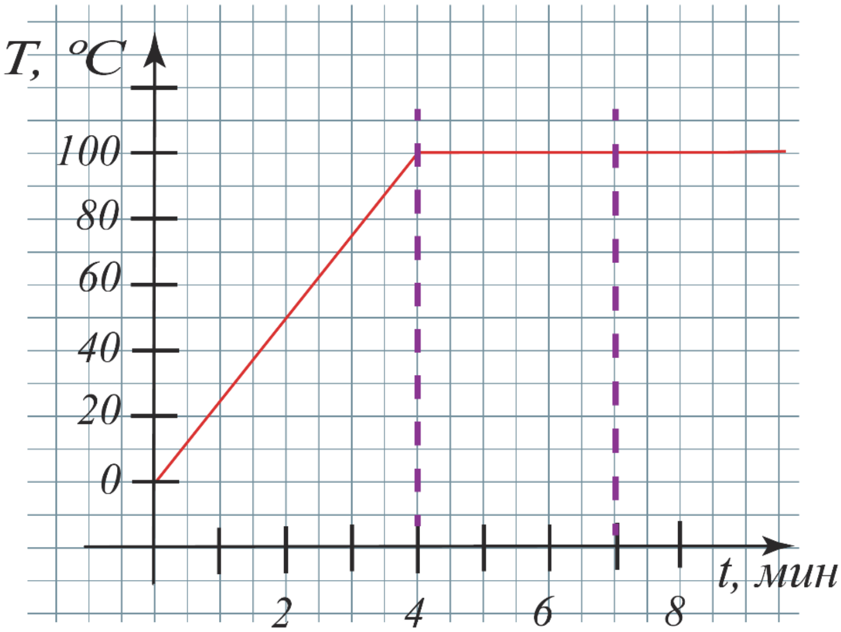
Из графиков определим (например), что ΔT_M равно 5 клеток (25 ^{O}C) при $\Delta t_M = 4$ клетки (2 минуты), а ΔT_B равно 1 клетка (5 ^{O}C) при $\Delta t_B = 2$ клетки (1 минута). Заметим, что единицы измерения и цена деления осей графика не важны, т.к. они сокращаются при подстановке в отношение объемов. Подставим эти значения и величины теплоемкостей:

$$\frac{m_M}{m_B} = \frac{4200 \cdot 1 \cdot 4}{1680 \cdot 5 \cdot 2} = 1$$

Ответ: $m_M/m_B = 1$

8 класс, задача 6, 9 класс, задача 3, вариант 1

Экспериментатор разбирал свои старые заметки и нашел график зависимости температуры воды от времени. Помогите ему определить, какой процент жидкости выкипел за интервал времени, отмеченный вертикальными линиями. Известно, что мощность нагревателя была постоянной, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/кг·°С , удельная теплота парообразования $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг. Ответ приведите в процентах, округлив до целого числа.



Решение:

Запишем уравнение теплового баланса для процесса испарения и процесса нагрева воды, обозначив мощность нагрева как P:

$$P\Delta t_1 = L\Delta m$$

$$P\Delta t_2 = cm\Delta T$$

Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{L}{c\Delta T}\frac{\Delta m}{m}$$

Выразим $\Delta m/m$:

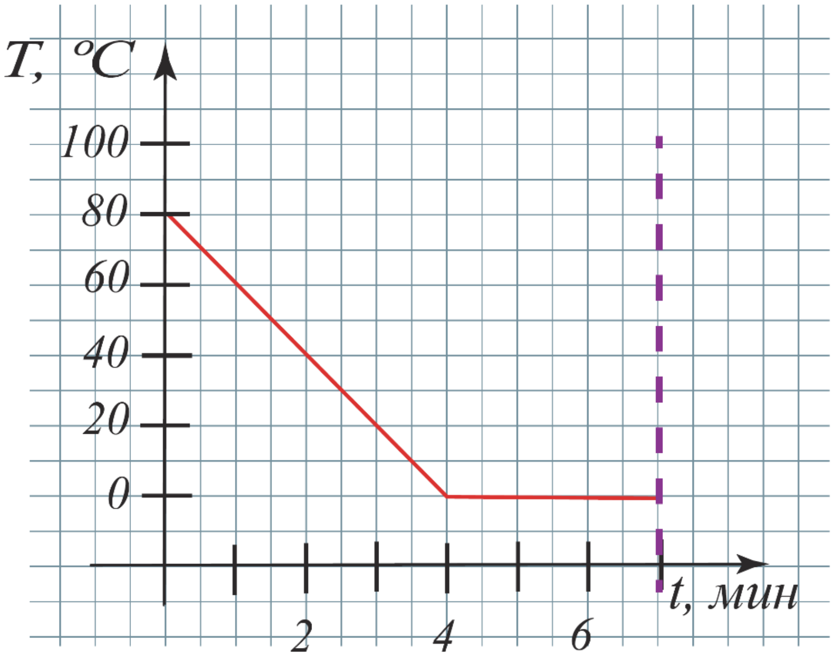
$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{c\Delta T}{L}\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$$

Подставим $\Delta t_1 = 3$ минуты, и Δt_2 и ΔT, найденные по графику. Пусть $\Delta t_2 = 2$ минуты и $\Delta T = 50^o$. Тогда $\frac{\Delta m}{m} = 0{,}1369$. Переведем в проценты и округлим до целого числа – 14%.

Ответ: 14%

8 класс, задача 6, 9 класс, задача 3, вариант 2

Аня выполняет лабораторную работу по охлаждению воды и строит график зависимости температуры от времени. Помогите ей рассчитать на основе полученных данных, какая часть воды превратилась в лед к концу измерений. Известно, что мощность теплоотвода была постоянна, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/кг·°С, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}4 \cdot 10^5$ Дж/кг. Ответ приведите в процентах, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Запишем уравнение теплового баланса для замерзания и охлаждения воды, обозначив мощность нагрева как P:

$P\Delta t_1 = -\lambda\Delta m$ – количество теплоты, выделяющееся при замерзании массы льда Δm, $P\Delta t_2 = cm\Delta T$ – количество теплоты, выделяющееся при охлаждении воды. Поскольку конечная температура меньше начальной, то эта величина отрицательная. Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{-\lambda}{c\Delta T}\frac{\Delta m}{m}$$

Выразим искомое время $\frac{\Delta m}{m}$:

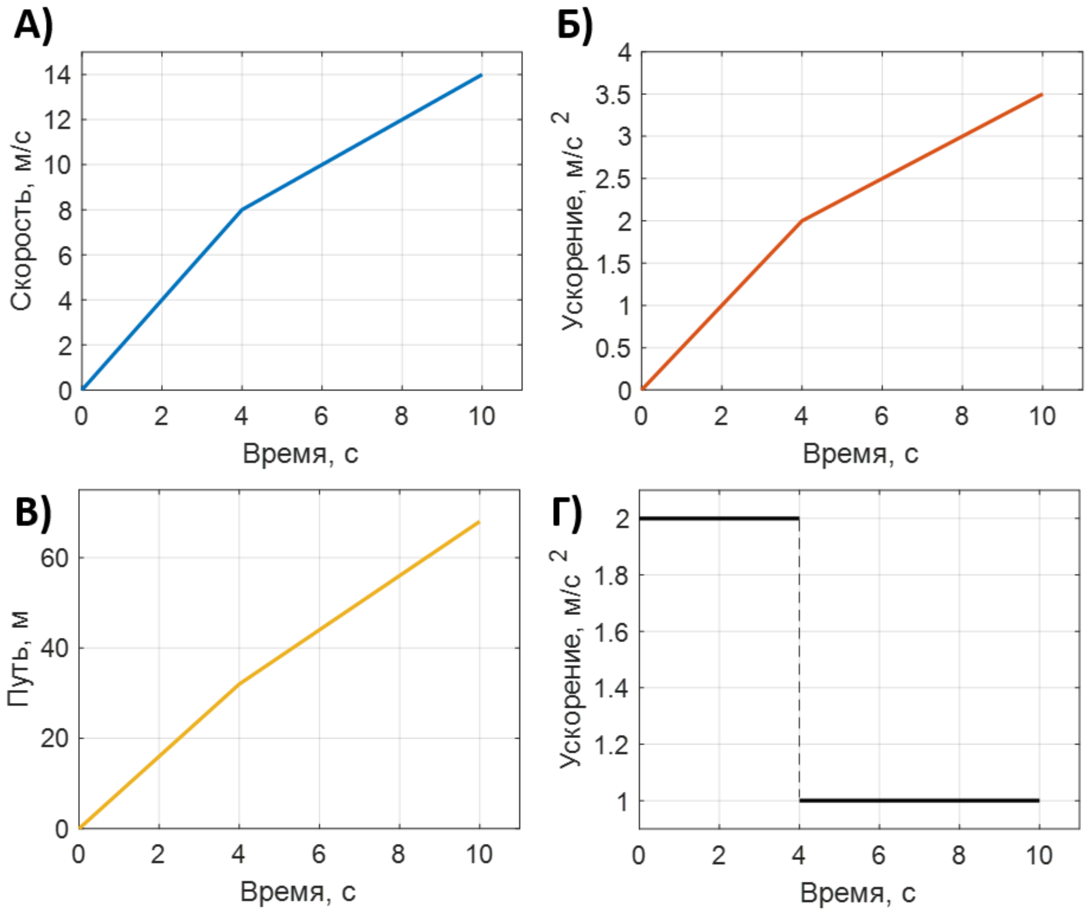
$$\frac{\Delta m}{m} = -\frac{c\Delta T}{\lambda}\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$$

Подставим $\Delta t_1 = 3$ минуты и Δt_2 и ΔT, найденные по графику. Пусть $\Delta t_2 = 2$ минуты и $\Delta T = -40^o$. Тогда $\frac{\Delta m}{m}$ ≈74 %

Ответ: 74 %

9 класс, задача 4, 10 класс, задача 1, вариант 1

Мешок с песком спускают по наклонной плоскости, состоящей из двух прямых сегментов, имеющих разный угол наклона к горизонту – первый из них более крутой, чем второй. Переход между сегментами плавный, его длина много меньше длины каждого из сегментов. Определите, какие из графиков, представленных ниже, корректно описывают движение мешка, и определите по ним среднюю скорость. Мешок скользит без трения, размерами мешка пренебрегите. Ответ приведите в м/с, округлив до ближайшего целого.



Решение:

По условию сказано, что мешок движется без трения. Следовательно, он будет двигаться равноускоренно, значение ускорение будет равно проекции ускорения свободного падения на плоскость, по которой движется мешок. Поскольку сегментов плоскости два, то будет два участка движения, по каждому из которых мешок движется с постоянным ускорением. Этому условию соответствуют графики А и Г. График Б неверный, поскольку он показывает меняющееся со временем ускорение. График В неверный, поскольку он показывает, что пройденным мешком путь во временем растет линейно, т. е. равномерное движение.

Из графика А по углу наклона можно найти значения ускорения мешка на разных сегментах, они равны 2 и 1 м/с^2, соответственно. Значения ускорений и отрезки времени в точности совпадают с графиком Г, поэтому анализ каждого из них даст одинаковые значения средней скорости.

Найдем среднюю скорость:

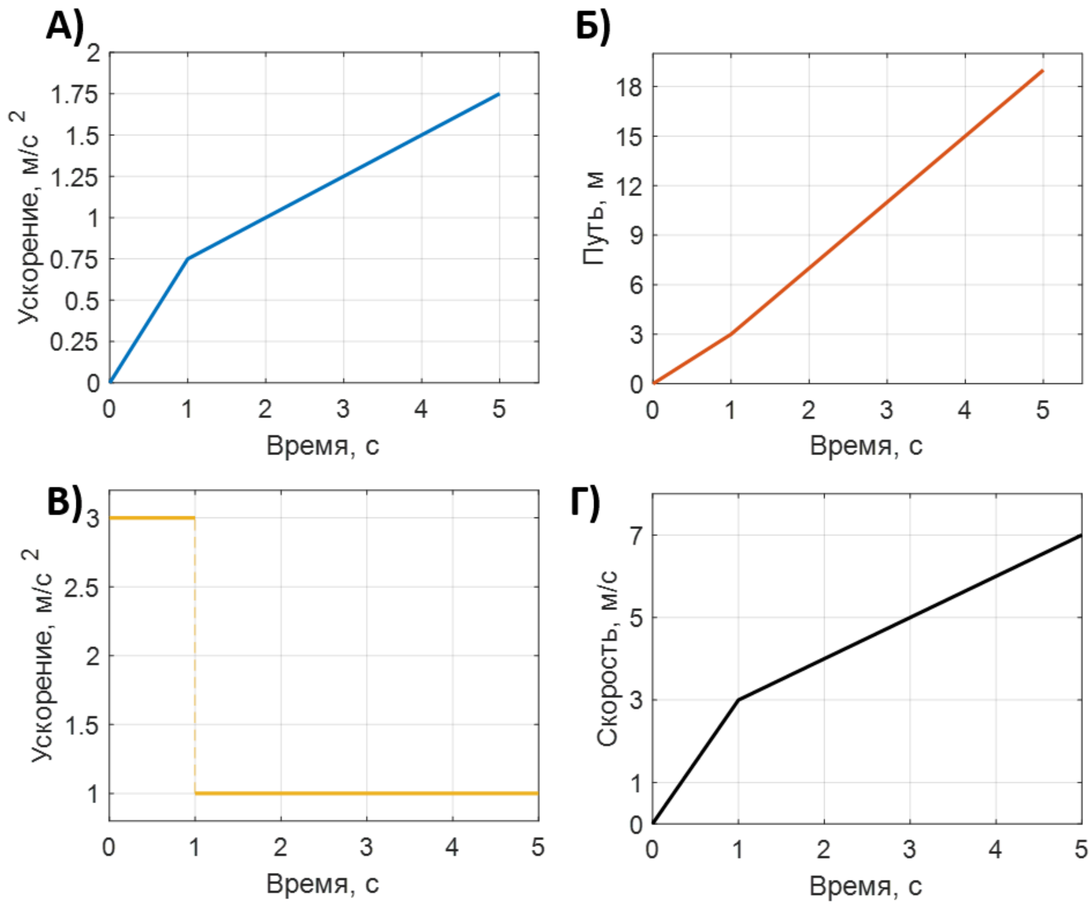
$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{1}{2}\frac{a_1 t_1^2 + 2a_1 t_1 t_2 + a_2 t_2^2}{t_1 + t_2} = \frac{1}{2}\frac{2 * 4^2 + 2 * 2 * 4 * 6 + 1 * 6^2}{4 + 6} = 8.2 \text{ м/с}$$

Ответ: 8 м/с

9 класс, задача 4, 10 класс, задача 1, вариант 2

Вариант 2

Мешок с песком спускают по наклонной плоскости, состоящей из двух прямых сегментов, имеющих разный угол наклона к горизонту – первый из них более крутой, чем второй. Переход между сегментами плавный, его длина много меньше длины каждого из сегментов. Определите, какие из графиков, представленных ниже, корректно описывают движение мешка, и по определите по ним среднюю скорость. Мешок скользит без трения, размерами мешка пренебрегите. Ответ приведите в м/с, округлив до ближайшего целого.



Решение:

По условию сказано, что мешок движется без трения. Следовательно, он будет двигаться равноускоренно, значение ускорение будет равно проекции ускорения свободного падения на плоскость, по которой движется мешок. Поскольку сегментов плоскости два, то будет два участка движения, по каждому из которых мешок движется с постоянным ускорением. Этому условию соответствуют графики В и Г. График А неверный, поскольку он показывает меняющееся со временем ускорение. График Б неверный, поскольку он показывает, что пройденным мешком путь во временем растет линейно, т. е. равномерное движение.

Из графика А по углу наклона можно найти значения ускорения мешка на разных сегментах, они равны 3 и 1 м/с^2, соответственно. Значения ускорений и отрезки времени в точности совпадают с графиком Г, поэтому анализ каждого из них даст одинаковые значения средней скорости.

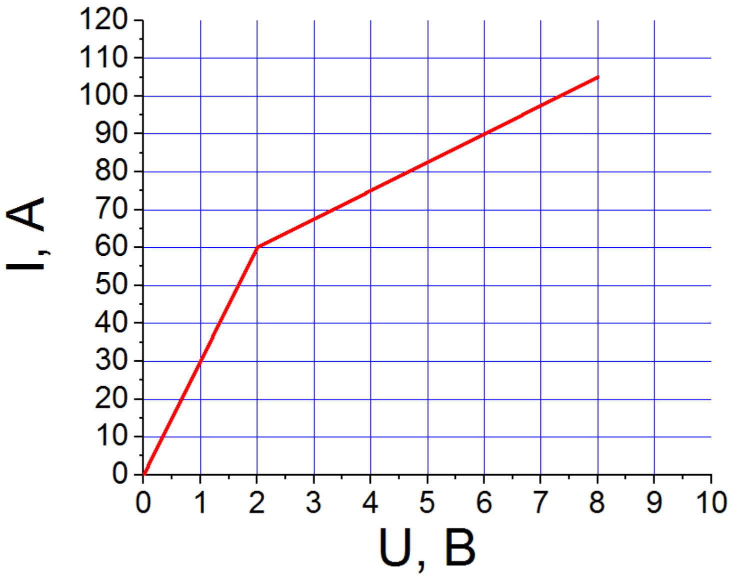
Найдем среднюю скорость:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{1}{2}\frac{a_1 t_1^2 + 2a_1 t_1 t_2 + a_2 t_2^2}{t_1 + t_2} = \frac{1}{2}\frac{3 * 1^2 + 2 * 3 * 1 * 4 + 1 * 4^2}{1 + 4} \approx 4.3\ \text{м/с}$$

Ответ: 4 м/с

9 класс, задача 5, 10 класс, задача 2, вариант 1

Электрический прибор, вольт-амперная характеристика которого изображена на рисунке, подключен в цепь постоянного тока. Найдите ток, проходящий через прибор, если известно, что им потребляется мощность в 540 Вт.



Решение:

Прибор потребляет мощность в 540 Вт, поэтому для прибора справедливо выражение: $I * U = 540$.

Составим уравнение для первого линейного участка вольт амперной характеристики вида $y_1 = k_1 * x_1$. Получим: $y_1 = 30 * x_1$.

И для второго участка вида $y_2 = k_2 * x_2 + b$ по двум точкам с координатами (2, 60) и (6, 90):

$$\begin{cases} 60 = k_2 * 2 + b \\ 90 = k_2 * 6 + b, \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 60 - k_2 * 2 \\ b = 90 - k_2 * 6, \end{cases}$$

$$60 - k_2 * 2 = 90 - k_2 * 6,$$

$$k_2 * 4 = 30,$$

$$k_2 = 7{,}5,$$

Найдем далее b и получим уравнение для второго участка: $y_2 = 7{,}5 * x_2 + 45$.

Таким образом вольт амперная характеристика состоит из двух линейных участков:

$$\begin{cases} y = 30 * x, 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ y = 7{,}5 * x + 45, 2 \leqslant x \leqslant 8, \end{cases}$$

Таким образом получаем две системы уравнений:

$$\begin{cases} U = \dfrac{540}{I} \\ I = 30 * U, \end{cases}$$

$$I^2 = 30 * 540 = 16200,$$

$$I \approx \pm 127,$$

Очевидно, данные значения тока не удовлетворяют представленной вольт амперной характеристике. И вторая система уровней:

$$\begin{cases} U = \dfrac{540}{I} \\ I = 7{,}5 * U + 45, \end{cases}$$

$$I = \frac{7{,}5 * 540}{I} + 45,$$

$$I^2 - 45 * I - 4050 = 0,$$

$$\mathrm{D} = (-45)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4050) = 2025 + 16200 = 18225,$$

$$\mathrm{I}_1 = \frac{45 - \sqrt{18225}}{2 * 1} = -45,$$

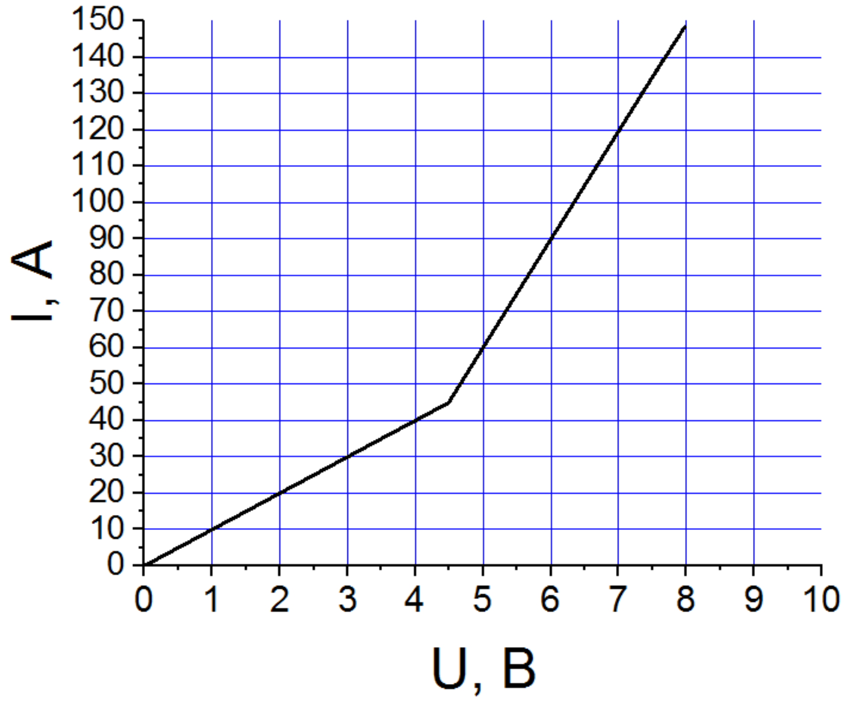
$$\mathrm{I}_2 = \frac{45 + \sqrt{18225}}{2 * 1} = 90.$$

Таким образом получается $I = 90$ А.

Ответ: $I = 90$ А.

9 класс, задача 5, 10 класс, задача 2, вариант 2

Электрический прибор, вольт-амперная характеристика которого изображена на рисунке, подключен в цепь постоянного тока. Найдите напряжение на приборе, если им потребляется мощность 840 Вт.



Решение:

Прибор потребляет мощность в 840 Вт, поэтому для прибора справедливо выражение: $I * U = 840$.

Составим уравнение для первого линейного участка вольт амперной характеристики вида $y_1 = k_1 * x_1$. Получим: $y_1 = 10 * x_1$.

И для второго участка вида $y_2 = k_2 * x_2 + b$ по двум точкам с координатами (5, 60) и (6, 90):

$$\begin{cases} 60 = k_2 * 5 + b \\ 90 = k_2 * 6 + b, \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 60 - k_2 * 5 \\ b = 90 - k_2 * 6, \end{cases}$$

$$60 - k_2 * 5 = 90 - k_2 * 6,$$

$$k_2 = 30,$$

Найдем далее b и получим уравнение для второго участка: $y_2 = 30 * x_2 - 90$.

Таким образом вольт амперная характеристика состоит из двух линейных участков:

$$\begin{cases} y = 10 * x, 0 \leqslant x \leqslant 4{,}5 \\ y = 30 * x - 90, 4{,}5 \leqslant x \leqslant 8, \end{cases}$$

Таким образом получаем две системы уравнений:

$$\begin{cases} I = \dfrac{840}{U} \\ I = 10 * U, \end{cases}$$

$$U^2 = 84,$$

$$U \approx \pm 9,$$

И вторая система уровней:

$$\begin{cases} I = \dfrac{840}{U} \\ I = 30 * U - 90, \end{cases}$$

$$30U^2 - 90 * U - 840,$$

$$\mathrm{D} = (-90)^2 - 4 \cdot 30 \cdot (-840) = 8100 + 100800 = 108900,$$

$$\mathrm{U}_1 = \frac{90 - \sqrt{108900}}{2 * 30} = -4,$$

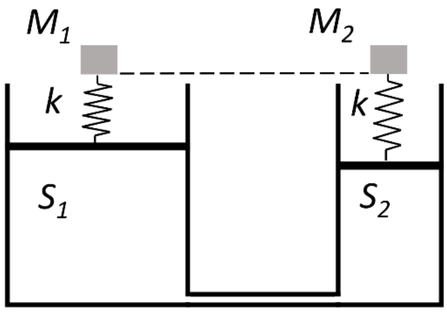
$$\mathrm{U}_2 = \frac{90 + \sqrt{108900}}{2 * 30} = 7.$$

Таким образом получается набор напряжений: $U = \pm 9, -4, 7$ В. Вольт-амперной характеристике удовлетворяет значение $U = 7$ В.

Ответ: $U = 7$ В.

9 класс, задача 6, 10 класс, задача 3, вариант 1

Два цилиндрических сообщающихся сосуда с площадями оснований S_1 и S_2 заполнены водой (плотность **ρ**). В каждом сосуде на поверхности воды находится по невесомой платформе, плотно прилегающей к стенкам сосуда. На каждой платформе установлено по невесомой пружине с одинаковыми жёсткостями k и длинами L_0. На пружину на первой платформе кладут груз массой M_1. Определите, груз какой массы M_2 надо положить на пружину на второй платфомре, чтобы оба груза оказались на одной высоте? Ответ приведите в килограммах, округлив до ближайшего целого. Положение грузов отсчитывается по их нижней поверхности. Ускорение свободного падения примите равным g. Силами трения пренебрегите, пружины всегда остаются вертикальными.



Решение:

Пружина давит на платформу с той же силой, что и груз давит на пружину. Поэтому для того, чтобы понять, как изменится положение платформ, пружины можно не учитывать.

Пусть H1 и H2 - это высоты платформ над дном стакана, тогда справедливо соотношение:

$$\rho g H_1 + \frac{M_1 g}{S_1} = \rho g H_2 + \frac{M_2 g}{S_2}$$

Тогда разница высот платформ

$$H_1 - H_2 = \frac{1}{\rho}\left(\frac{M_2}{S_2} - \frac{M_1}{S_1}\right)$$

Пусть L1 и L2 - это длины пружин после того, как на них положили грузы. Для пружин можно записать соотношения

$$M_1 g = k(L_0 - L_1)$$

$$M_2 g = k(L_0 - L_2)$$

$$L_1 = L_0 - \frac{M_1 g}{k}$$

$$L_2 = L_0 - \frac{M_2 g}{k}$$

Условие, что грузы находятся на одной высоте, запишется как

$$H_1 + L_1 = H_2 + L_2$$

Откуда

$$H_1 - H_2 = L_2 - L_1 = \frac{g}{k}(M_1 - M_2)$$

Приравнивая два выражения для разницы высот, получаем

$$M_1\left(\frac{g}{k} + \frac{1}{\rho S_1}\right) = M_2\left(\frac{g}{k} + \frac{1}{\rho S_2}\right)$$

И ответ

$$M_2 = M_1 \frac{S_2}{S_1}\, \frac{\rho g S_1 + k}{\rho g S_2 + k}$$

Наборы чисел и ответы:

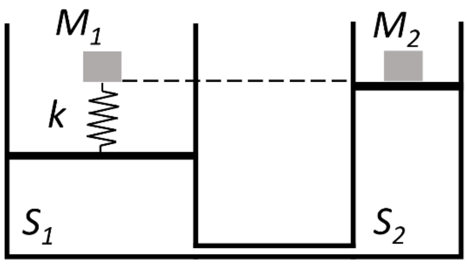
$\boldsymbol{S_1}$ = 0.2 м^2, $\boldsymbol{S_2}$ = 0.1 м^2, **ρ** = 1000 кг/м^3, ***k*** = 1000 Н/м, $\boldsymbol{M_1}$ = 8 кг, ***g*** = 10 м/с^2 => $\boldsymbol{M_2}$ = 6 кг

$\boldsymbol{S_1}$ = 0.3 м^2, $\boldsymbol{S_2}$ = 0.2 м^2, **ρ** = 1000 кг/м^3, ***k*** = 1000 Н/м, $\boldsymbol{M_1}$ = 9 кг, ***g*** = 10 м/с^2 => $\boldsymbol{M_2}$ = 8 кг

$\boldsymbol{S_1}$ = 0.3 м^2, $\boldsymbol{S_2}$ = 0.1 м^2, **ρ** = 1000 кг/м^3, ***k*** = 1000 Н/м, $\boldsymbol{M_1}$ = 24 кг, ***g*** = 10 м/с^2 => $\boldsymbol{M_2}$ = 16 кг

9 класс, задача 6, 10 класс, задача 3, вариант 2

Два цилиндрических сообщающихся сосуда с площадями оснований S_1 **и** S_2 заполнены водой (плотность **ρ**). В каждом сосуде на поверхности воды находится по невесомой платформе, плотно прилегающей к стенкам сосуда. На первую платформу установлена пружина с жёсткостью k и длиной L_0 в недеформированном состоянии, и поверх этой пружины установлен груз массой M_1. Какой массы M_2 надо положить груз на вторую платформу, чтобы после установления равновесия грузы оказались на одной высоте? Ответ приведите в килограммах, округлив до ближайшего целого. Положение грузов отсчитывается по их нижней поверхности. Ускорение свободного падения примите равным g. Силами трения пренебрегите, пружина всегда остается вертикальной.



Решение:

Пружина давит на платформу с той же силой, что и груз давит на пружину. Поэтому для того, чтобы понять, как изменится положение платформ, пружину можно не учитывать.

Пусть H1 и H2 - это высоты платформ над дном стакана, тогда справедливо соотношение:

$$\rho g H_1 + \frac{M_1 g}{S_1} = \rho g H_2 + \frac{M_2 g}{S_2}$$

Тогда разница высот платформ

$$H_1 - H_2 = \frac{1}{\rho}\left(\frac{M_2}{S_2} - \frac{M_1}{S_1}\right)$$

Длина пружины после деформации составит

$$L_1 = L_0 - \frac{M_1 g}{k}$$

Условие, что грузы находятся на одной высоте, запишется как

$$H_1 + L_1 = H_2$$

Откуда

$$H_2 - H_1 = L_1$$

Приравнивая два выражения для разницы высот, получаем ответ

$$M_2 = M_1\left(\frac{S_2}{S_1} + \frac{\rho g S_2}{k}\right) - \rho S_2 L_0$$

Наборы чисел и ответы:

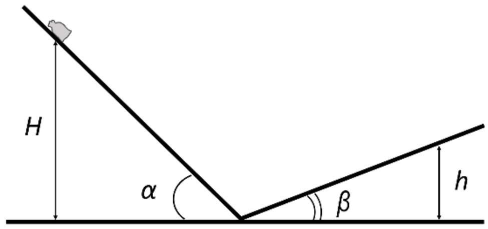
$\boldsymbol{S_1}$ = 0.2 м^2, $\boldsymbol{S_2}$ = 0.1 м^2, **ρ** = 1000 кг/м^3, $\boldsymbol{k}$ = 1000 Н/м, $\boldsymbol{L_0}$ = 0.5 м, $\boldsymbol{M_1}$ = 38 кг, $\boldsymbol{g}$ = 10 м/с^2 => $\boldsymbol{M_2}$ = 7 кг

$\boldsymbol{S_1}$ = 0.3 м^2, $\boldsymbol{S_2}$ = 0.1 м^2, **ρ** = 1000 кг/м^3, $\boldsymbol{k}$ = 1000 Н/м, $\boldsymbol{L_0}$ = 0.5 м, $\boldsymbol{M_1}$ = 45 кг, $\boldsymbol{g}$ = 10 м/с^2 => $\boldsymbol{M_2}$ = 10 кг

$\boldsymbol{S_1}$ = 0.3 м^2, $\boldsymbol{S_2}$ = 0.2 м^2, **ρ** = 1000 кг/м^3, $\boldsymbol{k}$ = 1000 Н/м, $\boldsymbol{L_0}$ = 0.4 м, $\boldsymbol{M_1}$ = 48 кг, $\boldsymbol{g}$ = 10 м/с^2 => $\boldsymbol{M_2}$ = 48 кг

10 класс, задача 4, 11 класс, задача 1, вариант 1

Мешок с зерном ставят на наклонную плоскость, изображённую на рисунке (слева). С какой высоты ***H*** его надо спустить без начальной скорости по этой плоскости, чтобы на правой он поднялся до высоты ***h***? Левая плоскость расположена под углом **α** градусов к горизонту, а правая - под углом **β** градусов. Мешок скользит без трения, при переходе с одной плоскости на другую он испытывает неупругий удар, при котором не отскакивает, а компонента скорости вдоль нового направления движения остается неизменной. Размерами мешка можно пренебречь по сравнению с остальными геометрическими размерами в задаче.



Решение:

Непосредственно перед ударом мешок имеет скорость $\boldsymbol{v}_1$ вдоль левой поверхности, для которой выполняется соотношение

$$mgH = \frac{mv_1^2}{2}$$

При этом скорость мешка вдоль правой поверхности в момент соударения составляет

$$v_2 = v_1 \cos(\alpha + \beta)$$

После столкновения скорость мешка становится равной v_2, и тогда условие, что он поднимется на высоту ***h***:

$$mgh = \frac{mv_2^2}{2}$$

Подставив выражение для $\boldsymbol{v}_2$ через $\boldsymbol{v}_1$, получаем ответ

$$h = H\left(\cos(\alpha + \beta)\right)^2$$

$$H = \frac{h}{\left(\cos(\alpha + \beta)\right)^2}$$

Числовые данные и ответы:

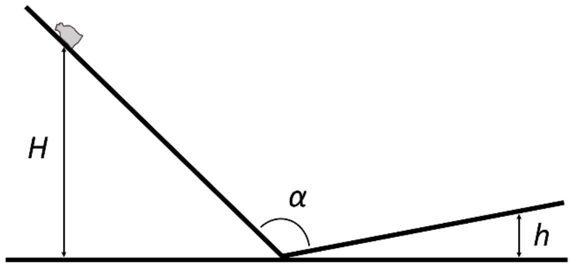
α = 45°, **β** = 15°, ***h*** = 1 м => ***H*** = 4 м

α = 30°, **β** = 15°, ***h*** = 1 м => ***H*** = 2 м

α = 40°, **β** = 20°, ***h*** = 0.5 м => ***H*** = 2 м

10 класс, задача 4, 11 класс, задача 2, вариант 2

Мешок с зерном ставят на наклонную плоскость, изображённую на рисунке (слева) и отпускают. Определите угол между плоскостями **α**, если известно, что мешок поднялся по правой плоскости на высоту в ***k*** раз меньшую, чем высота, с которой его отпустили. Мешок скользит без трения, при переходе с одной плоскости на другую он испытывает неупругий удар, при котором не отскакивает, а компонента скорости вдоль нового направления движения остается неизменной. Размерами мешка можно пренебречь по сравнению с остальными геометрическими размерами в задаче.



Решение:

Обозначим начальную высоты на левой плоскости за ***H***, а конечную на правой за ***h***.

Непосредственно перед ударом мешок имеет скорость $\boldsymbol{v}_1$ вдоль левой поверхности, для которой выполняется соотношение

$$mgH = \frac{mv_1^2}{2}$$

При этом скорость вдоль правой поверхности составляет

$$v_2 = v_1 \cos(180 - \alpha) = -v_1 \cos(\alpha)$$

После столкновения скорость мешка становится равной v_2, и тогда условие, что он поднимется на высоту ***h***:

$$mgh = \frac{mv_2^2}{2}$$

Откуда

$$\left(\cos(\alpha)\right)^2 = \frac{h}{H} = \frac{1}{k} => \cos(\alpha) = \mp\sqrt{\frac{1}{k}}$$

Угол должен быть тупым, поэтому

$$\cos(\alpha) = -\sqrt{\frac{1}{k}}$$

Или для смежного угла

$$\cos(180° - \alpha) = \sqrt{\frac{1}{k}}$$

Откуда можно найти значение угла

$$\alpha = 180° - \mathrm{acrcos}\left(\sqrt{\frac{1}{k}}\right)$$

Числовые данные и ответы:

k = 4 => **α** = 180° - 60° = 120°

k = 2 => **α** = 180° - 45° = 135°

k = 4/3 => **α** = 180° - 30° = 150°

10 класс, задача 5, 11 класс, задача 2, вариант 1

Изменение состояния идеального газа проиллюстрировано на *VT*-диаграмме. Из приведенных ниже утверждений выберите верные:

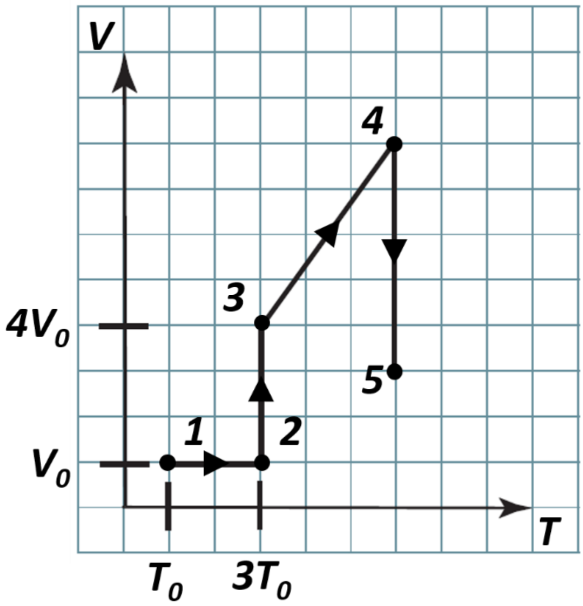
А) процесс 1-2 – изохорное охлаждение;

Б) процесс 3-4 – изобарный;

В) процесс 4-5 – изотермическое расширение;

Г) давление газа в состоянии, соответствующей точке 5 на графике, в 2 раза больше давления газа в состоянии в точке 1;

Д) давление газа в состоянии, соответствующей точке 3 на графике, в 2 раза меньше давления газа в состоянии в точке 2.



Решение:

А) Процесс 1-2 изохорный нагрев, а не охлаждение, так как конечная температура больше начальной. Утверждение А неверное.

Б) Процесс 3-4 действительно изобарный, в чем можно удостовериться, записав соотношения для термодинамических величин, описывающих состояние идеального газа в точках 3 и 4 и подставив соответствующие значения из графика:

$$\frac{P_3V_3}{T_3} = \frac{P_4V_4}{T_4} => P_3 \cdot \frac{4V_0}{3T_0} = P_4 \cdot \frac{8V_0}{6T_0} => P_3 = P_4$$

Утверждение Б верное.

В) Процесс 4- 5 – изотермическое сжатие, а не расширение, так как конечный объем меньше начального. Утверждение В неверное.

Г) Запишем соотношение для состояний идеального газа 1 и 5:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_5V_5}{T_5} => P_1\frac{V_0}{T_0} = P_5\frac{3V_0}{6T_0} => P_1 = \frac{1}{2}P_5 => P_5 = 2P_1$$

Утверждение Г верное.

Д) Процесс 2-3 – изотермическое расширение. Запишем соотношение для состояний идеального газа 2 и 3:

$$P_2V_2 = P_3V_3 => \frac{P_3}{P_2} = \frac{V_2}{V_3} = \frac{V_0}{4V_0} => P_3 = \frac{1}{4}P_2$$

Давление в состоянии 3 в четыре раза меньше давления в состоянии 2. Утверждение Д неверное.

Ответ: верные утверждения Б и Г.

10 класс, задача 5, 11 класс, задача 2, вариант 2

Изменение состояния идеального газа проиллюстрировано на *PT*-диаграмме. Из приведенных ниже утверждений выберите верные:

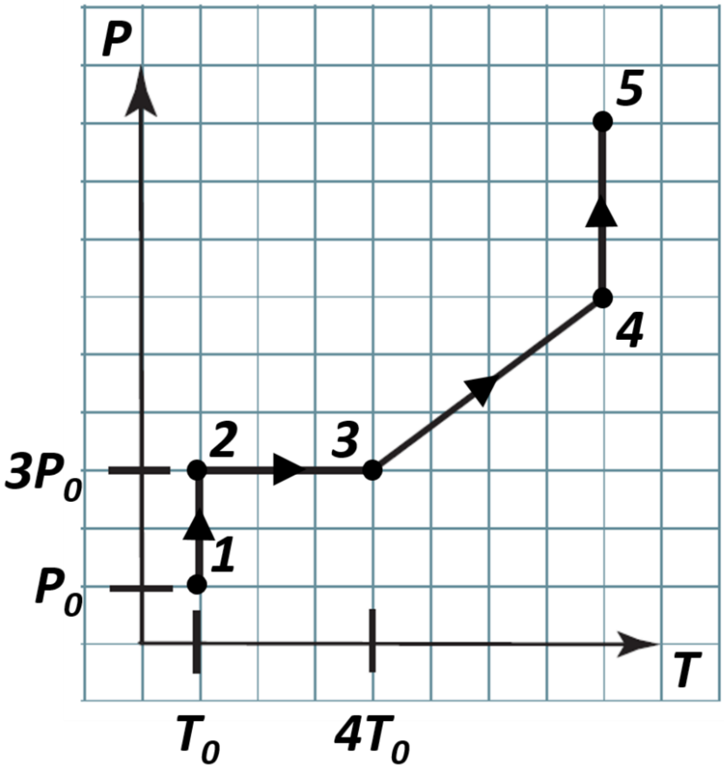
А) процесс 2-3 – изобарное охлаждение;

Б) процесс 3-4 – изохорный;

В) процесс 4-5 – изотермическое расширение;

Г) объем газа в состоянии, соответствующей точке 5 на графике, в 2 раза больше объема газа в состоянии в точке 1;

Д) объем газа в состоянии, соответствующей точке 3 на графике, в 4 раза больше объема газа в состоянии в точке 2.



Решение

А) Процесс 2-3 – изобарный нагрев, а не охлаждение, так как конечная температура больше начальной. Утверждение А неверное.

Б) Процесс 3-4 действительно изохорный, в чем можно удостовериться, записав соотношения для термодинамических величин, описывающих состояние идеального газа в точках 3 и 4 и подставив соответствующие значения из графика:

$$\frac{P_3V_3}{T_3} = \frac{P_4V_4}{T_4} => V_3 \cdot \frac{3P_0}{4T_0} = V_4 \cdot \frac{6P_0}{8T_0} => V_3 = V_4$$

Утверждение Б верное.

В) Процесс 4-5 изотермическое сжатие, а не расширение, так как при постоянной температуре и увеличивающемся давлении объем идеального газа должен уменьшаться. Утверждение В неверное.

Г) Запишем соотношение для состояний идеального газа 1 и 5:

$$V_1\frac{P_1}{T_1} = V_5\frac{P_5}{T_5} => V_1\frac{P_0}{T_0} = V_5\frac{9P_0}{8T_0} => V_1 = \frac{9}{8}V_5 => V_5 = \frac{8}{9}P_1$$

Утверждение Г неверное.

Д) Процесс 2-3 изобарический, для него справедливо соотношение:

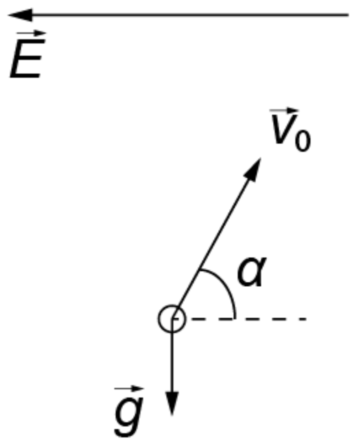
$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} => \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} => V_3 = 4V_2$$

Утверждение Д верное.

Ответ: верные утверждения Б и Д.

10 класс, задача 6, 11 класс, задача 3, вариант 1

Массивной пылевой частице положительного заряда, находящейся в вакууме в однородном электрическом поле, в начальный момент времени сообщили скорость v_0=10 м/с, направленную под углом α=30° к горизонту. Известно, что электрическое поле придает частице ускорение, которое в √3 раз больше ускорения свободного падения. Направление поля и начальной скорости частицы изображены на рисунке. Какой путь пройдет частица за время t=2 с? Считать ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Результат выразить в метрах, округлив до целого значения.



Решение:

По условию дано, что горизонтальная компонента ускорения (обусловленная силой Кулона) в $\sqrt{3}$ раз больше ускорения свободного падения. Векторная суммируя эти компоненты обнаруживаем, что направление результирующего ускорения лежит на той же прямой, что и вектор начальной скорости, направленный в противоположную сторону и численно равный 20 м/с^2 (находим по теореме Пифагора). Следовательно, частица будет двигаться прямолинейно, и можно рассматривать движение вдоль этой прямой.

Тогда скорость через 2с после начала рассмотрения будет равна:

$$v = v_0 - at = 10 - 40 = -30\ \text{м/с}$$

Значит, частица за указанный промежуток времени повернется в сторону, обратную первоначальному направлению движения. Момент поворота:

$$v_0 - at_1 = 0 => t_1 = 0.5\ c$$

Пройденный за это время путь может быть найден как:

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = 10 * 0.5 - 20 * \frac{0.25}{2} = 2.5\ \text{м}$$

Через оставшиеся 1.5 с пройденный путь составит:

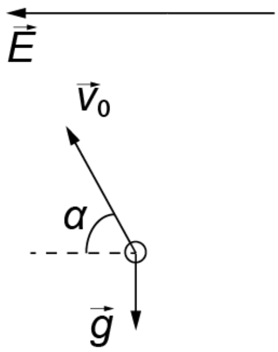
$$S_2 = \frac{at_2^2}{2} = 10 * 1.5^2 = 22.5$$

Складывая, получаем ответ.

Ответ: S=25 м.

10 класс, задача 6, 11 класс, задача 3, вариант 2

Массивной пылевой частице отрицательного заряда, находящейся в вакууме в однородном электрическом поле, в начальный момент времени сообщили скорость v_0=20 м/с, направленную под углом α=60° к горизонту. Известно, что электрическое поле придает частице ускорение, которое в √3 раз меньше ускорения свободного падения. Направление поля и скорости частицы изображены на рисунке. Какой путь пройдет частица за время t=4 с? Считать ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Результат выразить в метрах, округлив до целого значения.



Решение

По условию дано, что горизонтальная компонента ускорения (обусловленная силой Кулона) в $\sqrt{3}$ раз меньше ускорения свободного падения. Векторная суммируя эти компоненты обнаруживаем, что направление результирующего ускорения лежит на той же прямой, что и вектор начальной скорости, направлено в противоположную сторону и численно равно $20/\sqrt{3}$ м/с^2 (находим по теореме Пифагора). Следовательно, частица будет двигаться прямолинейно, и можно рассматривать движение вдоль этой прямой.

Тогда скорость через 2с после начала рассмотрения будет равна:

$$v = v_0 - at = 20 - \frac{80}{\sqrt{3}} = 20\left(1 - \frac{4}{\sqrt{3}}\right) < 0$$

Значит, частица за указанный промежуток времени повернется в сторону, обратную первоначальному направлению движения. Момент поворота:

$$v_0 - at_1 = 0 => t_1 = \sqrt{3}c$$

Пройденный за это время путь может быть найден как:

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = 20\sqrt{3} - \frac{20}{\sqrt{3}\frac{3}{2}} = 20\sqrt{3}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 10\sqrt{3}\text{ м}$$

Через оставшиеся $4 - \sqrt{3}$ с пройденный путь составит:

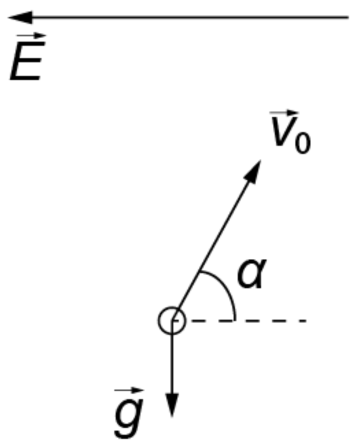
$$S_2 = \frac{at_2^2}{2} \approx 29.7 \text{ м}$$

Складывая и округляя до целого, получаем ответ.

Ответ: S≈47 м.

10 класс, задача 6, 11 класс, задача 3, вариант 3

Массивной пылевой частице положительного заряда, находящейся в вакууме в однородном электрическом поле, в начальный момент времени сообщили скорость v_0=20 м/с, направленную под углом α=30° к горизонту. Известно, что электрическое поле придает частице ускорение, которое в √3 раз больше ускорения свободного падения. Направление поля и начальной скорости частицы изображены на рисунке. За какое время частица преодолеет путь S=20 м? Считать ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Результат выразить в секундах, округлив до первого знака после запятой.



Решение

По условию дано, что горизонтальная компонента ускорения (обусловленная силой Кулона) в $\sqrt{3}$ раз больше ускорения свободного падения. Векторная суммируя эти компоненты обнаруживаем, что направление результирующего ускорения лежит на той же прямой, что и вектор начальной скорости, направлено в противоположную сторону и численно равно 20 м/с^2 (находим по теореме Пифагора). Следовательно, частица будет двигаться прямолинейно, и можно рассматривать движение вдоль этой прямой.

Ускорение направлено против начальной скорости частицы. Определим, через какое время скорость обратится в ноль:

$$v_0 - at_1 = 0 => t_1 = 1\ c$$

Пройденный за это время путь может быть найден как:

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = 20 * 1 - 20 * \frac{1}{2} = 10 \text{ м}$$

Это меньше пути, про который спрашивают в задаче. Найдем время после поворота, за которое частица пройдет оставшиеся 10 м:

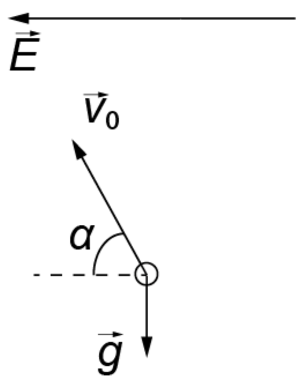
$$S_2 = \frac{at_2^2}{2} => t_2 = \sqrt{\frac{2S_2}{a}} = \sqrt{\frac{20}{20}} = 1\ c$$

Складывая эти времена, получаем ответ.

Ответ: t= 2 с.

10 класс, задача 6, 11 класс, задача 3, вариант 4

Массивной пылевой частице отрицательного заряда, находящейся в вакууме в однородном электрическом поле, в начальный момент времени сообщили скорость v_0=30 м/с, направленную под углом α=30° к горизонту. Известно, что электрическое поле придает частице ускорение, которое в $\sqrt{3}$ раз больше ускорения свободного падения. Направление поля и скорости частицы изображены на рисунке. За какое время частица преодолеет путь S=42.5 м? Считать ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Результат выразить в секундах, округлив до первого знака после запятой.



Решение:

По условию дано, что горизонтальная компонента ускорения (обусловленная силой Кулона) в $\sqrt{3}$ раз больше ускорения свободного падения. Векторная суммируя эти компоненты обнаруживаем, что направление результирующего ускорения лежит на той же прямой, что и вектор начальной скорости, направлено в противоположную сторону и численно равно 20 м/с^2 (находим по теореме Пифагора). Следовательно, частица будет двигаться прямолинейно, и можно рассматривать движение вдоль этой прямой.

Ускорение направлено против начальной скорости частицы. Определим, через какое время скорость обратится в ноль:

$$v_0 - at_1 = 0 => t_1 = 1.5\ c$$

Пройденный за это время путь может быть найден как:

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{a t_1^2}{2} = 30 * 1.5 - 20 * \frac{2.25}{2} = 22.5 \text{ м}$$

Это меньше пути, про который спрашивают в задаче. Найдем время после поворота, за которое частица пройдет оставшиеся 20 м:

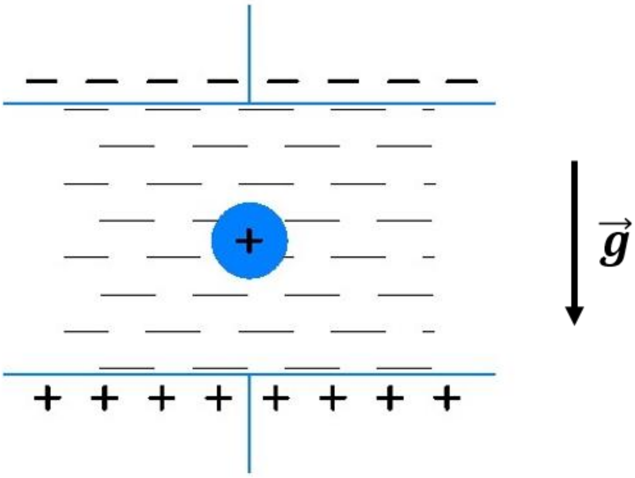
$$S_2 = \frac{a t_2^2}{2} => t_2 = \sqrt{\frac{2S_2}{a}} = \sqrt{\frac{40}{20}} = \sqrt{2}\ c$$

Складывая эти времена, получаем ответ.

Ответ: t≈3 с.

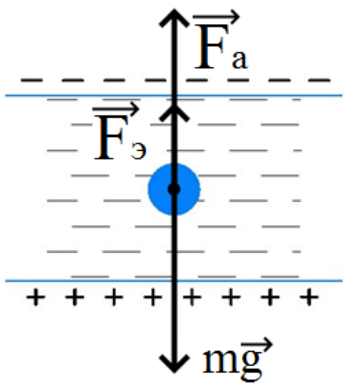
11 класс, задача 4, вариант 1

Внутри плоского заряженного конденсатора, заполненного диэлектрической жидкостью плотностью 866 кг/м^3 и диэлектрической проницаемостью 2.4, плавает металлический шарик объёмом $3\cdot10^{-3}$ см$^{-3}$. Плотность материала шарика составляет 8980 кг/м^3. Найдите площадь пластин конденсатора, если при заряде конденсатора в 6 мкКл, а заряде шарика – 0,8 нКл, он (шарик) остается в покое (см. рисунок). Расстояние между пластинами конденсатора намного больше радиуса шарика и намного меньше размеров пластин. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2, электрическую постоянную $9\cdot10^{-12}$ Ф/м. Ответ приведите в квадратных метрах, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Шарик находится в покое, это значит, что векторная сумма всех сил равна нулю:



$$\vec{F}_э + \vec{F}_а + m\vec{g} = 0,$$

$$F_э + F_а - mg = 0,$$

Зная, что: $F_э = q_ш * \text{E}$, $E = \frac{U}{d}$, $U = \frac{q_к}{\text{C}}$, $\text{C} = \frac{\varepsilon * \varepsilon_0 * S}{d}$.

Получим выражение для электрической силы следующего вида:

$$F_э = \frac{q_ш * q_к}{\varepsilon * \varepsilon_0 * S}.$$

Выражение для силы Архимеда:

$$F_а = \rho_ж * g * V_ш.$$

И для силы тяжести:

$$mg = \rho_ш * V_ш * g.$$

Итоговое уравнение имеет вид:

$$\frac{q_ш * q_к}{\varepsilon * \varepsilon_0 * S} + \rho_ж * g * V_ш - \rho_ш * V_ш * g = 0.$$

Выражение для площади пластин конденсатора имеет вид:

$$S = \frac{q_ш * q_к}{\varepsilon * \varepsilon_0 * g * V_ш * (\rho_ш - \rho_ж)}.$$

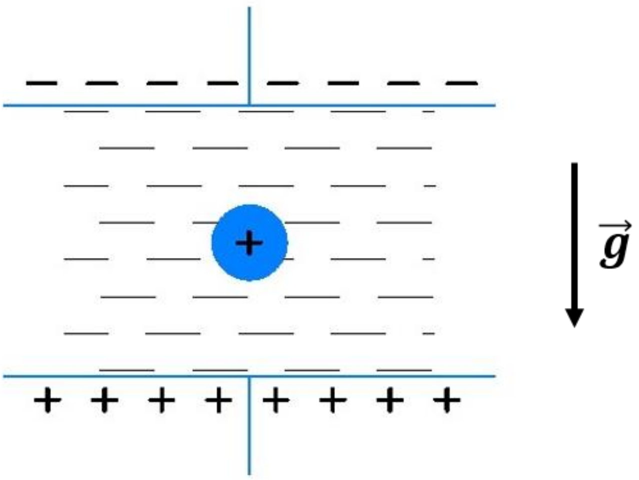
Получим:

$$S = \frac{0{,}8 * 10^{-9}Кл * 6 * 10^{-6}Кл}{2{,}4 * 9 * 10^{-12}\frac{Ф}{м} * 10\ \frac{м}{с^2} * 3 * 10^{-9}м^3 * (8980\ \frac{кг}{м^3} - 866\ \frac{кг}{м^3})} = 0{,}91м^2.$$

Ответ: $S = 1\ м^2$

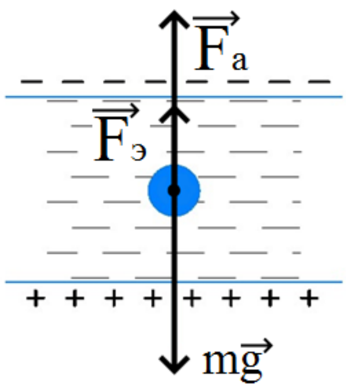
11 класс, задача 4, вариант 2

Внутри плоского заряженного конденсатора, заполненного диэлектрической жидкостью плотностью 830 кг/м^3, плавает металлический шарик объёмом 2·10^{-3} см$^{-3}$. Плотность материала шарика составляет 8750 кг/м^3. Найдите относительную диэлектрическую проницаемость жидкости, если при заряде конденсатора в 4 мкКл, а заряде шарика – 0.5 нКл, он (шарик) остается в покое (см. рисунок). Площадь пластин конденсатора составляет 0.5 м^2, расстояние между ними намного больше радиуса шарика и намного меньше размеров пластин. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2, электрическую постоянную 9·10^{-12} Ф/м. Ответ приведите, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Шарик находится в покое, это значит, что векторная сумма всех сил равна нулю:



$$\vec{F}_э + \vec{F}_а + m\vec{g} = 0,$$

$$F_э + F_а - mg = 0,$$

Зная, что: $F_э = q_ш * \text{E}$, $E = \frac{U}{d}$, $U = \frac{q_к}{\text{C}}$, $\text{C} = \frac{\varepsilon * \varepsilon_0 * S}{d}$.

Получим выражение для электрической силы следующего вида:

$$F_э = \frac{q_ш * q_к}{\varepsilon * \varepsilon_0 * S}.$$

Выражение для силы Архимеда:

$$F_а = \rho_ж * g * V_ш.$$

И для силы тяжести:

$$mg = \rho_ш * V_ш * g.$$

Итоговое уравнение имеет вид:

$$\frac{q_ш * q_к}{\varepsilon * \varepsilon_0 * S} + \rho_ж * g * V_ш - \rho_ш * V_ш * g = 0.$$

Выражение для диэлектрической проницаемости жидкости конденсатора имеет вид:

$$\varepsilon = \frac{q_ш * q_к}{S * \varepsilon_0 * g * V_ш * (\rho_ш - \rho_ж)}.$$

Получим:

$$\varepsilon = \frac{0{,}5 * 10^{-9}\text{Кл} * 4 * 10^{-6}\text{Кл}}{0{,}5\text{м}^2 * 9 * 10^{-12}\frac{\text{ф}}{\text{м}} * 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} * 2 * 10^{-9}\text{м}^3 * (8750\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 830\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3})} = 2{,}8.$$

Ответ: $\varepsilon = 3$.

11 класс, задача 5, вариант 1

Закрытый сосуд с поршнем, способным двигаться без трения, заполнен смесью воздуха и насыщенного водяного пара с температурой *T* = 20 °C. Внутри сосуда закреплен манометр, показывающий текущее давления газа. В результате изотермического сжатия объем, занимаемый газом, уменьшился в $\boldsymbol{n}$ раз, а показания манометра увеличились в $\boldsymbol{\alpha}$ раз. Определите конечные показания манометра. Давление насыщенных паров воды 2.34 кПа. Ответ приведите в кПа, округлив до ближайшего целого. Объемом образовавшейся воды пренебрегите.

Решение

Показания манометра – сумма парциальных давлений воздуха и насыщенного водяного пара. Условие на увеличение показания манометра в α раз:

$$\frac{p_2 + p_{\text{н.п.}}}{p_1 + p_{\text{н.п.}}} = \alpha$$

$$p_2 + p_{\text{н.п.}} = \alpha(p_1 + p_{\text{н.п.}}) => p_2 - \alpha p_1 = p_{\text{н.п.}}(\alpha - 1)$$

p_1 – начальное давление воздуха, p_2 – конечное, $p_{\text{н.п.}}$ – давление насыщенных паров (в ходе процесса не меняется).

Из условия:

$$V_1 = nV_2$$

Изотермическое сжатие:

$$p_1V_1 = p_2V_2 => p_1 = \frac{V_2}{V_1}p_2 = \frac{p_2}{n}$$

Откуда имеем:

$$p_2 - \frac{\alpha}{n}p_2 = p_{\text{н.п.}}(\alpha - 1) => p_2 = p_{\text{н.п.}}\frac{n(\alpha - 1)}{n - \alpha}$$

Показания манометра:

$$p_2 + p_{\text{н.п.}} = p_{\text{н.п.}}\left(\frac{n(\alpha - 1)}{n - \alpha} + 1\right) = p_{\text{н.п.}}\left(\frac{n\alpha - n + n - \alpha}{n - \alpha}\right) = p_{\text{н.п.}}\frac{\alpha(n - 1)}{n - \alpha}$$

Числовые данные и ответы:

$p_{н.п.}$ = 2,34 кПа, α = 2, n = 3. Ответ: 9,36 кПа≈9 кПа

$p_{н.п.}$ = 2,81 кПа, α = 2, n = 4. Ответ: 8,43 кПа≈8 кПа

11 класс, задача 5, вариант 2

В закрытом сосуде, оснащенном манометром, находится сухой воздух при температуре ***T***. Сосуд через герметичный клапан наполняют водой так, что вода занимает **1/*n*** часть объема сосуда. Через некоторое время показания манометра установились и оказались в $\boldsymbol{\alpha}$ раз больше первоначальных. Определите начальное давление воздуха в сосуде. Давление насыщенных паров воды ***p*****н.п.**, процесс считать изотермическим, изменением объема воды с испарением пренебречь.

Решение

Показания манометра в начале – давление сухого воздуха, а в конце – сумма парциальных давлений воздуха и насыщенного водяного пара.

$$p_2 = p_{\text{возд}2} + p_{\text{н.п.}} \Rightarrow p_{\text{возд}2} = p_2 - p_{\text{н.п.}}$$

$$p_1 = p_{\text{возд}1}$$

p_1 – начальное показание манометра, p_2 – конечное, $p_{\text{н.п.}}$ – давление насыщенных паров (в ходе процесса не меняется).

По условию конечное давление в $\boldsymbol{\alpha}$ раз больше начального:

$$p_2 = \alpha p_1 \Rightarrow p_{\text{возд}2} + p_{\text{н.п.}} = \alpha p_{\text{возд}1}$$

Из условия объем свободной от воды части сосуда составляет:

$$V_2 = V_1 \frac{n-1}{n}$$

Изотермическое сжатие:

$$p_{\text{возд}1} V_1 = p_{\text{возд}2} V_2 \Rightarrow p_{\text{возд}1} = \frac{V_2}{V_1} p_{\text{возд}2} = p_{\text{возд}2} \frac{n-1}{n}$$

$$p_{\text{возд}2} = \frac{n}{n-1} p_{\text{возд}1}$$

Подставляем:

$$\alpha p_1 = \frac{n}{n-1} p_1 + p_{\text{н.п.}} \Rightarrow p_1 \left(\alpha - \frac{n}{n-1}\right) = p_{\text{н.п.}} \Rightarrow$$

$$p_1 \frac{n\alpha - \alpha - n}{n-1} = p_{\text{н.п.}}$$

$$p_1 = p_{\text{н.п.}} \frac{n-1}{n\alpha - \alpha - n}$$

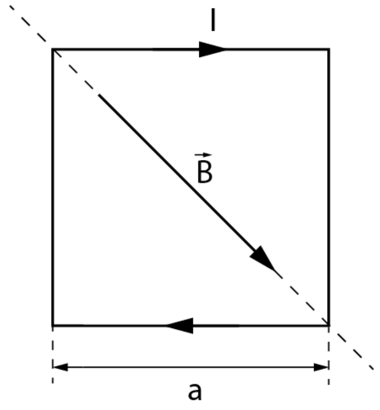
Числовые данные и ответы:

$p_{н.п.}$ = 2,34 кПа, α = 4, n = 2. Ответ: 1,17 кПа≈1 кПа

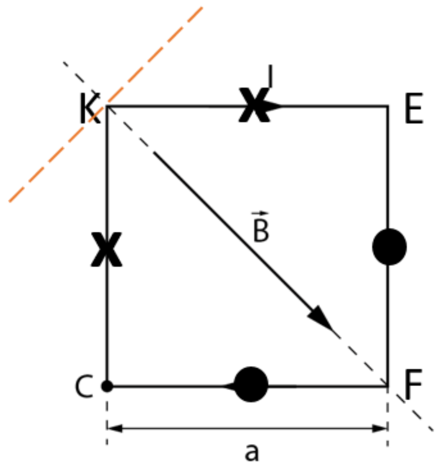
$p_{н.п.}$ = 2,81 кПа, α = 2, n = 3. Ответ: 5,62 кПа≈6 кПа

11 класс, задача 6, вариант 1

Квадратная невесомая проводящая рамка со стороной a=55 см лежит на горизонтальной непроводящей плоскости. В пространстве создается однородное магнитное поле с индукцией в 2 Тл, линии которого направлены параллельно плоскости и ориентированы относительно сторон рамки так, как показано на рисунке (вид сверху). В каждой из вершин рамки разместили по одинаковому точечному грузику. Определите, какую минимальную массу должен иметь каждый из грузиков, чтобы при протекании по рамке тока I=1 А она оставалась покоиться на горизонтальной плоскости? Направление тока указано на рисунке. Считайте, что грузики не влияют на магнитное поле и протекающий в рамке ток. Ответ приведите в граммах, округлив до целого. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2.



Решение:



На каждую сторону рамки действует сила Ампера, по модулю равная:

$$F_A = IaB \cdot sin45° = \frac{\sqrt{2}}{2} IaB$$

Направление силы Ампера определяем по правилу левой руки. Для удобства обозначим вершины рамки дополнительными символами. Тогда стороны EF и FC будет действовать сила Ампера, направленная вверх, а на стороны CK и KE – вниз. Отсюда следует, что рамка будет стремится повернуться вокруг оси, проходящей через вершину K в плоскости рисунка и перпендикулярной диагонали FK.

Точки приложения сил находятся по центру каждой из сторон. Для определения плеч проводим перпендикуляры из центров к оси вращения. Плечо для двух ближних сторон рамки будет $\frac{a}{2\sqrt{2}}$. плечо для двух дальних граней - $\frac{3a}{2\sqrt{2}}$

Суммарный момент сил без дополнительного груза:

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} IaB \cdot \frac{3a}{2\sqrt{2}} - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} IaB \cdot \frac{a}{2\sqrt{2}} = Ia^2B$$

Плечи сил тяжести от дополнительных грузов в точках C и E равны $\frac{a}{\sqrt{2}}$, их момент $\frac{Mga}{\sqrt{2}}$.

Плечо силы тяжести от дополнительного груза в точке F в два раза больше и равно $\sqrt{2}a$, ее момент $\sqrt{2}Mga$.

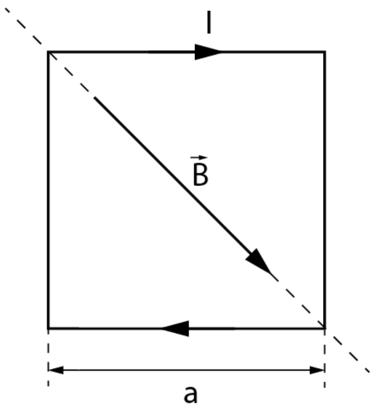
Суммарный момент: $Ia^2B - 2\frac{Mga}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}Mga = 0$

Значение $M = \sqrt{2}\frac{IaB}{4g} = 38.891$ г.

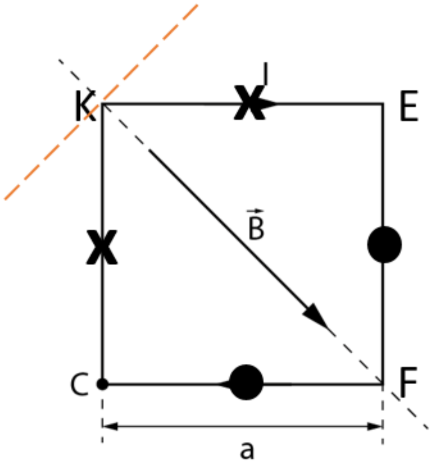
Ответ: 39 г.

11 класс, задача 6, вариант 2

Квадратная невесомая проводящая рамка со стороной a=90 см лежит на горизонтальной непроводящей плоскости. В пространстве создается однородное магнитное поле с индукцией в 4 Тл, линии которого направлены параллельно плоскости и ориентированы относительно сторон рамки так, как показано на рисунке (вид сверху). В каждой из вершин рамки разместили по одинаковому точечному грузику. Определите, какую минимальную массу должен иметь каждый из грузиков, чтобы при протекании по рамке тока I=0.7 А она оставалась покоиться на горизонтальной плоскости? Направление тока указано на рисунке. Считайте, что грузики не влияют на магнитное поле и протекающий в рамке ток. Ответ приведите в граммах, округлив до целого. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2.



Решение:



На каждую сторону рамки действует сила Ампера, по модулю равная:

$$F_A = IaB \cdot sin45° = \frac{\sqrt{2}}{2} IaB$$

Направление силы Ампера определяем по правилу левой руки. Для удобства обозначим вершины рамки дополнительными символами. Тогда стороны EF и FC будет действовать сила Ампера, направленная вверх, а на стороны CK и KE – вниз. Отсюда следует, что рамка будет стремится повернуться вокруг оси, проходящей через вершину K в плоскости рисунка и перпендикулярной диагонали FK.

Точки приложения сил находятся по центру каждой из сторон. Для определения плеч проводим перпендикуляры из центров к оси вращения. Плечо для двух ближних сторон рамки будет $\frac{a}{2\sqrt{2}}$. плечо для двух дальних граней - $\frac{3a}{2\sqrt{2}}$

Суммарный момент сил без дополнительного груза:

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} IaB \cdot \frac{3a}{2\sqrt{2}} - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} IaB \cdot \frac{a}{2\sqrt{2}} = Ia^2B$$

Плечи сил тяжести от дополнительных грузов в точках C и E равны $\frac{a}{\sqrt{2}}$, их момент $\frac{Mga}{\sqrt{2}}$.

Плечо силы тяжести от дополнительного груза в точке F в два раза больше и равно $\sqrt{2}a$, ее момент $\sqrt{2}Mga$.

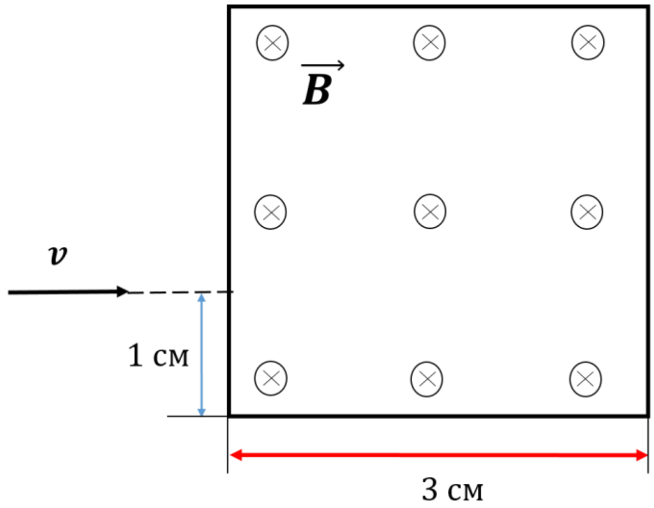
Суммарный момент: $Ia^2B - 2\frac{Mga}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}Mga = 0$

Значение $M = \sqrt{2}\frac{IaB}{4g} = 89.095$ г.

Ответ: 89 г.

11 класс, задача 7, вариант 1

В ограниченном пространстве, сечение которого имеет форму квадрата со стороной **3 см** (см. рисунок), создается однородное магнитное поле. Линии индукции магнитного поля направлены перпендикулярно плоскости рисунка. Двигаясь слева направо, в это пространство влетает положительно заряженная частица, отношение заряда к массе которой равно **$24 \cdot 10^4$ Кл/кг**. Начальная скорость частицы равна **360 м/с** и направлена перпендикулярно левой границе области, точка влета расположена на расстоянии **1 см** от нижней границы. Какова должна быть величина индукции магнитного поля, чтобы частица вылетела из этой области в направлении, перпендикулярном первоначальному направлению движения? Ответ приведите в Тл, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Заряженная частица, попадая в магнитное поле, будет испытывать действие силы Лоренца и двигаться по окружности. Из правила левой руки находим направление силы Лоренца – частица будет двигаться по окружности от точки влета против часовой стрелки. Чтобы частица вылетела из области в направлении, перпендикулярном первоначальному, центр окружности должен быть расположен в левом верхнем углу области. Радиус окружности тогда будет равен ***R***=2 см.

Индукция магнитного поля и радиус окружности связаны соотношением:

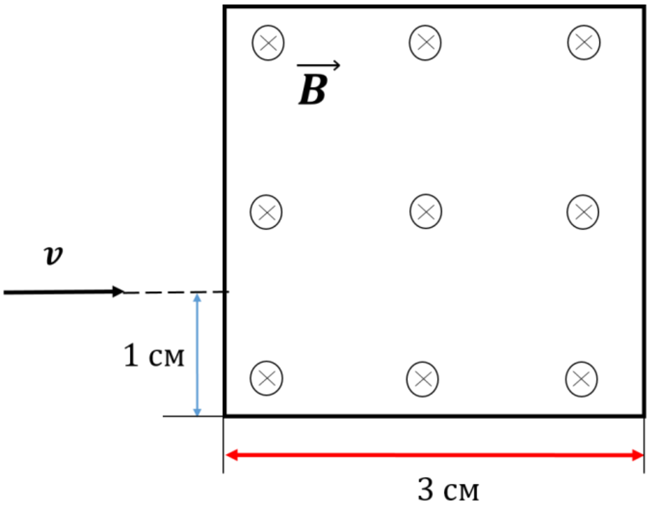
$$qvB = \frac{mv^2}{R} => B = \frac{mv}{qR} = \frac{v}{\frac{q}{m}R} = 75 \text{ мТл}$$

Если индукция магнитного поля будет меньше, то радиус окружности будет больше необходимого, и угол отклонения будет отличным 90°. Поэтому найденное значение является минимальным и ответом на поставленный вопрос.

Ответ: 75 мТл

11 класс, задача 7, вариант 2

В ограниченном пространстве, сечение которого имеет форму квадрата со стороной **3 см** (см. рисунок), создается однородное магнитное поле. Линии индукции магнитного поля направлены перпендикулярно плоскости рисунка. Двигаясь слева направо, в это пространство влетает отрицательно заряженная частица, отношение заряда к массе которой равно **$24 \cdot 10^4$ Кл/кг**. Начальная скорость частицы равна **360 м/с** и направлена перпендикулярно левой границе области, точка влета расположена на расстоянии **1 см** от нижней границы. Какова должна быть величина индукции магнитного поля, чтобы частица вылетела из этой области в направлении, перпендикулярном первоначальному направлению движения? Ответ приведите в Тл, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Заряженная частица, попадая в магнитное поле, будет испытывать действие силы Лоренца и двигаться по окружности. Из правила левой руки находим направление силы Лоренца – частица будет двигаться по окружности от точки влета по часовой стрелке. Чтобы частица вылетела из области в направлении, перпендикулярном первоначальному, центр окружности должен быть расположен в левом нижнем углу области. Радиус окружности тогда будет равен ***R***=1 см.

Индукция магнитного поля и радиус окружности связаны соотношением:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} => B = \frac{mv}{qR} = \frac{v}{\frac{q}{m}R} = 150 \text{ мТл}$$

Если индукция магнитного поля будет меньше, то радиус окружности будет больше необходимого, и угол отклонения будет меньше 90°. Поэтому найденное значение является минимальным и ответом на поставленный вопрос.

Ответ: 150 мТл