

**Задача 5.** Функция спроса на биржевой товар X в стране Фертинии описывается следующей зависимостью:  $Q_D = 160 - 10P$ , а функция предложения фертинийских производителей товара X (они же продавцы этого товара) имеет вид  $Q_S = 60 + 10P$ , где:

Q – количество товара X в млн. штук.

P – цена товара X в фертиниях (фертинь - фертинийская денежная единица).

Известно, что цена товара X на мировом рынке равна 2 райна (товар X производится и в других странах). Фертиния открытая страна, поэтому у нее отсутствуют барьеры в международной торговле. Особенностью товара X является то, что при его перемещении транспортными и иными затратами, связанными с его перемещением, можно пренебречь.

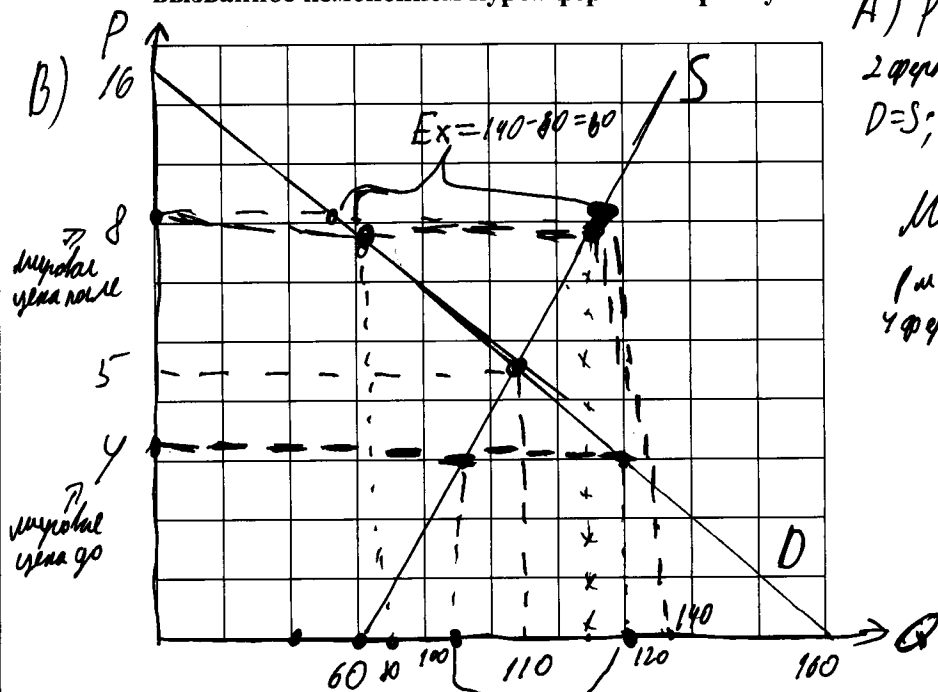
В конце 2018 года курс фертиния к району составлял 2 фертиния за один район. Однако с наступлением 2019 года конъюнктура валютного рынка изменилась и курс фертиния составил 4 фертиния за один район. При этом спрос на товар X покупателей в Фертинии и его предложение фертинийскими производителями остались прежними. Мировая цена товара X, выраженная в районах, также не изменилась.

**Задания:**

**А) Определить величину импорта (или экспорта) товара X до и после изменения курса фертиния к району.**

**В) Отобразить ситуацию на рынке товара X в Фертинии до и после изменения курса фертиния к району при помощи графиков функций спроса и предложения.**

**С) Вычислить изменение выигрыша покупателей на фертинийском рынке товара X, вызванное изменением курса фертиния к району.**

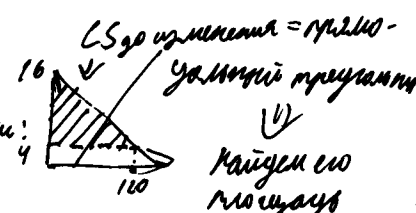


А)  $P_m = 2 \text{ района} \Rightarrow P_m = 4 \text{ ф}$  ← меньше равновесной  $\Rightarrow$  импорт  
 $D=S; 160-10P=60+10P; 20P=100 \Rightarrow P=5 \text{ ф}$   
 $I_m = D(4) - S(4) =$

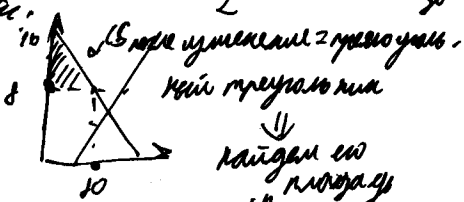
Мы хотим доизменения  $= 120 - 100 = 20$

$(P_m = 2 \text{ района}) \Rightarrow P_m = 4 \text{ ф}$  ← больше равновесной  
 $4 \text{ ф} \text{ равн. } 2 \text{ района} \Rightarrow \text{бюджет 2х ставок}$   
 $\Rightarrow E_k = S(8) - D(8) =$   
 $= 140 - 80 = 60$

Мы хотим после изменения



$$S = \frac{(16-4) \cdot 120}{2} = 720 = CS_{до}$$



$$S = \frac{(16-8) \cdot 40}{2} = 320 = CS_{после}$$

С). Найдем выигрыш покупателей до изменения, изобразим графиком:

Найдем выигрыш покупателей после изменения: изобразим графиком:

Знаем  $CS_{до} = 720$   
 $CS_{после} = 320$  тогда найдем изменение:  $\Delta S = 400$

Ответ: А)  $I_m = 20$  - доизменения  
 $E_k = 60$  - после изменения.  
 В) на графике  
 С)  $\Delta CS = 400$ .



6319

80

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2018-2019

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Москва

Дата 09. марта. 2019

## ВАРИАНТ 4

**Задача 1.** Производством мяса кролика на Северо-Западе России занимаются 100 одинаковых фермерских хозяйств, издержки каждой из которых можно описать уравнением  $TC = Q^2 + 10Q + 50$ , где Q – количество произведенной продукции, в кг.

- Сколько продукции будет предложено на рынке, если цена установится на уровне  $P=40$  руб. за кг?
- Если спрос на продукцию можно описать уравнением  $Q=2500-50P$ , то какой будет равновесная цена рынка P?
- Пусть государство предлагает фермерам упрощенную систему налогообложения одного из двух следующих видов: или налог на выручку в размере 6% или налог на прибыль в размере 15%. Какой вид налога выберут фермеры?
- В страну завозят импортную продукцию по цене  $P=20$  руб. Какое количество импорта может быть поглощено рынком при спросе  $Q=7000-100P$ ?
- Если государство для защиты местных производителей введет пошлину на импорт в размере  $t=2$  руб. на кг, какой будет величина налоговых поступлений T от импорта?

1. Запишем прибыль индивидуального фермера:  $\pi_i = p \cdot q_i - q_i^2 - 10q_i - 50 \Rightarrow \text{мат. - это } \frac{d\pi_i}{dq_i} = 0$   
 $\Rightarrow q_i = \frac{p}{2} - 5$ , так как  $S = 100 \cdot q_i = 50P - 500$ , найдем  $Q: S(40) = 1500$

2. Равновесие достигается, когда  $S=D \Rightarrow 50P - 500 = 2500 - 50P; 100P = 3000 \Rightarrow P = 30$

3. Запишем прибыль одного фермера:  $\pi_i = \begin{cases} 0,94Pq - q^2 - 10q - 50 \Rightarrow \text{мат. - это } \frac{d\pi_i}{dq} = 0 \\ 0,85(Pq - q^2 - 10q - 50) \Rightarrow \text{мат. - это } \frac{d\pi_i}{dq} = 0 \end{cases}$   
 $\Rightarrow \pi_i$  максимизируется будет равна:  $\pi_i = \begin{cases} \frac{(0,94P-10)q}{4} - 50 \\ \frac{0,85(P-10)q}{4} - 50 \end{cases}$  сравним, чтобы понять какой налог:  $q = \frac{0,94P-10}{2}$   
 $\Rightarrow \frac{(0,94P-10)^2}{4} - 50$  и  $\frac{0,85(P-10)^2}{4} - 50$   
 $\Rightarrow \frac{(0,94P-10)^2}{4} - 50 \geq \frac{0,85(P-10)^2}{4} - 50$   
 $\Rightarrow \frac{(0,94P-10)^2}{4} \geq \frac{0,85(P-10)^2}{4}$   
 $\Rightarrow 0,94P-10 \geq 0,85(P-10)$   
 $\Rightarrow 0,94P-10 \geq 0,85P-8,5$   
 $\Rightarrow 0,09P \geq 1,5$   
 $\Rightarrow P \geq \frac{1,5}{0,09} = 16,67$

1) Налог на прибыль  $\Rightarrow S = q \cdot 100 = 50P - 500$  и равновесие будет аналогично пункту 2)  $\Rightarrow Q=1500, a P=P=30 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \pi_i = 0,85 \frac{(30-10) \cdot 1500}{4} - 50 = 42,5$   
 2) Налог на выручку  $\Rightarrow S = q \cdot 100 = 47P - 500 = D = 2500 - 50P \Rightarrow$   
 $\Rightarrow P = \frac{3000}{97} \Rightarrow \pi_i = \frac{(0,94 \cdot \frac{3000}{97} - 10)^2}{4} - 50 = \frac{(2820 - 970)^2}{4 \cdot 9409,4} - 50 = \frac{1950^2}{37637,6} - 50 = \frac{3802500}{37637,6} - 50 = 100,8 - 50 = 50,8$

**Задача 2.** В отрасли производства игрушек функционируют 10 фирм, которые производят эксклюзивные мини модели автомашин, с равными долями в общем объеме продаж. Для оценки уровня монопольной власти на рынке используют индекс Херфиндала-Хиршмана.

1. Какова будет величина индекса, если 2 фирмы отрасли объединятся в одну?
2. Сколько фирм могут объединиться в одну, если Федеральная антимонопольная служба запрещает объединение фирм в ситуации, когда, в результате объединения, значение индекса превысит 1800?

ИХИ - индекс Херфиндала - Хиршмана

1. Как известно  $ИХИ = S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_n^2$ , где  $S$  - рыночные доли фирм на рынке.  
 Пусть как фирма на рынке объединится, то  $S_1 = S_2 = \dots = S_n = \frac{100\%}{10} = 10\%$ .  
 Если все фирмы на рынке одинаковы, а значит доли будут равны, то  $S_1 = S_2 = \dots = S_{10} = 10\%$ .  
 $\Rightarrow ИХИ = 10^2 + 10^2 + \dots + 10^2 = 10 \cdot 10^2 = 1000$   
 Если все фирмы на рынке одинаковы, а значит доли будут равны, то  $S_1 = S_2 = \dots = S_{10} = 10\%$ .  
 $\Rightarrow ИХИ = 10^2 + 10^2 + \dots + 10^2 = 10 \cdot 10^2 = 1000$   
 2.  $ИХИ \leq 1800$ , найдем максимальное значение, когда  $ИХИ = 1800$ .  
 $ИХИ = 1800 = S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_n^2$ , известно, что  $S_1 = S_2 = \dots = S_n = \frac{100\%}{n}$ .  
 $\Rightarrow ИХИ = n \cdot \left(\frac{100}{n}\right)^2 = \frac{10000}{n} \leq 1800$ , найдем минимальное значение  $n$ .  
 $\Rightarrow n \geq \frac{10000}{1800} \approx 5.55$ , значит  $n = 6$ .  
 Ответ: 6 фирм.

**Задача 3.** Для проведения финансовых вычислений Римма Марковна, главный бухгалтер фирмы «Сеньор Помидор», которая занимается торговлей овощами и фруктами, пользовалась имеющимся у неё калькулятором. При этом в расчётах использовались четыре арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Но когда пришлось проводить расчёты в очередной раз, оказалось, что

кнопка  $\frac{1}{x}$ , позволяющая производить деление, сломалась; также, выяснилось, что не работает кнопка  $\frac{1}{x}$

(позволяющая находить обратное число), и кнопки  $\ln$  и  $\lg$  (это — все кнопки калькулятора, позволяющие вычислять логарифмы).

Можно ли, используя работающие кнопки, среди которых есть  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\sin$ ,  $\lg$ ,  $\arccos$ ,  $\arctg$ , произвести необходимые финансовые вычисления? (Ответ на задачу дайте обоснованно).

• Попробуем найти  $\frac{1}{x}$ : известно, что  $\lg(\arctg(x)) = x$ .  
 $\Rightarrow \lg(\arctg(x)) = x$ , тогда мы знаем, что  $\arctg(x) = \frac{1}{x}$ .  
 не можем найти  $\frac{1}{x}$ .

• Попробуем с делением, предположим у нас есть число  $A$ , которое нужно разделить на  $x$ .  
 $A/x = \frac{A}{x} = A \cdot \frac{1}{x}$ .  
 $\Rightarrow A/x = A \cdot \frac{1}{x} = A \cdot \lg(\arctg(x)) = A/x$

• Далее, что найти  $\ln$  и  $\lg$  мы не можем. Так как для логарифма  $\ln$  и  $\lg$  нужно иметь минимальное число (е для  $\ln$ ) но его мы очевидно не имеем.  
 Ситуация с  $\lg$  аналогичная, мы не можем провести такие операции, чтобы получить логарифм, но + есть кнопка на калькуляторе.

Ответ:  $\frac{1}{x} = \lg(\arctg(x))$ ;  $A/x = A \cdot \lg(\arctg(x))$ ,  $\lg$  и  $\ln$  - целоза

Задача 4.

**Задача 3.** Два партнёра, Андрей и Василий, начинают совместный бизнес. Через некоторое время дела начинают идти неважно, скоро для финансового оздоровления фирмы возникнет потребность в кредите, и Андрей начинает подозревать Василия в нехороших махинациях у него за спиной. Василий, по его мнению, то ли преступно присваивает часть прибыли (условно назовём данную позицию "ВОР"), то ли интригует с целью завоевать руководящие позиции в фирме ("ИНТРИГАН"), то ли просто предпочитает имитацию деятельности настоящей работе ("ЛОДЫРЬ"). Впрочем, не исключено, что все эти подозрения абсолютно беспочвенны, а проблемы фирмы лежат в совершенно иной плоскости ("ЖЕРТВА"). Тем не менее, Андрей обдумывает свои действия, которые могут подразумевать либо глобальную проверку финансовой документации фирмы (условно назовём данную стратегию "РЕВИЗИЯ"), что позволит вывести на чистую воду вора, либо попытку, в свою очередь, вытеснить подозрительного партнёра из бизнеса ("ЛИДЕР"), если он лодырь или интриган, либо, наконец, отказаться от своих подозрений и позволить событиям идти своим чередом ("ДОВЕРИЕ"). При этом итоговая сумма необходимого кредита напрямую будет зависеть от результата действий обоих партнёров (так, если Василий окажется вором, то, в отсутствие адекватного контроля своих действий, он может, в конце концов, просто исчезнуть с кассой предприятия).

В таблицах ниже (эта информация известна и Андрею, и Василию, при этом Василий также выбирает свою линию поведения в условиях подозрений Андрея) указаны выигрыши и проигрыши партнёров (в сотнях тысяч рублей). Андрей борется за выживание фирмы и стремится минимизировать сумму необходимого кредита. Соответственно, в левой таблице представлена эта сумма в зависимости от той или иной ситуации. В правой таблице приводится увеличение/падение доходов Василия (так, если Василий невиновен, а Андрей вытесняет его из бизнеса, Василий теряет 5 млн. руб., а если Василий - вор, которому Андрей доверяет, Василий дополнительно получает 10 млн. руб.).

АНДРЕЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	10	500	20	10
ЛИДЕР	800	400	15	2
ДОВЕРИЕ	1000	500	30	5

ВАСИЛИЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	-100	5	-10	5
ЛИДЕР	-10	-10	-5	-50
ДОВЕРИЕ	100	40	100	20

Вопрос I: какие стратегии будут использовать партнёры в борьбе за будущее фирмы и своё собственное (в предположении о том, что они не могут выбрать сразу несколько)?

Вопрос II: какой в итоге будет сумма кредита?

Вопрос I: ~~Вопрос I~~.  
 Замечание 1: Андрей будет минимизировать значение в левой таблице от решения Василия.  
 Замечание 2: Василий будет максимизировать значение в правой таблице от решения Андрея.  
 Построим общую таблицу, где учтём выигрыши и проигрыши Андрея и Василия в зависимости от их стратегий.

а.мезми:		ВОД	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
АНДРЕЙ	РЕВИЗИЯ	10/-100	500/5	20/-10	10/5
	ЛИДЕР	200/-10	400/-10	15/-5	2/-50
	ДОВЕРИЕ	1000/100	500/40	30/100	5/20

Рассмотрим стратегии Андрея в зависимости от выбора Василия.

Василий - вор  $\rightarrow$  АНДРЕЙ - РЕВИЗИЯ

Василий - лодырь  $\rightarrow$  АНДРЕЙ - ЛИДЕР

Василий - интриган  $\rightarrow$  АНДРЕЙ - ЛИДЕР

Василий - жертва  $\rightarrow$  АНДРЕЙ - ЛИДЕР

Рассмотрим стратегии Василия в зависимости от выбора Андрея.

АНДРЕЙ - РЕВИЗИЯ  $\rightarrow$  ВАСИЛИЙ - ЛОДЫРЬ/ЖЕРТВА (ЛОДЫРЬ или ЖЕРТВА)

АНДРЕЙ - ЛИДЕР  $\rightarrow$  ВАСИЛИЙ - ИНТРИГАН

АНДРЕЙ - ДОВЕРИЕ  $\rightarrow$  ВАСИЛИЙ - ВОР/ИНТРИГАН (ВОР или ИНТРИГАН)

Эти стратегии являются оптимальными в зависимости от выбора в игре.

ВОПРОС II: для итоговой суммы кредита нам нужно найти равно весие в данной игре.

Равновесие - это когда никому не выгодно отклониться от выбранной стратегии другого игрока. Продолжение на дол. листе.

# Продолжение четвертой задачи

Переписываем нашу таблицу еще раз и покажем все стратегии.

	Вор	Лодырь	Василий	Хертва
Ревизия	10/100	500/5	20/10	10/5
Лидер	100/10	400/10	15/5	21/50
Роберие	1000/100	500/40	30/100	5/20

Подчеркивал — стратегии Андрея при определенной стратегии Василия.

Подчеркивал — стратегии Василия при определенной стратегии Андрея.

Когда мы подчеркивали наши стратегии можно заметить, что выделенная комбинация двух стратегий, при которых никому не выгодно отклониться.

Это стратегии РЕВИЗИЯ — ХЕРТВА

	Вор	Лодырь	Василий	Хертва
Ревизия	10/100	500/5	20/10	10/5
Лидер	100/10	400/10	15/5	21/50
Роберие	1000/100	500/40	30/100	5/20

Подчеркивал — стратегии Андрея при определенной стратегии Василия

Подчеркивал — стратегии Василия при определенной стратегии Андрея

Когда мы подчеркиваем наши стратегии можно заметить, что единственная комбинация двух стратегий, при которых никому не выгодно отклониться это стратегии Лидер / Василий  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  Смотрим на левую таблицу в условии и понимаем,

что в равновесии наш кредит будет равен 15 сотен тысяч рублей

Вопрос 2. Задача времени и помощи \* с задачей

Вопрос 2 КРЕДИТ = 15

Сумма кредита = 15



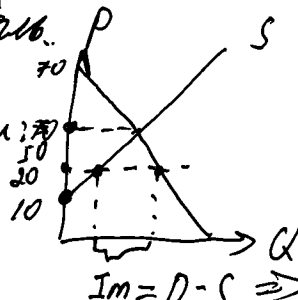
Продолжение первой задачи: теперь мы знаем, что при цене на прибыль  $\pi = 42,5$   
 при цене на функцию  $\pi = \frac{1540700}{9409.4}$   
 Осталось из графиков:  $42,5$  и  $\frac{1540700}{9409.4}$  так как у нас есть только

налого на прибыль  $\frac{1599530}{9409.4} \leq \frac{1540700}{9409.4}$ , видно, что прибыль фермера при цене  
 абсолютно и конкурентно) выберет налог на прибыль.

4. Это мы имеем:  $D = 7000 - 100p$

$S = 50p - 500$

Прибыль  $= 20$



$$\Rightarrow \Pi_m(20) = D(20) - S(20) = 5000 - 500 = 4500 - \text{вал. в импорте}$$

5. Если будет налог, то мировая цена будет равна:  $p_m = 20 + t = 22$

Найдем импорт при такой цене:  $\Pi_m(22) = D(22) - S(22) = 4800 - 600 = 4200$

$$T_x = \Pi_m \cdot t = 4200 \cdot 2 = 8400$$

- Ответ:
1.  $Q = 15000$
  2.  $p = 30$
  3. налог на прибыль
  4.  $\Pi_m = 4500$
  5.  $T_x = 8400$

! В задаче 2 знак обозначения  $\rightarrow$   
 и я имел в виду, что наша функция это парабол  
 (ветвления вниз, поэтому максимум в  
 вершине.

## Продолжение второй задачи

$$100 \cdot n + (100 - 10n)^2 \leq 1100; 100n + 10000 - 2000n + 100n^2 \leq 1100 \quad | : 100$$

$$n + 100 - 20n + n^2 \leq 11; n^2 - 19n + 89 \leq 0, \text{ решим уравнение: } n^2 - 19n + 82 = 0$$

$$\Rightarrow n_{1,2} = \frac{19 \pm \sqrt{33}}{2} \Rightarrow \text{П.к. } n^2 - 19n + 82 - \text{парабола ветвится вверх} \Rightarrow n \in \left[ \frac{19 - \sqrt{33}}{2}; \frac{19 + \sqrt{33}}{2} \right]$$

План как функции  $(n)$  прикармливать утки едят.

Уточню, что функции меньше 10  $\Rightarrow n \leq 10$

- Ответ:
1.  $\Pi_{\text{КК}} = 1100$
  2. Максимальное значение прироста функции

$$n \in [7; 10], \text{ то } \Pi_{\text{КК}} = 1100$$

при  $n \in [0; 6] \quad \Pi_{\text{КК}} \geq 1100 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  максимальное  
 значение прироста функции