

Задача 5. Функция спроса на биржевой товар X в стране Нагонии описывается следующей зависимостью: $Q_D = 800 - 20P$, а функция предложения нагонийских производителей товара X (они же продавцы этого товара) имеет вид $Q_S = -400 + 20P$, где:

Q – количество товара X в млн. штук.

P – цена товара X в нагонах (нагонь – нагонийская денежная единица).

Известно, что цена товара X на мировом рынке равна 4 тугрика (товар X производится и в других странах). Нагония открытая страна, поэтому у нее отсутствуют барьеры в международной торговле. Особенностью товара X является то, что при его перемещении транспортными и иными затратами, связанными с его перемещением, можно пренебречь.

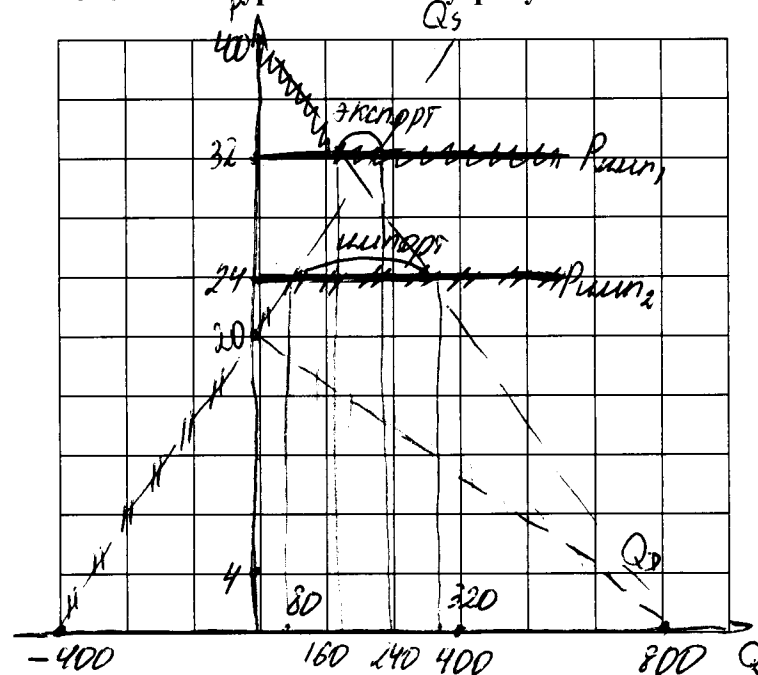
В конце 2018 года курс нагоня к тугрику составлял 8 нагоней за один тугрик. Однако с наступлением 2019 года конъюнктура валютного рынка изменилась и курс нагоня составил 6 нагоней за один тугрик. При этом спрос на товар X покупателей в Нагонии и его предложение нагонийскими производителями остались прежними. Мировая цена товара X, выраженная в тугриках, также не изменилась.

Задания:

А) Определить величину импорта (или экспорта) товара X до и после изменения курса нагоня к тугрику.

В) Отобразить ситуацию на рынке товара X в Нагонии до и после изменения курса нагоня к тугрику при помощи графиков функций спроса и предложения.

С) Вычислить изменение выигрыша покупателей на нагонийском рынке товара X, вызванное изменением курса нагоня к тугрику.



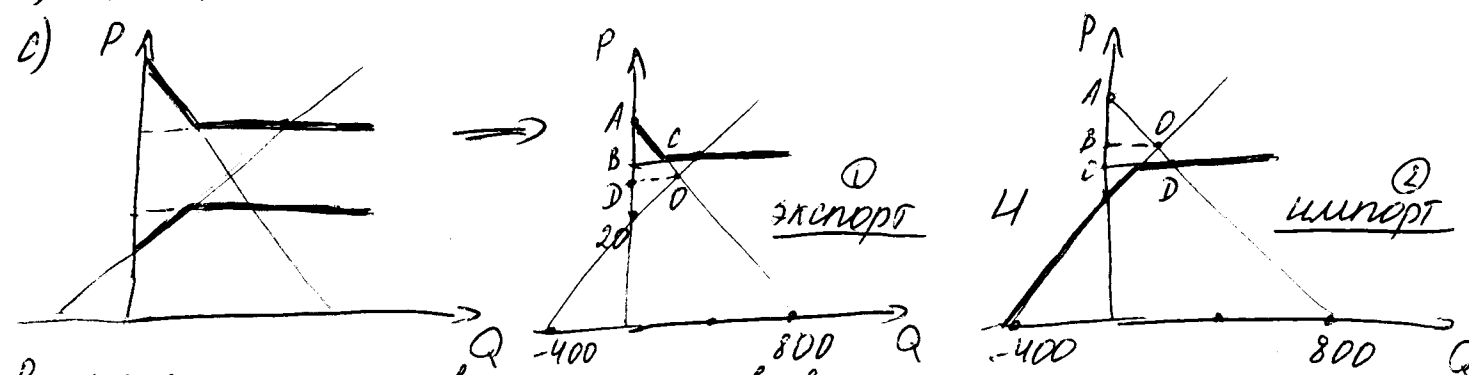
Т-тугрики
Н-нагонии
эксп.
имп.
Q_{экс} / Q_{имп} = спрос на импорт
P_{имп} = P на мир. рынке

А) $Q_D = Q_S$
 $800 - 20P = -400 + 20P$
 $1200 = 40P, P = 30$
 $P_{имп} = 4T = 32Н. P < P_{имп} \Rightarrow \text{импорта}$
 $Q_{экс} = Q_S - Q_D = -400 + 20P - 800 + 20P = 40P - 1200$
 при $P_{имп} = 32Н$ $Q_{экс} = 80$

после изм. $P_{имп} = 4T = 24Н. P > P_{имп} \Rightarrow \text{будет импорт}$
 $Q_{имп} = Q_D - Q_S = 800 - 20P - (-400 + 20P) = 1200 - 40P$
 при $P_{имп} = 24Н$ $Q_{имп} = 240$

/// - общий спрос; /// - общ. предложение

В) см. клеточки



Рассматривая каждую сит. в отделе, нарисовав схемат. графики.

1. $P = 32Н$. Без импорта, выигрыш - ΔAOD , с мир. торговлей произв. выгодно перен. продав. часть прод. за границу, пока $P_{мир}$ не сравн. с $P_{имп}$.
 Выигрыш покуп. определял. разницей м.у. макс. ценой спроса и фактич. ценой.
 Исходный выигрыш при старом курсе: ΔABC . (см. прод. на гор. линии)



7988

75

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2018-2019

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Москва

Дата 09.03.2019г.

ВАРИАНТ 3

Задача 1. Производством мяса и яйца перепелок на Северо-Западе России занимаются 200 одинаковых фермерских хозяйств, издержки каждой из которых можно описать уравнением $TC = 0,5 \cdot Q^2 + 10 \cdot Q + 100$, где Q – количество произведенной продукции, в кг.

- Сколько продукции будет предложено на рынке, если цена установится на уровне $P = 50$ руб. за кг?
- Если спрос на продукцию можно описать уравнением $Q = 7000 - 100 \cdot P$, то какой будет равновесная цена рынка P?
- Пусть государство предлагает фермерам упрощенную систему налогообложения одного из двух следующих видов: или налог на выручку в размере 6% или налог на прибыль в размере 15%. Какой вид налога выберут фермеры?
- В страну завозят импортную продукцию по цене $P = 20$ руб. Какое количество импорта может быть поглощено рынком при спросе $Q = 7000 - 100 \cdot P$?
- Если государство для защиты местных производителей введет пошлину на импорт в размере $t = 2$ руб. на кг, какой будет величина налоговых поступлений T от импорта?

$TC = 0,5Q^2 + 10Q + 100$
 $MC = TC' = Q + 10 = P$ (сов. конкур.)

1. $Q_{имп} = P - 10$: предл. кат. фирмы
 $Q_D = 800$ $Q_{имп} = 200P - 2000$
 при $P = 50$ $Q_D = 8000$ (кг)

2. спрос = предл.
 $200P - 2000 = 7000 - 100P$
 $300P = 9000$
 $P = 30$ (руб.)

каждая фирма макс. свою прибыль:
 на TR в разм. 6%:

при $P = 30$ $Q_{имп} = 20$
 $\pi_1 = 0,94 \cdot 20 \cdot 30 - 200 - 100 - 200 = 64$
 $= 0,94 \cdot 20 \cdot 30 - 200 - 100 - 200 = 64$

на π в разм. 15%.

$\pi_2 = (Q_{имп} \cdot P - TC) \cdot 0,85 =$
 $= (20 \cdot 30 - 500) \cdot 0,85 = 85$

$\pi_2 > \pi_1 \Rightarrow \text{выберут налог на } \pi$

4. спрос $P_{равн} > P_{имп}$

спрос на импорт ($Q_{имп}$) $= Q_D - Q_S = 200P - 2000 - 7000 + 100P = 300P - 9000$
 $= 7000 - 100P - 200P + 2000 = 9000 - 300P$. При $P_{имп} = 20$ $Q_{имп} = 9000 - 300 \cdot 20 = 3000$ (кг)

Задача 2. В отрасли производства игрушек функционируют 25 фирм, которые делают фарфоровые куклы, с равными долями в общем объеме продаж. Для оценки уровня монопольной власти на рынке используют индекс Херфиндаля-Хиршмана.

- Какова будет величина индекса, если 5 фирм отрасли объединятся в одну?
- Сколько фирм могут объединиться в одну, если Федеральная антимонопольная служба запрещает объединение фирм в ситуации, когда, в результате объединения, значение индекса превысит 1800?

$I_{xx} = S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_n^2$, где S_i - доля фирмы i на рынке. в %

1. У 25 фирм - целый рынок, т.е. ①, $\Rightarrow \frac{1}{25} = 0,04$ (доля 1 фирмы) $\Rightarrow 0,04 \cdot 5 = 0,2$ (доля пяти фирм)

Итого на рынке одна общед. фирма с долей 0,2 и 20 - с долей 0,04.

$I_{xx} = 0,2^2 + 20 \cdot 0,04^2 =$ переводим в %, умножаем на 100, и счит. I_{xx} .

$I_{xx} = 20^2 + 20 \cdot 4^2 = 400 + 320 = 720$

2. Пусть x - кол-во фирм, объедин. в одну, $x \in \mathbb{Z}_+$

$I_{xx} = (4x)^2 + (25-x) \cdot 4^2 = 16x^2 + 400 - 16x \leq 1800$

$16x^2 - 16x \leq 1400 \Rightarrow 4x^2 - 4x \leq 350 \Rightarrow 4x(x-1) \leq 350$

найд. цел. число, удовл. этому увел.: $x = 9$ (при $x = 9$ $4x(x-1) = 288$; при $x = 10$ $4x(x-1) = 360$)

понятно, что мень. число фирм может объедин.

Ответ: 1) 720 2) 9 и меньше.

Задача 3. Для проведения финансовых вычислений главный бухгалтер фирмы «Рогожки да сапожки» Лионелла Альбертовна пользовалась имеющимся у неё калькулятором. При этом в расчётах использовались четыре арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Но когда пришлось проводить расчёты в очередной раз, оказалось, что кнопка $\frac{1}{x}$, позволяющая производить

деление, сломалась; также, выяснилось, что не работает кнопка $\frac{1}{x}$ (позволяющая находить обратное

число), и кнопки \ln и \lg (это — все кнопки калькулятора, позволяющие вычислять логарифмы).

Можно ли, используя работающие кнопки, среди которых есть $+$, $-$, \times , \sin , \lg , \arccos , \arctg , произвести необходимые финансовые вычисления? (Ответ на задачу дайте обоснованно).

1. Пусть даны числа x и y . Нужно найти n : $y \cdot n = x$. ^{необход.}

Если хотя бы 1 число из x и y меньше 1 - разность на n степени 10 и делитель. Если одно из чисел отриц. - держим "-" в уме, но вычисляем с плюсом.

2. выделяем целую часть методом подбора: умножаем y на целые числа, пока " $=$ ", сравн. с x . находим наиб. k такое, что $y \cdot k \leq x$; $y \cdot (k+1) > x$. Если $y \cdot k = x$, алз закончен. Если нет:

3. Пусть $y \cdot k = z$. нам нужно найти значение $\frac{x-z}{y}$. Для этого берём $\arctg(\frac{x-z}{y})$ и $\arctg(\frac{z}{y})$. При умножении функции на \arctg ей гр-но помножить все самое, с учётом обл. значений \arctg (т.е. $-\frac{\pi}{2}$ и $\frac{\pi}{2}$) происх. сокращ. дроби до несократимой.

Ответ: можно.

Задача 4. Два партнёра, Андрей и Василий, начинают совместный бизнес. Через некоторое время дела начинают идти неважно, скоро для финансового оздоровления фирмы возникнет потребность в кредите, и Андрей начинает подозревать Василия в нехороших махинациях у него за спиной. Василий, по его мнению, то ли преступно присваивает часть прибыли (условно назовём данную позицию "ВОР"), то ли интригует с целью завоевать руководящие позиции в фирме ("ИНТРИГАН"), то ли просто предпочитает имитацию деятельности настоящей работе ("ЛОДЫРЬ"). Впрочем, не исключено, что все эти подозрения абсолютно беспочвенны, а проблемы фирмы лежат в совершенно иной плоскости ("ЖЕРТВА"). Тем не менее, Андрей обдумывает свои действия, которые могут подразумевать либо глобальную проверку финансовой документации фирмы (условно назовём данную стратегию "РЕВИЗИЯ"), что позволит вывести на чистую воду вора, либо попытку, в свою очередь, вытеснить подозрительного партнёра из бизнеса ("ЛИДЕР"), если он лодырь или интриган, либо, наконец, отказаться от своих подозрений и позволить событиям идти своим чередом ("ДОВЕРИЕ"). При этом итоговая сумма необходимого кредита напрямую будет зависеть от результата действий обоих партнёров (так, если Василий окажется вором, то, в отсутствие адекватного контроля своих действий, он может, в конце концов, просто исчезнуть с кассой предприятия).

В таблицах ниже (эта информация известна и Андрею, и Василию, при этом Василий также выбирает свою линию поведения в условиях подозрений Андрея) указаны выигрыши и проигрыши партнёров (в сотнях тысяч рублей). Андрей борется за выживание фирмы и стремится минимизировать сумму необходимого кредита. Соответственно, в левой таблице представлена эта сумма в зависимости от той или иной ситуации. В правой таблице приводится увеличение/падение доходов Василия (так, если Василий невиновен, а Андрей вытесняет его из бизнеса, Василий теряет 4 млн. руб., а если Василий - вор, которому Андрей доверяет, Василий дополнительно получает 10 млн. руб.).

АНДРЕЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	30	500	400	20
ЛИДЕР	1000	50	50	2
ДОВЕРИЕ	800	400	100	4

ВАСИЛИЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	-80	10	-1	0
ЛИДЕР	-10	-70	-3	-40
ДОВЕРИЕ	100	30	50	20

Вопрос I: какие стратегии будут использовать партнёры в борьбе за будущее фирмы и своё собственное (в предположении о том, что они не могут выбрать сразу несколько)?

Вопрос II: какой в итоге будет сумма кредита?

1) Перерисую таблицу, расположив в каждой ячейке 2 числа: 1-ое: сумма кредита (А. будет её мин), 2-ое: выигрыш Василия (В. будет его макс). То, какие стратегии будут выбраны, опреде. равнов. по Нэшу (полож., при котором никому не выгодно менять свое повед., если другой его не меняет). Соответ. партн. будут испол. стратегии, исходя из ячейки, где кот. совпад. макс. выгода В. при дан. страт. А. и мин. сумма кредита при дан. предполож. о повед. В.

	вор	лодырь	интриган	жертва
ревизия	30; -80	500; 10	400; -1	20; 0
лидер	1000; -10	50; -70	50; -3	2; -40
доверие	800; 100	400; 30	100; 50	4; 20

равнов. - (лидер; интриган) \leftarrow для дан. ситуации (т.е. он мог быть жертвой, но сравнил свою индив. полезность, выберет стратегию и вор и т.д.)

2) Находим в левой табл. сумму кредита: 50 сотен тыс. руб., или 5 млн. руб.

Ответ: 1) Анд. - лидер, Василий - интриган 2) 5 млн. рублей.

Чистовик.

Задача 1.

5. Введ. пошлины на импорт. В разн. t равнов. новов. Рын на t , $R_{\text{имп}}^2 = 22$ руб.

$$Q_{\text{имп}} = 9000 - 300P (\text{н.ч})$$

$$\text{при } R_{\text{имп}} = 22 \quad Q_{\text{имп}} = 2400 (\text{кз})$$

$$T = Q_{\text{имп}} \cdot t = 2400 \cdot 2 = 4800 (\text{руб})$$

Ответ: 1) 8000 кз 3) на прибыль 5) 4800 руб.
2) 30 руб 4) 3000 кз

Задача 5.

с) рассм. сго S ; $A(0; 40)$; $B(0; 32)$; $C(160; 32)$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 160 = 640$$

2. $R_{\text{имп}} = 24$ н. без имп. торг. Выигр - ΔABO , но отел. покупат. могут покур. за рубежом, придет $R_{\text{имп}} = 24$ на более выгод. усл. Выигр при импорте и нов. ам. курсе ΔACD .

рассм. сго S ; $A(0; 40)$; $E(0; 24)$; $D(320; 24)$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 320 = 2560.$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = 2560 - 640 = 1920.$$

Ответ: А) 90; $Q_{\text{жс}} = 80$; после: $Q_{\text{имп}} = 240$.
Б) 1920.

