

**Задача 5.** Функция спроса на биржевой товар X в стране Престалии описывается следующей зависимостью:  $Q_D = 160 - 10P$ , а функция предложения престалийских производителей товара X (они же продавцы этого товара) имеет вид  $Q_S = 60 + 10P$ , где:

Q – количество товара X в млн. штук.

P – цена товара X в престальях (престаль – престалийская денежная единица).

Известно, что цена товара X на мировом рынке равна 2 сикла (товар X производится и в других странах). Престалия открытая страна, поэтому у нее отсутствуют барьеры в международной торговле. Особенностью товара X является то, что при его перемещении транспортными и иными затратами, связанными с его перемещением, можно пренебречь.

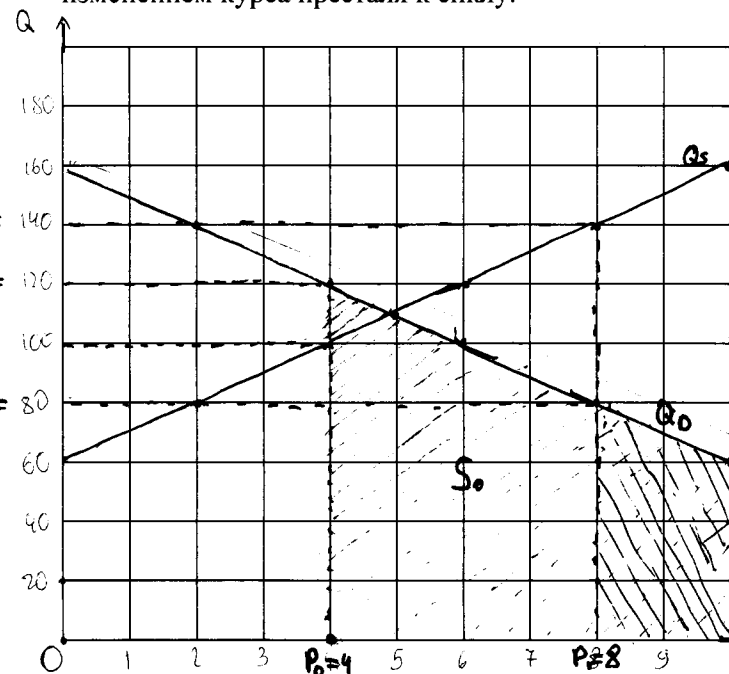
В конце 2018 года курс престалья к сиклу составлял 2 престалья за один сикл. Однако с наступлением 2019 года конъюнктура валютного рынка изменилась и курс престалья составил 4 престалья за один сикл. При этом спрос на товар X покупателей в Престалии и его предложение престалийскими производителями остались прежними. Мировая цена товара X, выраженная в сиклах, также не изменилась.

**Задания:**

А) Определить величину импорта (или экспорта) товара X до и после изменения курса престалья к сиклу.

В) Отобразить ситуацию на рынке товара X в Престалии до и после изменения курса престалья к сиклу при помощи графиков функций спроса и предложения.

С) Вычислить изменение выигрыша покупателей на престалийском рынке товара X, вызванное изменением курса престалья к сиклу.



№5. Решение.

А) пусть  $K_0 = 2$  – курс до престалья к сиклу – курс в 2018 году

$K_1 = 4$  престалья за сикл – курс в 2019 г.

$P = K \cdot P_w$ , где  $P_w$  – мировая цена.

$P_0 = K_0 \cdot P_w$   $P_0 = 2 \cdot 2 = 4$  престалья.

$Q_D(P_0) = 120$  млн шт.  $Q_S = 100$  млн шт.

$Q_{\text{имп}} = Q_D - Q_S$   $Q_{\text{имп}}(P_0) = 20$  млн шт.

$P_1 = K_1 \cdot P_w$   $P_1 = 8$  престалья

$Q_D(P_1) = 80$  млн шт.  $Q_S(P_1) = 140$  млн шт.

$Q_{\text{имп}}(P_1) = 80 - 140 = -60$  млн шт.  $\Rightarrow Q_{\text{эксп}} = 60$  млн шт.

В) Пусть ось ординат будет Q, ось абсцисс – P.

Т.  $P_0 = 4$  – в 2018 году  $Q_{D0} = Q_D(P_0)$ .

$Q_{S0} = Q_S(P_0)$ ;  $Q_{D1} = Q_D(P_1)$ ;  $Q_{S1} = Q_S(P_1)$ ,  $P_1 = 8$  – в 2019 году.

С) Заметим, что в обоих случаях

выигрыш покупателей – ~~эти~~ площадь двух подобных прямоугольных треугольников, причём они подобны. Легко заметить, что в 2019 году выигрыш покупателей стал меньше на  $S_0$  – площадь прямоугольной трапеции.

$$S_0 = \frac{120 + 80}{2} \cdot (8 - 4) = 400$$

Ответ: А) до изменений импорт 20 млн. шт., после – экспорт 60 млн. шт.

В) график

С) уменьшился на 400.

7090



85

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2018–2019

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Иркутск

Дата 9 марта 2019 года

### ВАРИАНТ 5

**Задача 1.** Производством национального тирольского женского костюма дирндль в Германии занимаются 100 одинаковых фирм, издержки каждой из которых можно описать уравнением  $TC = 2 \cdot Q^2 + 20 \cdot Q + 50$ , где Q – количество произведенной продукции, в штуках.

- Сколько продукции будет предложено на рынке, если цена установится на уровне  $P = 50$  евро за штуку?
- Если спрос на продукцию можно описать уравнением  $Q = 2500 - 25 \cdot P$ , то какой будет равновесная цена рынка P?
- Пусть государство предлагает фермерам упрощенную систему налогообложения одного из двух следующих видов: или налог на выручку в размере 6% или налог на прибыль в размере 15%. Какой вид налога выберут предприниматели?
- В страну ввозят импортную продукцию по цене  $P = 30$  евро. Какое количество импорта может быть поглощено рынком при спросе  $Q = 2500 - 25 \cdot P$ ?
- Если государство для защиты местных производителей введет пошлину на импорт в размере  $t = 2$  евро на штуку, какой будет величина налоговых поступлений T от импорта?

№1

Решение

1) найдем функцию предложения одной фирмы:

$\pi = p \cdot q - TC$  – ф-ия прибыли фирмы на рынке совершенной конкуренции (считаем p – константой)

$\pi = (p - 20)q - 2q^2 - 50$  – графиком ф-ии является квадратная парабола (вершиной в точке  $q = \frac{p - 20}{4}$ , где и достигает максимального значения, т.к. A-20, ветви параболы направлены вниз).

т.к. любая фирма на рынке совершенной конкуренции стремится максимизировать прибыль, то предложение одной фирмы составит  $q^s = \frac{p - 20}{4}$

Совокупное предложение:  $Q^s = N \cdot q^s$   $Q^s = 25(p - 20)$

при цене  $p = 50$   $Q^s = 750$  штук.

2)  $Q^D = 2500 - 25P$  – спрос. Равновесие рынка  $Q^D = Q^S \Rightarrow 25P - 500 = 2500 - 25P$

$50P = 3000$   $P = 60$  – равновесная цена рынка.

**Задача 2.** В отрасли производства одежды функционируют 10 фирм, которые шьют модели эксклюзивных женских пальто, с равными долями в общем объеме продаж. Для оценки уровня монопольной власти на рынке используют индекс Херфиндала-Хиршмана.

- Какова будет величина индекса, если 3 фирмы отрасли объединятся в одну?
- Сколько фирм могут объединиться в одну, если Федеральная антимонопольная служба запрещает объединение фирм в ситуации, когда, в результате объединения, значение индекса превысит 1000?

№2

Решение:

1)  $I = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + \dots + q_n^2$  - индекс Херфиндала-Хиршмана, где  $q_i$  - доля рынка  $i$ -ой фирмы в процентах,  $i \in [1; n]$ ,  $i \in \mathbb{Z}$ .

у 10 фирм с одинаковым значением в общем объеме продаж  $\Rightarrow$  у одной фирмы

$q = 10\%$ . Если три фирмы объединятся в одну, то их  $q_0 = 3 \cdot q$ , т.е.

$q_0 = 30\%$  тогда  $I = 30^2 + 7 \cdot 10^2 = 1600$ .

2) пусть  $x$  фирм объединятся, тогда  $I = (xq)^2 + (10-x)q^2$

при  $q = 10\%$   $I \leq 1000$   $(10x)^2 + (10-x)100 \leq 1000$

$$100x^2 + 1000 - 100x \leq 1000$$

$$100x(x-1) \leq 0$$

$$x \in [0; 1], \text{ но } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{ Ответ: } 0 \text{ фирм.}$$

**Задача 3.** Для проведения финансовых вычислений главный бухгалтер фирмы «Тильтль и Митиль» Роза Альфредовна пользовалась имеющимся у неё калькулятором. При этом в расчётах использовались четыре арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Но когда пришлось проводить расчёты в очередной раз, оказалось, что кнопка  $\frac{1}{x}$ , позволяющая производить деление,

сломалась; также, выяснилось, что не работает кнопка  $\frac{1}{x}$  (позволяющая находить обратное число), и

кнопки  $\lg$  и  $\ln$  (это — все кнопки калькулятора, позволяющие вычислять логарифмы).

Можно ли, используя работающие кнопки, среди которых есть  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\sin$ ,  $\lg$ ,  $\arccos$ ,  $\arctg$ , произвести необходимые финансовые вычисления? (Ответ на задачу дайте обоснованно).

№3. Решение.

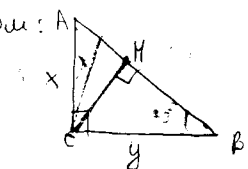
При помощи оставшихся клавиш можно выполнить сложение, вычитание и умножение, однако для деления в одно действие произвести не удастся. Необходимо воспользоваться тригонометрическими формулами, чтобы найти искомое значение.

пусть  $x$  - деление,  $y$  - делитель, тогда в  $\triangle ABC$  - прямоугольном:

$$AC = x \quad CB = y \quad \angle B = \alpha \quad \angle A = \beta \quad \angle C = 90^\circ$$

$$\lg \alpha = \frac{x}{y} - \text{искомое число}$$

$$\lg \alpha = \frac{\lg \frac{x}{y}}{1 - \lg \frac{x}{y}}$$



**Задача 4.** Два партнёра, Андрей и Василий, начинают совместный бизнес. Через некоторое время дела начинают идти неважно, скоро для финансового оздоровления фирмы возникнет потребность в кредите, и Андрей начинает подозревать Василия в нехороших махинациях у него за спиной. Василий, по его мнению, то ли преступно присваивает часть прибыли (условно назовём данную позицию "ВОР"), то ли интригует с целью завоевать руководящие позиции в фирме ("ИНТРИГАН"), то ли просто предпочитает имитацию деятельности настоящей работе ("ЛОДЫРЬ"). Впрочем, не исключено, что все эти подозрения абсолютно беспочвенны, а проблемы фирмы лежат в совершенно иной плоскости ("ЖЕРТВА"). Тем не менее, Андрей обдумывает свои действия, которые могут подразумевать либо глобальную проверку финансовой документации фирмы (условно назовём данную стратегию "РЕВИЗИЯ"), что позволит вывести на чистую воду вора, либо попытку, в свою очередь, вытеснить подозрительного партнёра из бизнеса ("ЛИДЕР"), если он лодырь или интриган, либо, наконец, отказаться от своих подозрений и позволить событиям идти своим чередом ("ДОВЕРИЕ"). При этом итоговая сумма необходимого кредита напрямую будет зависеть от результата действий обоих партнёров (так, если Василий окажется вором, то, в отсутствие адекватного контроля своих действий, он может, в конце концов, просто исчезнуть с кассой предприятия).

В таблицах ниже (эта информация известна и Андрею, и Василию, при этом Василий также выбирает свою линию поведения в условиях подозрений Андрея) указаны выигрыши и проигрыши партнёров (в сотнях тысяч рублей). Андрей борется за выживание фирмы и стремится минимизировать сумму необходимого кредита. Соответственно, в левой таблице представлена эта сумма в зависимости от той или иной ситуации. В правой таблице приводится увеличение/падение доходов Василия (так, если Василий невиновен, а Андрей вытесняет его из бизнеса, Василий теряет 5 млн. руб., а если Василий - вор, которому Андрей доверяет, Василий дополнительно получает 10 млн. руб.).

АНДРЕЙ \	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	10	55	500	30
ЛИДЕР	750	45	200	10
ДОВЕРИЕ	1000	600	300	5

ВАСИЛИЙ \	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	-100	-10	10	5
ЛИДЕР	10	20	5	-50
ДОВЕРИЕ	100	30	50	20

**Вопрос I:** какие стратегии будут использовать партнёры в борьбе за будущее фирмы и своё собственное (в предположении о том, что они не могут выбрать сразу несколько)?

**Вопрос II:** какой в итоге будет сумма кредита?

I Очевидно, что Василию ни при каких условиях не выгодно быть жертвой (никогда при данной стратегии не достигается выигрыш, больший среди других вариантов.  $\Rightarrow$  Андрей, понимая это, не выберет стратегию доверие, так как она никогда не приносит наименьшей суммы кредита. Тогда Василий не будет вором, ведь в этом случае, его выигрыш  $\leq$  при любой другой стратегии Андрея  $\leq$  наименьший из возможных. Этот факт значит, что Андрею выгодно применить стратегию "лидер", так как вне зависимости от стратегии Василия, сумма кредита в этом случае меньше. А значит Василий будет лодырем, так как в этом случае он получает больший выигрыш, чем если бы был интриганом.  $\Rightarrow$  Василий - лодырь, а Андрей - лидер

II Ответ. сумма кредита 45 млн. руб.

№1 (продолжение)

3) рас-им  $q$ -ую прибыль фирмы при первом варианте налогообложения.

а)  $\pi_1 = 0,94p \cdot q_1 - TC$

$\pi_1 = (0,94p - 20)q - 2q^2 - 50$  - парабола график  $q$ -ии, с ветвями вниз ( $A = -2 < 0$ ),

вершиной в т.  $q_{k1} = \frac{0,94p - 20}{4}$ , где достигается наиб. значение.

пусть  $\pi_1^* = \pi_1(q_{k1})$  - максимальная прибыль при данном варианте.

$$\pi_1^* = \frac{(0,94p - 20)^2}{8} - 50$$

теперь рас-им  $q$ -ую прибыль при втором налогообложении:

б)  $\pi_2 = 0,85(pq_2 - TC)$ , т.е. данная  $q$ -ия отличается от максимизированной в п. 1) только ~~коэффициентом~~ <sup>значением</sup> в 0,85 <sup>раз</sup> при всех  $q_2$ .

$q_{k2} = \frac{p - 20}{4}$  - точка, в которой  $\pi_2$  принимает наиб. значение.

пусть  $\pi_2^* = \pi_2(q_{k2})$  - максимальная прибыль при 2ом варианте.

$$\pi_2^* = 0,85 \left( \frac{(p - 20)^2}{8} - 50 \right)$$

предположим, что  $\pi_1^* > \pi_2^*$  и докажем данное нер-во для  $\forall p \in R$

$$\frac{(0,94p - 20)^2}{8} - 50 > \frac{0,85(p - 20)^2}{8} - 42,5$$

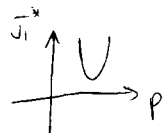
$$\frac{0,8836p^2 - 37,6p + 4000}{8} - 50 > \frac{0,85p^2 - 34p - 3400}{8} - 42,5$$



$$0,0336p^2 - 3,6p + 540 > 0$$

$$0,0336p^2 - 6p + 900 > 0$$

$$D_1 = 9 - 50,4 < 0 \quad A = 0,0336 > 0$$



учитывая данные условия,  $\forall$  нер-во верно  $\forall p \in R \Rightarrow \pi_1^* > \pi_2^* \Rightarrow$

$\Rightarrow$  фирмы выберут 1 вариант.

4) при  $p = 30$

$Q^D = 2500 - 25 \cdot 30 = 1750$  <sup>спрос</sup>  $Q^S = 25 \cdot 10 = 250$  шт. - общее внутреннее предложение при  $p = 30$

тогда  $Q_{imp}$  - кол-во импортной продукции составит:  $Q_{imp} = Q^D - Q^S \Rightarrow Q_{imp} = 1500$  шт.

$$5) \quad P = \cancel{20} P_{imp} + t$$

$$\text{Total } Q^D = 2500 - 25 P_{imp} - 25 t$$

$$Q^S = 25 P_{imp} + 25 t - 500$$

$$Q_{imp} = Q^D - Q^S \Rightarrow Q_{imp} = 3000 - 50 P_{imp} - 50 t$$

$$T = t \cdot Q_{imp} \Rightarrow T = 3000 t - 50 t (P_{imp} + t)$$

$$\text{npu } t=2 \quad T = 6000 - 100 P_{imp} - 200$$

$$T = \underline{5800} - 100 P_{imp}$$

$$\text{npu } P_{imp} = 30 \quad \underline{\bar{T} = 2800}$$