

Задача 5. Функция спроса на биржевой товар X в стране Фертинии описывается следующей зависимостью: $Q_D = 160 - 10P$, а функция предложения фертинийских производителей товара X (они же продавцы этого товара) имеет вид $Q_S = 60 + 10P$, где:

Q – количество товара X в млн. штук.

P – цена товара X в фертиниях (фертинь - фертинийская денежная единица).

Известно, что цена товара X на мировом рынке равна 2 райна (товар X производится и в других странах). Фертиния открытая страна, поэтому у нее отсутствуют барьеры в международной торговле. Особенностью товара X является то, что при его перемещении транспортными и иными затратами, связанными с его перемещением, можно пренебречь.

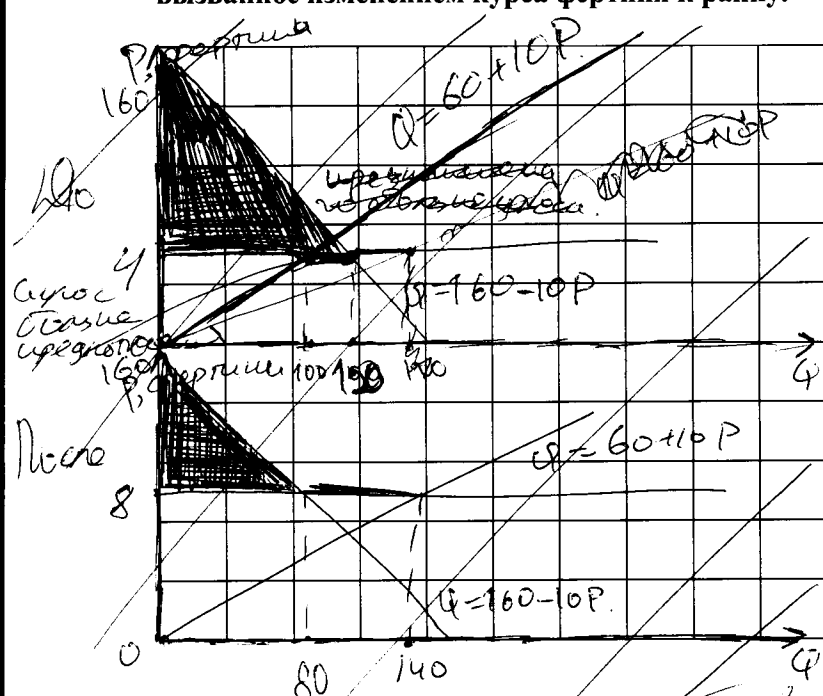
В конце 2018 года курс фертиния к району составлял 2 фертиния за один район. Однако с наступлением 2019 года конъюнктура валютного рынка изменилась и курс фертиния составил 4 фертиния за один район. При этом спрос на товар X покупателей в Фертинии и его предложение фертинийскими производителями остались прежними. Мировая цена товара X, выраженная в районах, также не изменилась.

Задания:

А) Определить величину импорта (или экспорта) товара X до и после изменения курса фертиния к району.

В) Отобразить ситуацию на рынке товара X в Фертинии до и после изменения курса фертиния к району при помощи графиков функций спроса и предложения.

С) Вычислить изменение выигрыша покупателей на фертинийском рынке товара X, вызванное изменением курса фертиния к району.



1 район 2018. фертиния = 2 райн.
2019 фертиния = 4 райн.
А) 2 райна равны 4 фертиниям.
 $P_W = 2 \text{ райна} = 4 \text{ фертиния}$
 $Q_S = 60 + 4 \cdot 10 = 100$
 $Q_D = 160 - 10 \cdot 4 = 120$
 $Q_D - Q_S = 120 - 100 = 20 \Rightarrow I_m = 20 \Rightarrow$
в страну Фертинию ввозят 20 единиц
товара (до изменения курса)
 $P_W = 2 \text{ райна} = 8 \text{ фертиния}$
 $Q_S = 60 + 8 \cdot 10 = 140$
 $Q_D = 160 - 10 \cdot 8 = 80$
 $Q_D - Q_S = 80 - 140 = -60 \Rightarrow I_m = -60 \Rightarrow$
 $\Rightarrow E_k = 60 \Rightarrow$ страна Фертиния
экспортирует 60 единиц товара
после изменения курса.

С) Заграждение треугольника - выигрыш покупателей в первом и во втором случаях.

$$CS_{80} = \frac{1}{2} (160 - 4) \cdot 120 = 9360$$

$$CS_{140} = \frac{1}{2} (160 - 8) \cdot 80 = 6080$$

$$|CS_{80} - CS_{140}| = |9360 - 6080| = 3280$$

$$Q_D = 160 - 10P \Rightarrow P = \frac{160 - Q_D}{10}$$

$$Q_S = 60 + 10P \Rightarrow P = \frac{Q_S - 60}{10}$$

75



3844

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2018-2019

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Москва

Дата 5 марта 2019

ВАРИАНТ 4

Задача 1. Производством мяса кролика на Северо-Западе России занимаются 100 одинаковых фермерских хозяйств, издержки каждой из которых можно описать уравнением $TC = Q^2 + 10Q + 50$, где Q – количество произведенной продукции, в кг.

- Сколько продукции будет предложено на рынке, если цена установится на уровне $P = 40$ руб. за кг?
- Если спрос на продукцию можно описать уравнением $Q = 2500 - 50P$, то какой будет равновесная цена рынка P?
- Пусть государство предлагает фермерам упрощенную систему налогообложения одного из двух следующих видов: или налог на выручку в размере 6% или налог на прибыль в размере 15%. Какой вид налога выберут фермеры?
- В страну завозят импортную продукцию по цене $P = 20$ руб. Какое количество импорта может быть поглощено рынком при спросе $Q = 7000 - 100P$?
- Если государство для защиты местных производителей введет пошлину на импорт в размере $t = 2$ руб. на кг, какой будет величина налоговых поступлений T от импорта?

1) π_i - прибыль i фермы, $Q = 100 q_i$

$$\pi_i = 40 q_i - TC = 40 q_i - (q_i^2 + 10 q_i + 50) = -q_i^2 + 30 q_i - 50$$

вершина параболы с максимумом в вершине.

$$q_i^* = \frac{-30}{-2} = 15$$

$$Q = 100 \cdot 15 = 1500$$

Ответ: 1500

2) π_i - прибыль i фермы

$$Q = 2500 - 50P \Rightarrow P = \frac{2500 - Q}{50} = 50 - 0,02Q$$

$$\pi_i = (50 - 0,02(Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_{99} + Q_{100}) - 10) q_i^2 - 10 q_i - 50$$

вершина параболы с максимумом в вершине

$$q_i^* = \frac{-(50 - 10 - 0,02(Q_2 + Q_3 + \dots + Q_{100}))}{-0,04} = \frac{40 - 0,02(Q_2 + Q_3 + \dots + Q_{100})}{0,02}$$

Множитель раскладывается по 2, 3, 4, ..., 100 фермы.

Получим систему из 100 уравнений, заметим симметрию $\Rightarrow q_1 = q_2 = \dots = q_{100}$

Задача 2. В отрасли производства игрушек функционируют 10 фирм, которые производят эксклюзивные мини модели автомашин, с равными долями в общем объеме продаж. Для оценки уровня монопольной власти на рынке используют индекс Херфиндаля-Хиршмана.

- Какова будет величина индекса, если 2 фирмы отрасли объединятся в одну?
- Сколько фирм могут объединиться в одну, если Федеральная антимонопольная служба запрещает объединение фирм в ситуации, когда, в результате объединения, значение индекса превысит 1800?

1) $10^2 + 10^2 + \dots + 10^2 = 800 + 400 = 1200$, т.к. всего было 10 фирм, 2 из них объединились, т.е. теперь 8 фирм с 10 % власти и 1 фирма с 20 % власти.

2) Если объединятся 3: $10^2 + 10^2 + 10^2 = 700 + 900 = 1600$ или дальнейшим объединением индекса будет строго больше, т.е. $n \cdot 10^2 + (30-n)^2 = 100n + 900 - 60n + n^2 = 900 + n^2 - 60n + 20n = 900 + n^2 - 40n$.
 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.
 Если объединятся 4: $6 \cdot 10^2 + 1 \cdot 40^2 = 600 + 1600 = 2200$.
 Ответ: могут объединиться 5, 6, 7, 8, 9, 10 фирм.
 Максимально 8 фирм.

Задача 3. Для проведения финансовых вычислений Римма Марковна, главный бухгалтер фирмы «Сеньор Помидор», которая занимается торговлей овощами и фруктами, пользовалась имеющимся у неё калькулятором. При этом в расчётах использовались четыре арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Но когда пришлось проводить расчёты в очередной раз, оказалось, что кнопка $\frac{1}{x}$, позволяющая производить деление, сломалась; также, выяснилось, что не работает кнопка \ln (позволяющая находить обратное число), и кнопки \ln и \lg (это — все кнопки калькулятора, позволяющие вычислять логарифмы).

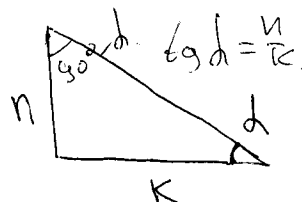
Можно ли, используя работающие кнопки, среди которых есть $+$, $-$, \times , \sin , \lg , \arccos , \arctg , произвести необходимые финансовые вычисления? (Ответ на задачу дайте обоснованно).

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\lg^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Римма Марковна вспоминает, в школе, узнавая, имеет ли соответствующий ей формулы, которые только помогут узнать её.

Пусть наш угол n разделим на k , т.е. $\frac{n}{k}$?



$$\frac{n}{k} \rightarrow \arctg \frac{n}{k} \rightarrow 90 - \arctg \frac{n}{k} \rightarrow \lg$$

$$\lg(90 - \arctg \frac{n}{k}) = \frac{k}{n} \Rightarrow \text{мы получили нужную функцию} \Rightarrow \text{мы узнали ответ}$$

Можно.
 Ответ: Можно произвести необходимые финансовые операции

Задача 3. Два партнёра, Андрей и Василий, начинают совместный бизнес. Через некоторое время дела начинают идти неважно, скоро для финансового оздоровления фирмы возникнет потребность в кредите, и Андрей начинает подозревать Василия в нехороших махинациях у него за спиной. Василий, по его мнению, то ли преступно присваивает часть прибыли (условно назовём данную позицию "ВОР"), то ли интригуется с целью завоевать руководящие позиции в фирме ("ИНТРИГАН"), то ли просто предпочитает имитацию деятельности настоящей работе ("ЛОДЫРЬ"). Впрочем, не исключено, что все эти подозрения абсолютно беспочвенны, а проблемы фирмы лежат в совершенно иной плоскости ("ЖЕРТВА"). Тем не менее, Андрей обдумывает свои действия, которые могут подразумевать либо глобальную проверку финансовой документации фирмы (условно назовём данную стратегию "РЕВИЗИЯ"), что позволит вывести на чистую воду вора, либо попытку, в свою очередь, вытеснить подозрительного партнёра из бизнеса ("ЛИДЕР"), если он лодырь или интриган, либо, наконец, отказаться от своих подозрений и позволить событиям идти своим чередом ("ДОВЕРИЕ"). При этом итоговая сумма необходимого кредита напрямую будет зависеть от результата действий обоих партнёров (так, если Василий окажется вором, то, в отсутствие адекватного контроля своих действий, он может, в конце концов, просто исчезнуть с кассой предприятия).

В таблицах ниже (эта информация известна и Андрею, и Василию, при этом Василий также выбирает свою линию поведения в условиях подозрений Андрея) указаны выигрыши и проигрыши партнёров (в сотнях тысяч рублей). Андрей борется за выживание фирмы и стремится минимизировать сумму необходимого кредита. Соответственно, в левой таблице представлена эта сумма в зависимости от той или иной ситуации. В правой таблице приводится увеличение/падение доходов Василия (так, если Василий невиновен, а Андрей вытесняет его из бизнеса, Василий теряет 5 млн. руб., а если Василий - вор, которому Андрей доверяет, Василий дополнительно получает 10 млн. руб.).

АНДРЕЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	10	500	20	10
ЛИДЕР	800	400	15	2
ДОВЕРИЕ	1000	500	30	5

ВАСИЛИЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	-100	5	-10	5
ЛИДЕР	-10	-10	-5	-50
ДОВЕРИЕ	100	40	100	20

Вопрос I: какие стратегии будут использовать партнёры в борьбе за будущее фирмы и своё собственное (в предположении о том, что они не могут выбрать сразу несколько)?

Вопрос II: какой в итоге будет сумма кредита?

Вопрос I: Рассмотрим Василия. Если он интриган, то Андрей выберет ревизию, так как $10 < 15$, $20 < 30$. Если он лодырь, то Андрей выберет лидера, так как $400 < 500$. Если он жертва, то Андрей выберет доверие, так как $5 < 10$. Если он вор, то Андрей выберет ревизию, так как $10 < 800$.
 Рассмотрим Андрея. Если он выберет ревизию, то Василий получит -100 или 5 . Если он выберет лидера, то Василий получит -10 или -50 . Если он выберет доверие, то Василий получит 100 или 20 .
 Вопрос II: Если Андрей выберет ревизию, то Василий выберет либо вора, либо лодыря, либо интригана, либо жертву. Если Андрей выберет лидера, то Василий выберет либо вора, либо лодыря, либо интригана, либо жертву. Если Андрей выберет доверие, то Василий выберет либо вора, либо лодыря, либо интригана, либо жертву.

~~42002~~ $T = Q^* t = 4200 \cdot 2 = 8400$ — количество шкурок
от импорта.

Задача 3. (про Андрея, Василия). (5>-10)
~~Андрей~~
• Если Андрей — Революционер — то Василий — подкуп и тогда Андрей
справит кражу 500.
• Если Андрей — Революционер — то Василий — интриган (40>40) и
Андрей справит кражу 30.

Вопрос II: Ответ: 30 — это 30 сотен рублей —
второе значение кражи.
Вопрос I: (продолжение) Рассмотрим Андрея, рассуждая также:
~~Рассуждая так~~

Задача 4 (про Андрея и Василия).
Вопрос I
Василий максимум хочет купить:

Василий никогда не будет использовать Вор, т.к. он если
интриган, то выиграет не меньше, а иногда даже больше (-10>-100, -5>-10,
100=100), т.е.

Василий никогда не будет использовать Мертва, т.к. если
он будет использовать Подкуп, то выиграет не меньше, а иногда и
строго больше (про подкуп и интриган также ситуация: 5>-10, 40<100).
используя Подкуп или интриган. (5=5, -10>-50, 40>20), т.е. Василий будет

Андрей минимум хочет купить:
Андрей никогда не будет использовать Революционер, а будет
использовать Лидер, т.к. $500 < 100, 15 < 30, 2 < 5$, что
Революционер и лидер такого выбора не имеют, т.е. $10 < 500, 500 > 400$.
то Андрей будет использовать либо Революционер либо Лидер.

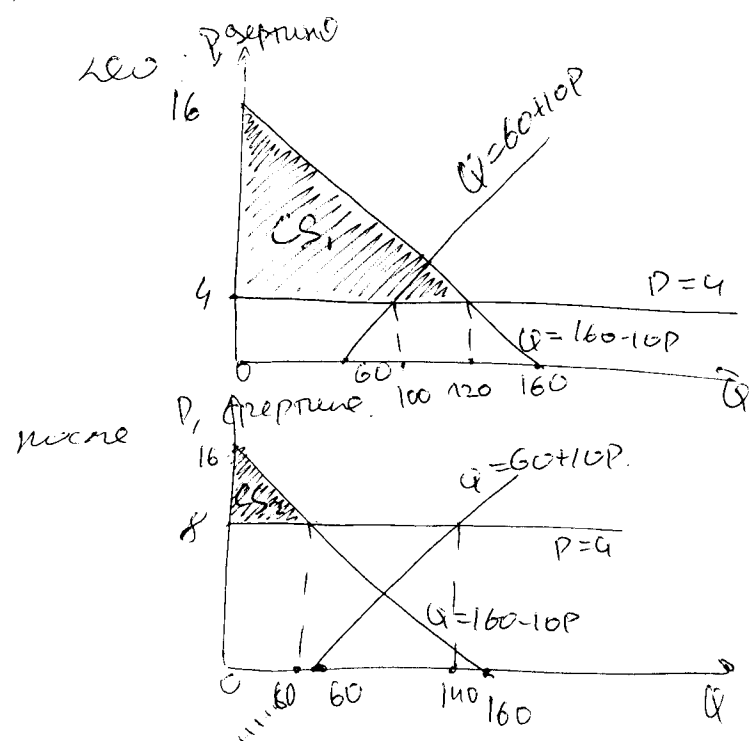
Вопрос II • Если Андрей Революционер — то Василий подкуп (10<5)
• Если Андрей лидер — то Василий интриган (-5>-10) — сумм выигрывает 15.

⇒ Выбираем наименьший выигрыш.
Ответ: 15 сотен рублей.

Задача 5
(продолжение)
В)

$$Q_D = 160 - 10P \Rightarrow P = 16 - 0,1Q_D$$

$$Q_S = 60 + 10P \Rightarrow P = 0,1Q_S - 6$$



С) Запрещенные торговлями - выигрыши покупателей в первом и во втором случаях соответственно.

$$CS_1 = \frac{1}{2} (16 - 4) \cdot 120 = 720$$

$$CS_2 = \frac{1}{2} (16 - 8) \cdot 80 = 320$$

$$\Delta CS = |CS_1 - CS_2| = 400$$

Ответ: 400.

Задача 1 (продолжение)
(продолжение пункта 3)

• налог на импорт

$\Pi_i = 0,85 (P_i Q_i - Q_i^2 - 10 Q_i - 50)$ - параболы с вершинами вниз, в вершине параболы достигается максимум прибыли.

$$Q = \frac{-(P-10)}{-2} = \frac{P-10}{2}$$

$$\Pi_i = 0,85 \left(\frac{P^2}{2} - 10 \frac{P}{2} - \frac{P^2 - 20P + 100}{2} - 10 \frac{P-10}{2} - 50 \right) =$$

$$= 0,85 (-5P + 10P - 50 + 5P + 50 - 50) = 0,85 (-50)$$

Рассчитаем прибыль фермера без налога.

$$\Pi_i = 23,3 \cdot \frac{40}{3} - \left(\frac{40}{3} \right)^2 - 10 \frac{40}{3} - 50 = 13,3 \cdot \frac{40}{3} - \left(\frac{40}{3} \right)^2 - 50 = -50$$

Фермеры получают $\Pi = -50 \Rightarrow$ налог на импорт снижает их реальную прибыль, а налог на импорт не уменьшает их прибыли (соответственно и прибыли), т.е. прибыль нет, т.е. 0 + какое-то количество на импорт фермера без разницы (вводит его или нет), а если вводить налог на импорт их прибыль еще уменьшается на 50 руб., т.е. (налог и 0 прибыли).

Фермеры выдвигают налог на землю.