

65



1269

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА
 ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПБГУ
 2018-2019
 заключительный этап**

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Москва

Дата 9 марта 2019 года

ВАРИАНТ 4

Задача 1. Производством мяса кролика на Северо-Западе России занимаются 100 одинаковых фермерских хозяйств, издержки каждой из которых можно описать уравнением $TC=Q^2+10Q+50$, где Q – количество произведенной продукции, в кг.

- Сколько продукции будет предложено на рынке, если цена установится на уровне P=40 руб. за кг?
- Если спрос на продукцию можно описать уравнением $Q=2500-50P$, то какой будет равновесная цена рынка P?
- Пусть государство предлагает фермерам упрощенную систему налогообложения одного из двух следующих видов: или налог на выручку в размере 6% или налог на прибыль в размере 15%. Какой вид налога выберут фермеры?
- В страну завозят импортную продукцию по цене P=20 руб. Какое количество импорта может быть поглощено рынком при спросе $Q=7000-100P$?
- Если государство для защиты местных производителей введет пошлину на импорт в размере $t=2$ руб. на кг, какой будет величина налоговых поступлений T от импорта?

$n=100$ (кол-во фермерских хозяйств)
 $TC_i = Q^2 + 10Q + 50$
 1. $\pi_i = 40 \cdot Q - Q^2 - 10Q - 50 \rightarrow \max_{Q \geq 0}$
 $\pi'_i = 40 - 2Q - 10 = 0$
 $2Q = 30 \Rightarrow Q_i = 15$; $Q_{общ} = Q_i \cdot N = 15 \cdot 100 = 1500$
 Ответ: 1500
 2. $Q_d = 2500 - 50P$
 $MC_i = 2Q + 10 = P_i \Rightarrow 2Q_i = P_i - 10$; $Q_i = \frac{1}{2}P_i - 5$ (предложение 1-ого хозяйства)
 $Q_{общ} = 100(\frac{1}{2}P - 5) = 50P - 500$ (предложение отрасли)
 $2500 - 50P = 50P - 500$
 $100P = 3000$
 $P = 30$
 Ответ: 30 руб за кг.
 3. 1) налог на выручку 6%: $\pi_i = 0,94(P \cdot Q) - Q^2 - 10Q - 50 \rightarrow \max_{Q \geq 0}$
 $\pi'_i = 0,94P - 2Q - 10 = 0$
 $2Q = 0,94P - 10$; $Q = 0,47P - 5$
 $\pi_i = 0,94P(0,47P - 5) - (0,47P - 5)^2 - 10(0,47P - 5) - 50$
 $\pi_i(P=30) = 28,2 \cdot 9,1 - 82,81 - 10 \cdot 9,1 - 50 = 32,81$

Задача 5. Функция спроса на биржевой товар X в стране Фертинии описывается следующей зависимостью: $Q_D = 160 - 10P$, а функция предложения фертинийских производителей товара X (они же продавцы этого товара) имеет вид $Q_S = 60 + 10P$, где:

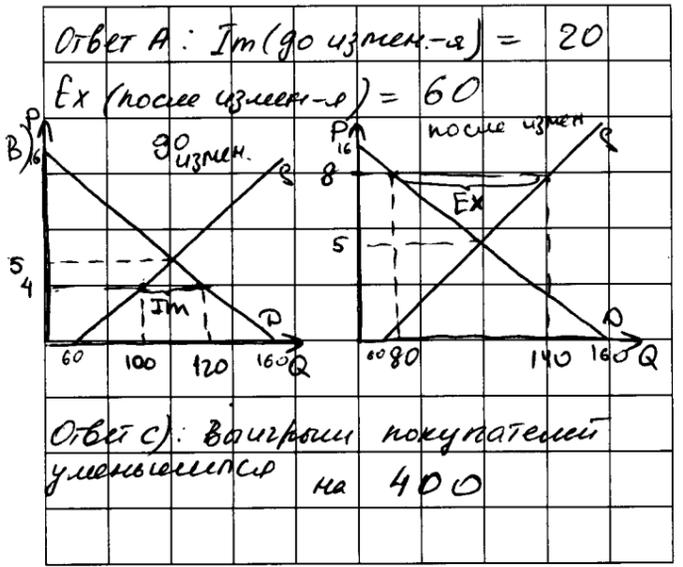
Q – количество товара X в млн. штук.
 P – цена товара X в фертиниях (фертиния - фертинийская денежная единица).

Известно, что цена товара X на мировом рынке равна 2 райна (товар X производится и в других странах). Фертиния открытая страна, поэтому у нее отсутствуют барьеры в международной торговле. Особенностью товара X является то, что при его перемещении транспортными и иными затратами, связанными с его перемещением, можно пренебречь.

В конце 2018 года курс фертиния к району составлял 2 фертиния за один район. Однако с наступлением 2019 года конъюнктура валютного рынка изменилась и курс фертиния составил 4 фертиния за один район. При этом спрос на товар X покупателей в Фертинии и его предложение фертинийскими производителями остались прежними. Мировая цена товара X, выраженная в районах, также не изменилась.

Задания:

- Определить величину импорта (или экспорта) товара X до и после изменения курса фертиния к району.
- Отобразить ситуацию на рынке товара X в Фертинии до и после изменения курса фертиния к району при помощи графиков функций спроса и предложения.
- Вычислить изменение выигрыша покупателей на фертинийском рынке товара X, вызванное изменением курса фертиния к району.



$Q_d = 160 - 10P$
 $Q_s = 60 + 10P$
 $160 - 10P = 60 + 10P$
 $20P = 100$
 $P^* = 5$ (в фертиниях)
 $Q^* = 60 + 10 \cdot 5 = 110$
 $P_{world} = 2$ райна
 1) 1 район = 2 ферт
 $\Rightarrow 2$ района = 4 ферт
 Подставим $P = 4$ в предложение
 $Q = 60 + 10 \cdot 4 = 100$
 Подставим $P = 4$ в спрос
 $Q = 160 - 10 \cdot 4 = 120$
 $Im = 120 - 100 = 20$ (до изменения курса)
 2) курс изменился
 1 район = 4 ферт
 2 района = 8 ферт
 $P_{world} = 8$ ферт
 Подставим $P = 8$
 в спрос: $Q = 160 - 80 = 80$
 Подставим $P = 8$
 в предложение: $Q = 60 + 80 = 140$
 $Ex = 140 - 80 = 60$

С) До измен.-я: Выигрыш покупателей (CS) можно посчитать как площадь закрашенного треугольника:
 $CS = \frac{1}{2} \cdot 120 \cdot (16 - 4) = \frac{1}{2} \cdot 120 \cdot 12 = 720$
 После изменения CS считается так же как площадь закрашенного 4-ка:
 $CS = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot (16 - 8) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 80 = 320$
 $\Delta CS = 720 - 320 = 400$
 Выигрыш покупателей уменьшился на 400

Задача 2. В отрасли производства игрушек функционируют 10 фирм, которые производят эксклюзивные мини модели автомашин, с равными долями в общем объеме продаж. Для оценки уровня монопольной власти на рынке используют индекс Херфиндаля-Хиршмана.

- Какова будет величина индекса, если 2 фирмы отрасли объединятся в одну?
- Сколько фирм могут объединиться в одну, если Федеральная антимонопольная служба запрещает объединение фирм в ситуации, когда, в результате объединения, значение индекса превысит 1800?

$N = 10$ фирм
 $(C_{10}^1 = 10; C_{10}^2 = 45; \text{максимальное значение при } C_{10}^5 = 252 < 1800)$

Если ~~не~~ индекс
 1. Индекс считается как a^b , где a - кол-во всех фирм
 изначально, b - кол-во объединившихся фирм $\Rightarrow 10^2 = 100$
 $10^x < 1800 \Rightarrow x \leq 3; x \in \mathbb{Z}; a, b \in \mathbb{Z}$

Ответ: 1. 100
 2. 3

Задача 3. Для проведения финансовых вычислений Римма Марковна, главный бухгалтер фирмы «Сеньор Помидор», которая занимается торговлей овощами и фруктами, пользовалась имеющимся у неё калькулятором. При этом в расчётах использовались четыре арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Но когда пришлось проводить расчёты в очередной раз, оказалось, что

кнопка $\frac{1}{x}$, позволяющая производить деление, сломалась; также, выяснилось, что не работает кнопка $\frac{1}{x}$

(позволяющая находить обратное число), и кнопки \ln и \lg (это — все кнопки калькулятора, позволяющие вычислять логарифмы).

Можно ли, используя работающие кнопки, среди которых есть $+$, $-$, \times , \sin , tg , \arccos , \arctg , произвести необходимые финансовые вычисления? (Ответ на задачу дайте обоснованно).

Пусть нужно разделить число a на число b ; $a^2 + b^2 = 1$

Если $a = \sin \alpha$ (д-другое число); $\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{a}{b}$
 $b = \cos \alpha$ если $a, b \in [-1; 1]$

$\alpha = \arccos b \Rightarrow \text{tg } \alpha = \text{tg}(\arccos b) = \frac{a}{b}$

Остальные кнопки для вычисления не понадобятся.

Ответ: Да, можно: $\frac{a}{b} = \text{tg}(\arccos b)$

Задача 3. Два партнёра, Андрей и Василий, начинают совместный бизнес. Через некоторое время дела начинают идти неважно, скоро для финансового оздоровления фирмы возникнет потребность в кредите, и Андрей начинает подозревать Василия в нехороших махинациях у него за спиной. Василий, по его мнению, то ли преступно присваивает часть прибыли (условно назовём данную позицию "ВОР"), то ли интригует с целью завоевать руководящие позиции в фирме ("ИНТРИГАН"), то ли просто предпочитает имитацию деятельности настоящей работе ("ЛОДЫРЬ"). Впрочем, не исключено, что все эти подозрения абсолютно беспочвенны, а проблемы фирмы лежат в совершенно иной плоскости ("ЖЕРТВА"). Тем не менее, Андрей обдумывает свои действия, которые могут подразумевать либо глобальную проверку финансовой документации фирмы (условно назовём данную стратегию "РЕВИЗИЯ"), что позволит вывести на чистую воду вора, либо попытку, в свою очередь, вытеснить подозрительного партнёра из бизнеса ("ЛИДЕР"), если он лодырь или интриган, либо, наконец, отказаться от своих подозрений и позволить событиям идти своим чередом ("ДОВЕРИЕ"). При этом итоговая сумма необходимого кредита напрямую будет зависеть от результата действий обоих партнёров (так, если Василий окажется вором, то, в отсутствие адекватного контроля своих действий, он может, в конце концов, просто исчезнуть с кассой предприятия).

В таблицах ниже (эта информация известна и Андрею, и Василию, при этом Василий также выбирает свою линию поведения в условиях подозрений Андрея) указаны выигрыши и проигрыши партнёров (в сотнях тысяч рублей). Андрей борется за выживание фирмы и стремится минимизировать сумму необходимого кредита. Соответственно, в левой таблице представлена эта сумма в зависимости от той или иной ситуации. В правой таблице приводится увеличение/падение доходов Василия (так, если Василий невиновен, а Андрей вытесняет его из бизнеса, Василий теряет 5 млн. руб., а если Василий - вор, которому Андрей доверяет, Василий дополнительно получает 10 млн. руб.).

АНДРЕЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА	ВАСИЛИЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	10	500	20	10	РЕВИЗИЯ	-100	5	-10	5
ЛИДЕР	800	400	15	2	ЛИДЕР	-10	-10	-5	-50
ДОВЕРИЕ	1000	500	30	5	ДОВЕРИЕ	100	40	100	20

Вопрос I: какие стратегии будут использовать партнёры в борьбе за будущее фирмы и своё собственное (в предположении о том, что они не могут выбрать сразу несколько)?

Вопрос II: какой в итоге будет сумма кредита?

I. Если Андрей выберет "Ревизию" Василий выберет либо быть лодырем, (ему безразлично), т.к. $5 > -10 > -100$ либо жертвой
 Если Андрей выберет стратегию "Лидер", то Василий выберет быть интриганом т.к. $-5 > -10 > -50$
 Если Андрей выберет стратегию "Доверие", то Василий выберет либо быть вором, либо интриганом т.к. $100 > 40 > 20$
 Если Василий выберет быть вором, Андрей выберет стратегию "Ревизия" т.к. $10 < 800 < 1000$
 Если Василий выберет быть лодырем, Андрей выберет стратегию "Лидер" т.к. $400 < 500$
 Если Василий выберет быть интриганом, Андрей выберет стратегию "Лидер" т.к. $15 < 20 < 30$
 Если Василий выберет быть жертвой, Андрей выберет стратегию "Лидер" т.к. $2 < 5 < 10$
 Если так, если наложить таблицу друг на друга, получится, что выбранная варианты совпадают только в случае, когда Андрей выбирает стратегию "Лидер", а Василий выбирает быть интриганом

II. Сумма кредита будет равна 15 (исходя из таблицы)

Ответ: 15

Задача 1. Производители

2) Налог 15% на π

$$\pi_i = 0,85 (P \cdot q - q^2 - 10q - 50) \rightarrow \max \text{ по } q, q \geq 0; \quad \swarrow \text{max}$$

$$P - 2q - 10 = 0$$

$$2q = P - 10; \quad q = \frac{1}{2}P - 5$$

$$\pi_i = 0,85 \left(P \cdot \left(\frac{1}{2}P - 5 \right) - \left(\frac{1}{2}P - 5 \right)^2 - 10 \left(\frac{1}{2}P - 5 \right) - 50 \right)$$

Поскольку функция ~~совершенно~~ ~~полностью~~ ~~зависит~~ ~~от~~ ~~переменной~~ ~~P~~ ~~тогда~~ ~~можно~~ ~~найти~~ ~~максимум~~ ~~по~~ ~~P~~

$$\pi_i(P=30) = 0,85 (300 - 100 - 100 - 50) = 42,5$$

$$32,81 < 42,5$$

→ Фермеры выберут налог с прибыли

Ответ: налог на прибыль

4. $Q_d = 7000 - 100P$

$Q_{сн.} = 20$

Приравниваем спрос и предложение

$$7000 - 100P = 50P - 500$$

$$150P = 7500$$

$$P = 50$$

Подставляем $P=20$ в предложение

$$Q = 50 \cdot 20 - 500 = 1000 - 500 = 500$$

Подставляем $P=20$ в спрос: $Q = 7000 - 100 \cdot 20 = 7000 - 2000 = 5000$

$$I_m = 5000 - 500 = 4500$$

Ответ: 4500

5. Налог на ~~каждый~~ I_m : $t=2$

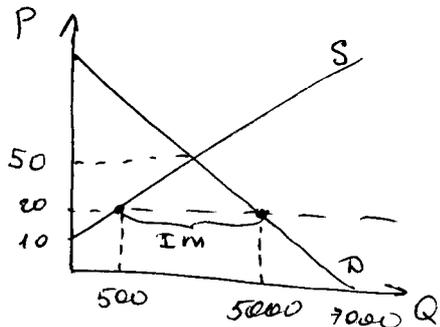
$$I_m = Q_d - Q_s = 7000 - 100P - 50P + 500 = 7500 - 150P$$

$$I_{m \text{ нов}} = 7500 - 150(P+t) = 7500 - 150(P+2) = 7500 - 150P - 300 = 7200 - 150P$$

При $P=20$: $I_{m \text{ нов}} = 7200 - 150 \cdot 20 = 4200$

$$T_x (\text{налоговые поступления}) = 4200 \cdot 2 = 8400$$

Ответ: 8400



УТВЕРЖДАЮ:
Председатель Апелляционной комиссии

Юлия Протасова

ПРОТОКОЛ

рассмотрения апелляции участника Олимпиады школьников
Санкт-Петербургского государственного университета

г. Санкт-Петербург

№ 5-ЭК

« 5 » июни 2019 г.

Апелляционная комиссия в составе:

1. Протасова Ю.В.
2. Амелин А.С.
3. Смирнов Р.О.
4. _____
5. _____

рассмотрела апелляционное заявление участника Олимпиады школьников СПбГУ:

ФИО: Варжасян Екатерина Константиновна

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады: Экономика

Количество набранных баллов до апелляции: 65

По результатам рассмотрения апелляционного заявления участника Олимпиады,

Апелляционная комиссия приняла следующее решение: _____

Задача 4: все решения исправлены и
оценка ставится корректно.
Задача 1: пересмотрены ответы, решение
без 5 баллов, оценка 2 балла

Количество набранных баллов после апелляции:

70

Подписи членов Апелляционной комиссии:

Юлия Протасова
Амелин А.С.
Смирнов Р.О.

С решением Апелляционной комиссии ознакомлен(а)

_____ (ФИО и подпись участника)

_____ (дата)

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Обоснование апелляционного заявления: Задача 1: Все 5 заданий решено полностью, даны верные ответы и задания имеют правильную ход решения. Прошу поднять мне баллов до 25 за задачу.

Задача 2: Задача полностью решена правильно, ход решения верный, расчеты сделаны верно, на оба поставленных вопроса даны правильные ответы за что, согласно критериям, ставится 10 баллов. Прошу повысить мне баллов до 10 за задачу.

Задача 3: Задача полностью решена правильно: имеется верный обоснованный ход решения, дано правильное обоснование ответа за что, согласно критериям, ставится 15 баллов. Прошу поднять мне баллов до 15 за задачу.

Прошу поднять мне баллов за задачи 1, 2, 3.

Дата: 04.04.2013

Подпись: Фолд (Волыкина Е.К.)