

Задача 5. Функция спроса на биржевой товар X в стране Фертинии описывается следующей зависимостью: $Q_D = 160 - 10P$, а функция предложения фертинийских производителей товара X (они же продавцы этого товара) имеет вид $Q_S = 60 + 10P$, где:

Q – количество товара X в млн. штук.

P – цена товара X в фертиниях (фертинь – фертинийская денежная единица).

Известно, что цена товара X на мировом рынке равна 2 райна (товар X производится и в других странах). Фертиния открытая страна, поэтому у нее отсутствуют барьеры в международной торговле. Особенностью товара X является то, что при его перемещении транспортными и иными затратами, связанными с его перемещением, можно пренебречь.

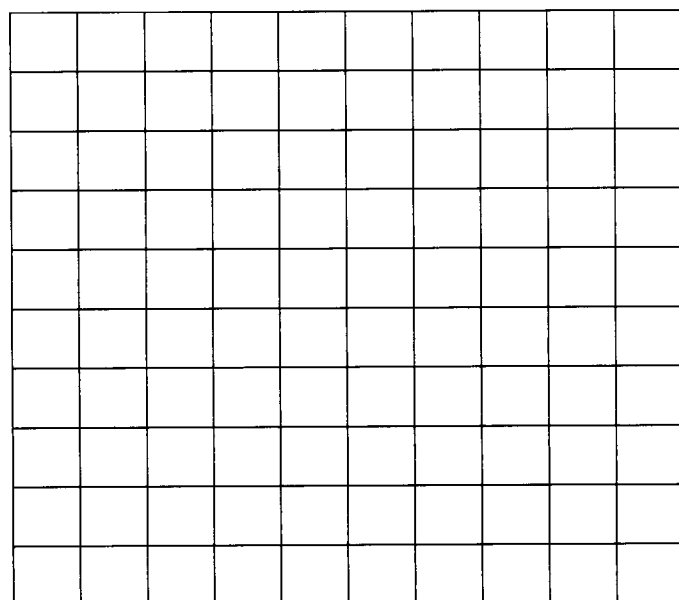
В конце 2018 года курс фертиния к району составлял 2 фертиния за один район. Однако с наступлением 2019 года конъюнктура валютного рынка изменилась и курс фертиния составил 4 фертиния за один район. При этом спрос на товар X покупателей в Фертинии и его предложение фертинийскими производителями остались прежними. Мировая цена товара X, выраженная в районах, также не изменилась.

Задания:

А) Определить величину импорта (или экспорта) товара X до и после изменения курса фертиния к району.

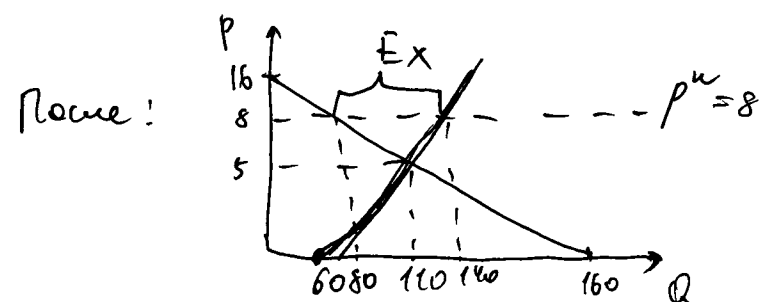
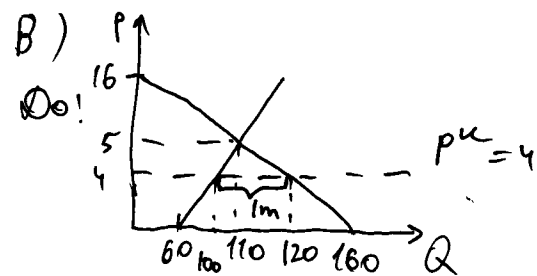
В) Отобразить ситуацию на рынке товара X в Фертинии до и после изменения курса фертиния к району при помощи графиков функций спроса и предложения.

С) Вычислить изменение выигрыша покупателей на фертинийском рынке товара X, вызванное изменением курса фертиния к району.



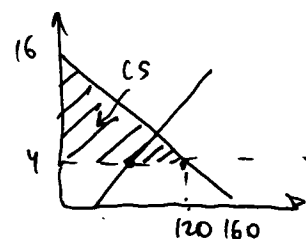
До изменения курса
 $P^M = 2 \text{ района} = 4 \text{ фертиния}$
 $Q^d(P=4) = 120$
 $Q^s(P=4) = 100$
 $Im = Q^d - Q^s = 120 - 100 = 20$

После изменения курса
 $P^M = 2 \text{ района} = 8 \text{ фертиния}$
 $Q^s(P=8) = 60 + 80 = 140$
 $Q^d(P=8) = 160 - 10 \cdot 8 = 80$
 $Ex = Q^s - Q^d = 140 - 80 = 60$

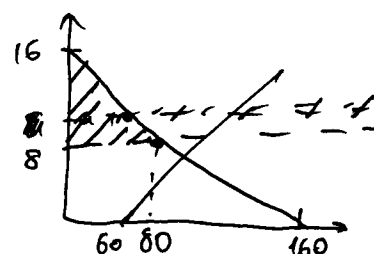


без торговли: $160 - 10P = 60 + 10P$
 $20P = 100$
 $P = 5, Q = 110$

С) $CS_{до} = \frac{1}{2} \cdot (16 - 4) \cdot 120 = 720$



$CS_{после} = \frac{1}{2} \cdot (16 - 8) \cdot 80 = 320$



$\Delta CS = CS_{после} - CS_{до} = 320 - 720 = -400$



479

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2018–2019

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Москва

Дата 09 марта 2019 г.

ВАРИАНТ 4

Задача 1. Производством мяса кролика на Северо-Западе России занимаются 100 одинаковых фермерских хозяйств, издержки каждой из которых можно описать уравнением $TC = Q^2 + 10 \cdot Q + 50$, где Q – количество произведенной продукции, в кг.

- Сколько продукции будет предложено на рынке, если цена установится на уровне $P = 40$ руб. за кг?
- Если спрос на продукцию можно описать уравнением $Q = 2500 - 50 \cdot P$, то какой будет равновесная цена рынка P?
- Пусть государство предлагает фермерам упрощенную систему налогообложения одного из двух следующих видов: или налог на выручку в размере 6% или налог на прибыль в размере 15%. Какой вид налога выберут фермеры?
- В страну завозят импортную продукцию по цене $P = 20$ руб. Какое количество импорта может быть поглощено рынком при спросе $Q = 7000 - 100 \cdot P$?
- Если государство для защиты местных производителей введет пошлину на импорт в размере $t = 2$ руб. на кг, какой будет величина налоговых поступлений T от импорта?

$$1. \Pi_{\text{фирмы}} = P \cdot Q - Q^2 - 10Q - 50 \rightarrow \max_{Q \geq 0}$$

$$Q_{\text{верш}} = \frac{P - 10}{2} = \frac{P}{2} - 5$$

$$Q_{\text{рынка}} = Q_{\text{фирмы}} \cdot 100 = 50P - 500$$

$$Q = 50 \cdot 40 - 500 = 1500$$

$$\Pi_{\text{фирмы}} = (P - 10) \cdot \frac{(P - 10)}{2} - \frac{(P - 10)^2}{4} - 50 = \frac{(P - 10)^2}{4} - 50 \geq 0$$

$$\frac{(P - 10)^2}{4} \geq 50$$

$$(P - 10)^2 \geq 200$$

$$P - 10 \geq \sqrt{200}$$

$$P \geq \sqrt{200} + 10$$

$$Q^s_{\text{общ}} = \begin{cases} 50P - 500, & P \geq \sqrt{200} + 10 \\ 0, & P < \sqrt{200} + 10 \end{cases}$$

$$\text{При } P = 40, Q^s = 50 \cdot 40 - 500 = 2000 - 500 = 1500$$

Равные см. чистовик.

Задача 2. В отрасли производства игрушек функционируют 10 фирм, которые производят эксклюзивные мини модели автомашин, с равными долями в общем объеме продаж. Для оценки уровня монопольной власти на рынке используют индекс Херфиндаля-Хиршмана.

- Какова будет величина индекса, если 2 фирмы отрасли объединятся в одну?
- Сколько фирм могут объединиться в одну, если Федеральная антимонопольная служба запрещает объединение фирм в ситуации, когда, в результате объединения, значение индекса превысит 1800?

До объединения индекс = 0

1. будет 8 фирм с $q_i = \frac{1}{10} Q_{общ}$ и 1 фирма с $q_i = \frac{2}{10} Q_{общ}$

значит, индекс = 100

2. Если 1800 - макс, то 7 фирм могут объединиться в одну

Задача 3. Для проведения финансовых вычислений Римма Марковна, главный бухгалтер фирмы «Сеньор Помидор», которая занимается торговлей овощами и фруктами, пользовалась имеющимся у неё калькулятором. При этом в расчётах использовались четыре арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Но когда пришлось проводить расчёты в очередной раз, оказалось, что

кнопка $\frac{1}{x}$, позволяющая производить деление, сломалась; также, выяснилось, что не работает кнопка $\frac{1}{x}$

(позволяющая находить обратное число), и кнопки \ln и \lg (это — все кнопки калькулятора, позволяющие вычислять логарифмы).

Можно ли, используя работающие кнопки, среди которых есть $+$, $-$, \times , \sin , \lg , \arccos , \arctg , произвести необходимые финансовые вычисления? (Ответ на задачу дайте обоснованно).

можно: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\lg x = \frac{\sin x}{\cos x}$

1. Если взять $\arccos x$, то получим некое a

\cos^2

Нет.

$\lg x = \sin$

Задача 3.4 Два партнёра, Андрей и Василий, начинают совместный бизнес. Через некоторое время дела начинают идти неважно, скоро для финансового оздоровления фирмы возникнет потребность в кредите, и Андрей начинает подозревать Василия в нехороших махинациях у него за спиной. Василий, по его мнению, то ли преступно присваивает часть прибыли (условно назовём данную позицию "ВОР"), то ли интригует с целью завоевать руководящие позиции в фирме ("ИНТРИГАН"), то ли просто предпочитает имитацию деятельности настоящей работе ("ЛОДЫРЬ"). Впрочем, не исключено, что все эти подозрения абсолютно беспочвенны, а проблемы фирмы лежат в совершенно иной плоскости ("ЖЕРТВА"). Тем не менее, Андрей обдумывает свои действия, которые могут подразумевать либо глобальную проверку финансовой документации фирмы (условно назовём данную стратегию "РЕВИЗИЯ"), что позволит вывести на чистую воду вора, либо попытку, в свою очередь, вытеснить подозрительного партнёра из бизнеса ("ЛИДЕР"), если он лодырь или интриган, либо, наконец, отказаться от своих подозрений и позволить событиям идти своим чередом ("ДОВЕРИЕ"). При этом итоговая сумма необходимого кредита напрямую будет зависеть от результата действий обоих партнёров (так, если Василий окажется вором, то, в отсутствие адекватного контроля своих действий, он может, в конце концов, просто исчезнуть с кассой предприятия).

В таблицах ниже (эта информация известна и Андрею, и Василию, при этом Василий также выбирает свою линию поведения в условиях подозрений Андрея) указаны выигрыши и проигрыши партнёров (в сотнях тысяч рублей). Андрей борется за выживание фирмы и стремится минимизировать сумму необходимого кредита. Соответственно, в левой таблице представлена эта сумма в зависимости от той или иной ситуации. В правой таблице приводится увеличение/падение доходов Василия (так, если Василий невиновен, а Андрей вытесняет его из бизнеса, Василий теряет 5 млн. руб., а если Василий - вор, которому Андрей доверяет, Василий дополнительно получает 10 млн. руб.).

АНДРЕЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	10	500	20	10
ЛИДЕР	800	400	15	2
ДОВЕРИЕ	1000	500	30	5

ВАСИЛИЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	-100	5	-10	5
ЛИДЕР	-10	-10	-5	-50
ДОВЕРИЕ	100	40	100	20

Вопрос I: какие стратегии будут использовать партнёры в борьбе за будущее фирмы и своё собственное (в предположении о том, что они не могут выбрать сразу несколько)?

Вопрос II: какой в итоге будет сумма кредита?

1. Андрей выбирает модель поведения и Василий по ней подстраивается; Если Андрей выберет ревизию, то Василий скажет либо лодырь, либо жертвой, т.е. это увеличит его доход на равную единицу. Андрею не придется брать кредит либо на 500 с.т. либо на 10 с.т., где с.т. - сотни тысяч

2. Если Андрей выберет лидер, то Василий выберет интриган, т.е. это уменьшит его доход на меньшую сумму, чем остальные варианты. Тогда кредит Андрей = 15 с.т.

Если Андрей выберет доверие, то Василий выберет либо вора, либо интриган, т.е. это принесет ему больший доход. И тогда Андрей придется брать 1000 с.т., если вор, 30 с.т., если интриган.

Андрей хочет минимизировать сумму кредита, поэтому он точно не выберет доверие, т.е. тогда он будет либо лидер, либо ревизию. Если Андрей выберет ревизию, то Василию всё равно его выбрать из 2-ух вариантов: лодырь или жертва. А если Андрей выберет лидер, то Василий точно скажет интриган

числовий загальний

$$Q^p = 2500 - 50P$$

$$Q^s = \begin{cases} 50P - 500, & P \geq 2\sqrt{10} + 10 \\ 0, & P < 2\sqrt{10} + 10 \end{cases}$$

$$2500 - 50P = 50P - 500$$

$$3000 = 100P$$

$$\underline{P^* = 30}, Q^* = 1000$$

нз. Піфчирин ели на вуржу = $0,94 \cdot P \cdot Q - Q^2 - 10Q - 50 \rightarrow \max_{Q \geq 0}$

$$Q \text{ верш.} = \frac{0,94P - 10}{2} = 0,47P - 5$$

$$\begin{aligned} \text{Піфчирин} &= (0,94P - 10) \cdot \frac{0,94P - 10}{2} - \frac{(0,94P - 10)^2}{4} - 50 = \\ &= \frac{(0,94P - 10)^2}{4} - 50 \end{aligned}$$

Ели на вуржу на придбав, то

$$\text{Піфчирин} = (P \cdot Q - Q^2 - 10Q - 50) \cdot 0,85 \rightarrow \max_{Q \geq 0}$$

$$Q \text{ верш.} = \frac{P - 10}{2}$$

$$\text{Піфчирин} = \left(\frac{(P - 10)^2}{4} - 0,85 - 50 \right) \cdot 0,85$$

Нужно сравнить 2 приближ.

$$\frac{(0,94P - 10)^2}{4} \quad \frac{(P - 10)^2}{4} \cdot 0,85$$

$$\frac{(0,94P - 10)^2}{4} \quad \frac{(P - 10)^2 \cdot 0,85}{4}$$

$$0,94^2 P^2 - 18,8P + 100 \quad (P^2 - 20P + 100) \cdot 0,85$$

$$0,0336P^2 - 1,8P + 15$$

$$\frac{(0,94P - 10)^2}{4} - 50 \quad \left(\frac{(P - 10)^2}{4} - 50 \right) \cdot 0,85$$

$$\frac{0,94^2 P^2 - 18,8P + 100}{4} - 50 \quad \left(\frac{P^2 - 20P + 100}{4} - 50 \right) \cdot 0,85$$

$$0,2209P^2 - 4,7P + 25 - 50 \quad 0,2125P^2 - 4,25P - 21,25$$

$$0,0084P^2 - 0,45P - 3,75 \quad \vee \quad 0$$

$$84P^2 - 4500P - 37500 \quad \vee \quad 0$$

$$21P^2 - 1125P - 9375 \quad \vee \quad 0$$

Расширим наш "хороший", поэтому одъясню словами, что делать дальше. Поскольку, вы не написали связан ли этот пункт с пунктом а) или б), то я введу предположения.

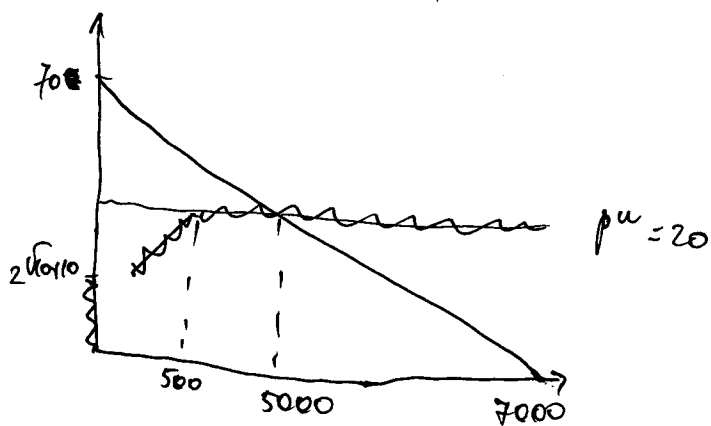
1) Если не связан, то нужно дорешать мер-во и посмотреть при каких P , какое Π будет больше.

2) Если связан с пунктом а), то $\Pi(\text{выручки}) = 140,44$,

$\Pi(\text{налог на прибыль}) = 148,75$, значит, налог на прибыль фирма выберет.

4) $P^u = 20$, $Q = 7000 - 100P$, $P = 70 - \frac{1}{100}Q$

$$Q^{\text{отеч.}} = \begin{cases} 50P - 500, & P \geq 2\sqrt{10} + 10 \\ 0, & P < 2\sqrt{10} + 10 \end{cases}$$



$$Q^d = 7000 - 100P$$

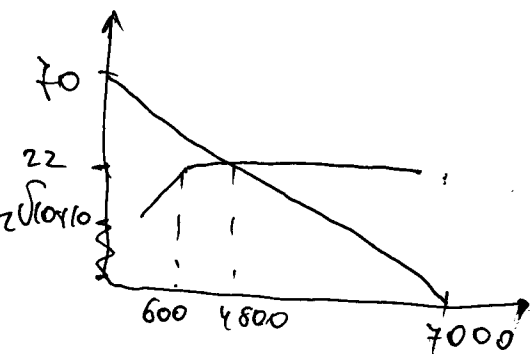
при $P = 20$, $Q^d = 7000 - 2000 = 5000$

$$Q^s \text{ при } P = 20 = 50 \cdot 20 - 500 = 500$$

$$Q^{\text{отеч.}} = \begin{cases} 0, & P < 2\sqrt{10} + 10 \\ 50P - 500, & P \in [2\sqrt{10} + 10; 20) \\ \in [500; +\infty), & P = 20 \end{cases}$$

у отеч. будут покупать 500, импортировать: $5000 - 500 = 4500$

5). $t = 2$ на импорт, тогда покупателям будут покупать или производить за $P = 22$, тогда



$$Q^{\text{спр.}} = \begin{cases} 0, & P < 2\sqrt{10} + 10 \\ 50P - 500, & P \in [2\sqrt{10} + 10; 22) \\ \in [600; +\infty), & P \geq 22 \end{cases}$$

~~Q~~ 500
при $P = 22$, $Q^{\text{отеч.}} = 600$

$$Q^d \text{ при } P = 22 = 7000 - 2200 = 4800$$

значит, импортируют $Q = 4800 - 600 = 4200$

$$T = 4200 \cdot 2 = t \cdot Q_{\text{имп.}} = 2 \cdot 4200 = 8400$$

Чистович.

№. Продолжение

Андрей не может быть уверен, что Василий выберет жертву, если Андрей выберет ревизию, поэтому Андрей

~~выберет лидера~~, Если Василий выберет лидера, то кредит = 500 с.т. , а то есть вероятность кредита = 500 с.т. = 50%.

Значит, Андрею выгодно выбрать лидера, не рисковать и тогда его кредит = 15, т.ч. Василий выберет интригана. Таким образом, Андрей выберет лидера, Василий интригана.

2. Сумма кредита = 15 сотен тысяч.