

Задача 5. Функция спроса на биржевой товар X в стране Престалии описывается следующей зависимостью: $Q_D = 160 - 10P$, а функция предложения престалийских производителей товара X (они же продавцы этого товара) имеет вид $Q_S = 60 + 10P$, где:

Q – количество товара X в млн. штук.

P – цена товара X в престальях (престаль – престалийская денежная единица).

Известно, что цена товара X на мировом рынке равна 2 сикла (товар X производится и в других странах). Престалия открытая страна, поэтому у нее отсутствуют барьеры в международной торговле. Особенностью товара X является то, что при его перемещении транспортными и иными затратами, связанными с его перемещением, можно пренебречь.

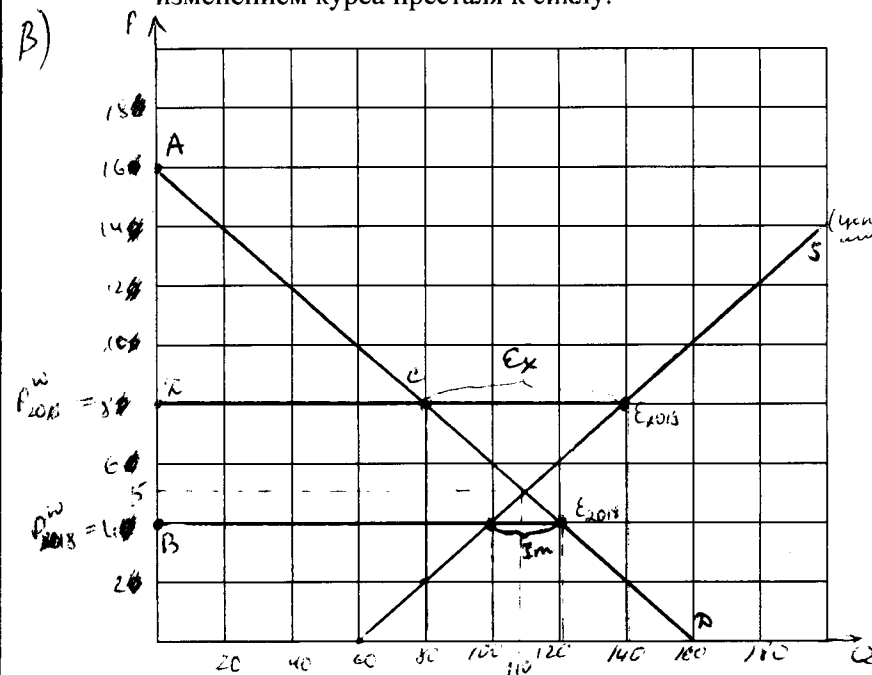
В конце 2018 года курс престалья к сиклу составлял 2 престалья за один сикл. Однако с наступлением 2019 года конъюнктура валютного рынка изменилась и курс престалья составил 4 престалья за один сикл. При этом спрос на товар X покупателей в Престалии и его предложение престалийскими производителями остались прежними. Мировая цена товара X, выраженная в сиклах, также не изменилась.

Задания:

А) Определить величину импорта (или экспорта) товара X до и после изменения курса престалья к сиклу.

В) Отобразить ситуацию на рынке товара X в Престалии до и после изменения курса престалья к сиклу при помощи графиков функций спроса и предложения.

С) Вычислить изменение выигрыша покупателей на престалийском рынке товара X, вызванное изменением курса престалья к сиклу.



А) $Q_D = Q_S$
 $160 - 10P = 60 + 10P$
 $P = 5$ (ошибка)
 $P_{2018} = 2 \text{ сикла} = 4 \text{ престалий (по старой цене на сикл)}$
 $P_{2019} = 4 \text{ сикла} = 8 \text{ престалий (по новой цене на сикл)}$
 В 2018 году $Q_{Im} = Q_D(4) - Q_S(4) = 120 - 100 = 20$
 В 2019 году $Q_{Ex} = Q_S(8) - Q_D(8) = 140 - 80 = 60$
 С) $CS_{2018} = S_{\Delta A E_{2018} B} = \frac{1}{2} \cdot (16 - 4) \cdot 80 = 480$
 $CS_{2019} = S_{\Delta A E_{2019} B} = \frac{1}{2} \cdot (16 - 8) \cdot 40 = 160$
 $\Delta CS = 480 - 160 = 320$

Ответ: до изм. курса $Q_{Im} = 20$
 после изм. курса $Q_{Ex} = 60$
 выигрыш покуп. увеличился на 320.

9173



ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

80

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2018–2019

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Питер

Дата 17.03.2019

ВАРИАНТ 5

Задача 1. Производством национального тирольского женского костюма дирндль в Германии занимаются 100 одинаковых фирм, издержки каждой из которых можно описать уравнением $TC = 2 \cdot Q^2 + 20 \cdot Q + 50$, где Q – количество произведенной продукции, в штуках.

- Сколько продукции будет предложено на рынке, если цена установится на уровне $P = 50$ евро за штуку?
- Если спрос на продукцию можно описать уравнением $Q = 2500 - 25 \cdot P$, то какой будет равновесная цена рынка P?
- Пусть государство предлагает фермерам упрощенную систему налогообложения одного из двух следующих видов: или налог на выручку в размере 6% или налог на прибыль в размере 15%. Какой вид налога выберут предприниматели?
- В страну завозят импортную продукцию по цене $P = 30$ евро. Какое количество импорта может быть поглощено рынком при спросе $Q = 2500 - 25 \cdot P$?
- Если государство для защиты местных производителей введет пошлину на импорт в размере $t = 2$ евро на штуку, какой будет величина налоговых поступлений T от импорта?

1. $MC = \frac{dTC}{dQ} = 4Q + 20$
 $P = MC$
 $4Q + 20 = 50$
 $Q = 7.5$ (будет произведено)
 $100Q = 750$ шт. прод.
 2. ~~Цена $P = 15$~~
 1) найдем S
 $P = ATC_{min}$
 $ATC = 2Q + 20 + \frac{50}{Q}$
 $\frac{dATC}{dQ} = 2 - \frac{50}{Q^2} = 0$
 $Q = 5$
 При $Q = 5$ имеет мин. изм.
 $P = ATC(5)$
 $P = 40$
 $PS_1 = MC$ (фирмы предпочитают)
 $PS_1 = 4Q + 20$
 $Q_{S1} = 0.25P - 5$

$Q_S = 100Q_{S1} = 25P - 500$
 $Q_S = Q_D$
 $25P - 500 = 2500 - 25P$
 $50P = 3000$
 $P = 60$
 3. 1) Налог на выручку
 $Q'_S = 25(P - t) - 500$
 $t = 0.06P$
 $Q'_S = 23.5P - 500$
 $Q'_S = Q_D$
 $23.5P - 500 = 2500 - 25P$
 $48.5P = 3000$
 $P \approx 62$ $Q = 957$

2) Налог на прибыль \Rightarrow фирма максимизирует π до максимума
 $\pi = (PQ - TC) \cdot 0.85$
 $\pi = (PQ - 2Q^2 - 20Q - 50) \cdot 0.85$
 $0.85 = 150 \cdot 0.85 = 127.5$ — максим.
 т.е. при максим. на выручку \Rightarrow выберет максим. 6%
 $P = 60$ (см. п. 2)
 $Q = \frac{1}{100} Q_D = 10$
 $\pi = (PQ - TC) \cdot 0.85 = (600 - 200 - 200 - 50) \cdot 0.85 = 150 \cdot 0.85 = 127.5$
 4. $Q_{Im} = Q_D(30) - Q_S(30) = 1750 - 250 = 1500$
 5. $Q_{Im} = Q_D(32) - Q_S(32) = 1700 - 300 = 1400$
 $T = Q_{Im} \cdot t = 2800$
 Ответ: 1) 750 2) 1500
 3) 62 4) 1500
 5) на выручку 6%

Задача 2. В отрасли производства одежды функционируют 10 фирм, которые шьют модели эксклюзивных женских пальто, с равными долями в общем объеме продаж. Для оценки уровня монопольной власти на рынке используют индекс Херфиндаля-Хиршмана.

- Какова будет величина индекса, если 3 фирмы отрасли объединятся в одну?
- Сколько фирм могут объединиться в одну, если Федеральная антимонопольная служба запрещает объединение фирм в ситуации, когда, в результате объединения, значение индекса превысит 1000?

1. $HH_1 = 30^2 + 7 \cdot 10^2 = 900 + 700 = 1600$
 2. Когда у фирм равные доли, $HH = 10 \cdot 10^2 = 1000$. Значит, ФАС не запрещает никакого объединения фирм.

Ответ: 1600; ни одной.

Задача 3. Для проведения финансовых вычислений главный бухгалтер фирмы «Тильтиль и Митиль» Роза Альфредовна пользовалась имеющимся у неё калькулятором. При этом в расчётах использовались четыре арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Но когда пришлось проводить расчёты в очередной раз, оказалось, что кнопка $\frac{1}{x}$, позволяющая производить деление,

сломалась; также, выяснилось, что не работает кнопка $\frac{1}{x}$ (позволяющая находить обратное число), и кнопки \lg и \ln (это — все кнопки калькулятора, позволяющие вычислять логарифмы).

Можно ли, используя работающие кнопки, среди которых есть $+$, $-$, \times , \div , \sin , \cos , \arccos , \arcsin , произвести необходимые финансовые вычисления? (Ответ на задачу дайте обоснованно).

Роза Альфредовна требует найти сумму операций деления.

Предположим, она хочет вычислить $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Поскольку Роза Альфредовна может воспользоваться тем, что

$$\frac{a}{b} = \frac{\arcsin \frac{a}{b}}{\arcsin \frac{1}{b}}$$

Задача 4. Два партнёра, Андрей и Василий, начинают совместный бизнес. Через некоторое время дела начинают идти неважно, скоро для финансового оздоровления фирмы возникнет потребность в кредите, и Андрей начинает подозревать Василия в нехороших махинациях у него за спиной. Василий, по его мнению, то ли преступно присваивает часть прибыли (условно назовём данную позицию "ВОР"), то ли интригует с целью завоевать руководящие позиции в фирме ("ИНТРИГАН"), то ли просто предпочитает имитацию деятельности настоящей работе ("ЛОДЫРЬ"). Впрочем, не исключено, что все эти подозрения абсолютно беспочвенны, а проблемы фирмы лежат в совершенно иной плоскости ("ЖЕРТВА"). Тем не менее, Андрей обдумывает свои действия, которые могут подразумевать либо глобальную проверку финансовой документации фирмы (условно назовём данную стратегию "РЕВИЗИЯ"), что позволит вывести на чистую воду вора, либо попытку, в свою очередь, вытеснить подозрительного партнёра из бизнеса ("ЛИДЕР"), если он лодырь или интриган, либо, наконец, отказаться от своих подозрений и позволить событиям идти своим чередом ("ДОВЕРИЕ"). При этом итоговая сумма необходимого кредита напрямую будет зависеть от результата действий обоих партнёров (так, если Василий окажется вором, то, в отсутствие адекватного контроля своих действий, он может, в конце концов, просто исчезнуть с кассой предприятия).

В таблицах ниже (эта информация известна и Андрею, и Василию, при этом Василий также выбирает свою линию поведения в условиях подозрений Андрея) указаны выигрыши и проигрыши партнёров (в сотнях тысяч рублей). Андрей борется за выживание фирмы и стремится минимизировать сумму необходимого кредита. Соответственно, в левой таблице представлена эта сумма в зависимости от той или иной ситуации. В правой таблице приводится увеличение/падение доходов Василия (так, если Василий невиновен, а Андрей вытесняет его из бизнеса, Василий теряет 5 млн. руб., а если Василий - вор, которому Андрей доверяет, Василий дополнительно получает 10 млн. руб.).

АНДРЕЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	10	55	500	30
ЛИДЕР	750	45	200	10
ДОВЕРИЕ	1000	600	300	5

ВАСИЛИЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	-100	-10	10	5
ЛИДЕР	10	20	5	-50
ДОВЕРИЕ	100	30	50	20

Вопрос I: какие стратегии будут использовать партнёры в борьбе за будущее фирмы и своё собственное (в предположении о том, что они не могут выбрать сразу несколько)?

Вопрос II: какой в итоге будет сумма кредита?

I) Если Андрей собирается проверить ревизию, Василию выгодно стать интриганом, если ~~он~~ ^{он} ~~станет~~ ^{станет} лидером \Rightarrow быть лидером, доверять \Rightarrow быть вором. Ни при каких действиях Андрея Василий не выгодно быть жертвой.
 Если Василий — ~~жертва~~ ^{вор}, Андрею выгодно провести ревизию, а если ~~интриган~~ ^{лидер} или интриган — стать лидером \Rightarrow Андрей не будет доверять.
 Андрей проводит ревизию \Rightarrow Василию ~~выгодно~~ ^{выгодно} быть интриганом, ~~стать~~ ^{стать} лидером \Rightarrow быть лидером. Значит, Василий не вор.
 Будет Василий лидером или интриганом, Андрей выгодно ~~стать~~ ^{стать} лидером. Если Андрей — лидер, то Василий будет лидером.

II) $45 \cdot 100 \text{ тыс. р.} = 4,5 \text{ млн. р.}$

Ответ: Андрей — лидер, Василий — лидер; 4,5 млн. р.

