

Задача 5. Функция спроса на биржевой товар X в стране Лакмар описывается следующей зависимостью: $Q_D = 1600 - 40P$, а функция предложения лакмаровских производителей товара X (они же продавцы этого товара) имеет вид $Q_S = -800 + 40P$, где:

Q – количество товара X в млн. штук.

P – цена товара X в аголах (агол – лакмарийская денежная единица).

Известно, что цена товара X на мировом рынке равна 4 кнату (товар X производится и в других странах). Лакмар открытая страна, поэтому у нее отсутствуют барьеры в международной торговле. Особенностью товара X является то, что при его перемещении транспортными и иными затратами, связанными с его перемещением, можно пренебречь.

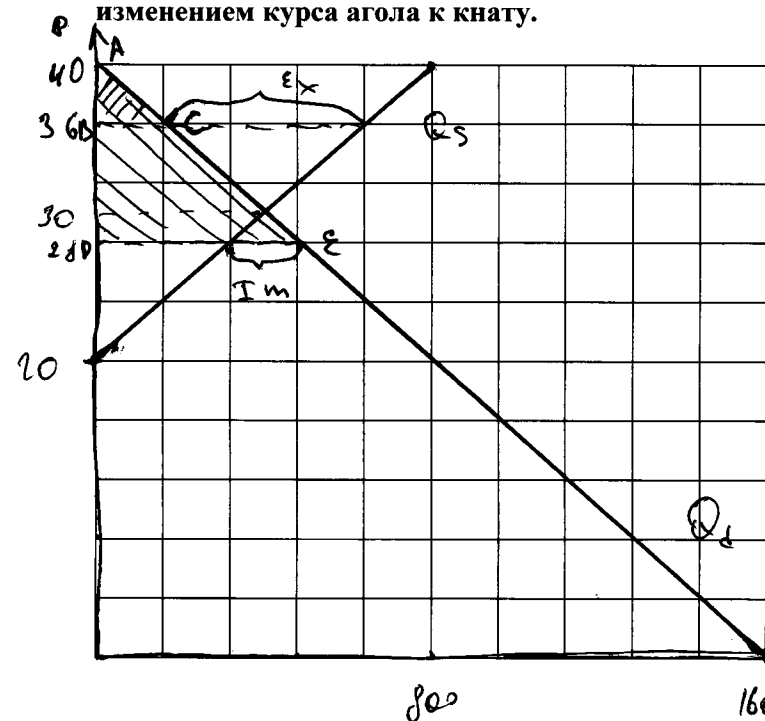
В конце 2018 года курс агола к кнату составлял 9 аголов за один кнат. Однако с наступлением 2019 года конъюнктура валютного рынка изменилась и курс агола составил 7 аголов за один кнат. При этом спрос на товар X покупателей в Лакмаре и его предложение лакмаровскими производителями остались прежними. Мировая цена товара X, выраженная в кнатах, также не изменилась.

Задания:

А) Определить величину импорта (или экспорта) товара X до и после изменения курса агола к кнату.

В) Отобразить ситуацию на рынке товара X в Лакмаре до и после изменения курса агола к кнату при помощи графиков функций спроса и предложения.

С) Вычислить изменение выигрыша покупателей на рынке Лакмара товара X, вызванное изменением курса агола к кнату.



а) рассчитаем равновесную цену на внутреннем рынке:
 $1600 - 40P = -800 + 40P$
 $80P = 2400$
 $P = 30$ аголов
 Заметим, что $4 \cdot 9 = 36 \Rightarrow$ производители будут экспортировать в размере $-800 + 40 \cdot 36 = 1600 - 40 \cdot 36 = 480 (Q_D - Q_S)$
 2019:
 Заметим, что $4 \cdot 7 = 28 \Rightarrow$ страна будет импортировать в размере $1600 - 40 \cdot 28 + 800 - 40 \cdot 28 = 160 (Q_D - Q_S)$

б) P в аголах, Q в млн. штук

с) выигрыш покупателей в 2018 = $S_{ABC} = \frac{(40-36)(1500-40 \cdot 36)}{2} =$

$= 2 \cdot 160 = 320$. Выигрыш покупателей в 2019 = $S_{ADE} =$

$= \frac{(40-28)(1600-40 \cdot 28)}{2} = 6 \cdot 480 = 2880$

Δ выигрыш покупателей = $2880 - 320 = 2560$



80

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2018–2019

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Ижевск

Дата 19.03.2016

ВАРИАНТ 9

Задача 1. Производством фаянсовых и фарфоровых тарелок в Великобритании занимаются 100 одинаковых фирм, издержки каждой из которых можно описать уравнением $TC = Q^2 + 10Q + 50$, где Q – количество произведенной продукции, в шт.

- Сколько продукции будет предложено на рынке, если цена установится на уровне $P = 40$ £ за шт.?
- Если спрос на продукцию можно описать уравнением $Q = 2500 - 50 \cdot P$, то какой будет равновесная цена рынка P?
- Пусть государство предлагает фермерам упрощенную систему налогообложения одного из двух следующих видов: или налог на выручку в размере 6% или налог на прибыль в размере 15%. Какой вид налога выберут фермеры?
- В страну завозят импортную продукцию по цене $P = 20$ £. Какое количество импорта может быть поглощено рынком при спросе $Q = 7000 - 100 \cdot P$?
- Если государство для защиты местных производителей введет пошлину на импорт в размере $t = 2$ £ на шт., какой будет величина налоговых поступлений T от импорта?

1) $MC = 2Q + 10$. Для каждой фирмы $P = MC \Rightarrow 2Q + 10 = 40 \Rightarrow Q = 15 \Rightarrow$ всего будет $15 \cdot 100 = 1500$ продукции. Ответ: 1500
 2) $MC = 2Q + 10$; $P = MC \Rightarrow P = 2Q + 10 \Rightarrow Q = 0,5P - 5 \Rightarrow 100Q = 50P - 500$
 $50P - 500 = 2500 - 50P \Rightarrow P = 30$. Ответ: 30
 3) Посчитаем прибыль в обеих ситуациях. ① 6% на выручку $\Rightarrow \bar{\pi} = 0,94 \cdot 300 - 150 = 32$
 $TC = Q^2 + 10Q + 50 = 250$. ② 15% на прибыль $\Rightarrow \bar{\pi} = 0,85(300 - 250) = 42,5$. $42,5 > 32 \Rightarrow$ фермеры выберут 15% налог на прибыль
 4) $Q_{им} = 7000 - 100 \cdot 20 = 5000$
 5) Если ввести налог t, то цена для покупателей страны $P_{им} + t =$
 $= 22 \Rightarrow Q_{им} = 7000 - 100 \cdot 22 = 5000$
 $Q_{им} = 7000 - 2200 - 50 \cdot 22 + 500 = 4200$. $T = 4200 \cdot 2 = 8400$

Задача 2. В отрасли функционируют 50 фирм, которые производят лютые чугунные фигурки для сада, с равными долями в общем объеме продаж. Для оценки уровня монопольной власти на рынке используют индекс Херфиндаля-Хиршмана.

- Какова будет величина индекса, если 10 фирм отрасли объединятся в одну?
- Сколько фирм могут объединиться в одну, если Федеральная антимонопольная служба запрещает объединение фирм в ситуации, когда, в результате объединения, значение индекса превысит 1000?

1) Доле рынка объединившейся фирм будет равно 20%, у остальных 40 фирм по 2%. $\Rightarrow I_{HH} = 20^2 + 40 \cdot 2^2 = 560$

2) Доле рынка объединившейся фирм будет равно $n\%$, если n -кол-во объединившихся фирм, у остальных $50-n$ фирм по 2%. $\Rightarrow I_{HH} = n^2 + (50-n) \cdot 4 = 4(n^2 - n + 50) \leq 1000$

$$n^2 - n + 50 \leq 250$$

$$n^2 - n - 200 \leq 0$$

$$n = \frac{1 \pm \sqrt{1+800}}{2}$$

т.к. $n > 0$, то $n \leq \frac{1+\sqrt{801}}{2}$. $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

Ответ: $n \leq 14$

Задача 3. Для проведения финансовых вычислений главный бухгалтер фирмы по производству театральных занавесей «Замной» Виталина Романовна пользовалась имеющимся у неё калькулятором. При этом для вычислений достаточно было производить четыре арифметических действия (сложение, вычитание, умножение и деление). При этом в расчётах использовались четыре арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Но когда пришлось проводить расчёты в очередной раз, оказалось, что кнопка $\frac{1}{x}$, позволяющая производить деление, сломалась; также, выяснилось, что не

работает кнопка $\frac{1}{x}$ (позволяющая находить обратное число), и кнопки \lg и \ln (это — все кнопки калькулятора, позволяющие вычислять логарифмы).

Можно ли, используя работающие кнопки, среди которых есть кнопки $\sqrt{\quad}$, $\sqrt[n]{\quad}$, \cos , \sin , \arcsin , \arccos , произвести необходимые финансовые вычисления? (Приведите решение задачи и дайте ответ)

Иными словами, мы должны с помощью оставшихся кнопок уметь задать 2 любых числа. Пусть у нас есть числа a и b . Умножим a на 10^{-n} так, чтобы $|a| < 1$, $|b| < 1$. Допустим, a и b другое на 10^{-n} так, чтобы $|a| < 1$, $|b| < 1$. Допустим, нам нужно узнать, чему равно $\frac{a}{b}$. Мы знаем знак этого числа \Rightarrow будем рассматривать значения $\frac{|a|}{|b|}$. Заметим, что $\frac{|a| \cdot 10^{-n}}{|b| \cdot 10^{-n}} = \frac{|a|}{|b|}$. Таким образом, нам нужно узнать значение $\frac{c}{d}$, где $c = |a| \cdot 10^{-n}$, $d = |b| \cdot 10^{-n}$. Заметим, что $c, d \in [0, 1]$.

Значит, мы можем сказать, что $\sin \alpha = c$, $\sin \beta = d$.

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\frac{c}{d} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)}{\sin^2 \beta} = \frac{\cos(\arcsin c) \cdot \cos(\arcsin d) - \cos(\arcsin c + \arcsin d)}{d^2}$$

• $(1 + \operatorname{ctg}^2(\arcsin d))$. $\frac{c}{d} = \frac{|a|}{|b|} \Rightarrow$ мы с помощью этих кнопок можем посчитать модуль частного. т.к. мы знаем знак и того, и другого числа, мы знаем знак частного. Осталось при необходимости добавить минус к получившемуся значению

Ответ: да, можно

Задача 4. Два партнёра, Андрей и Василий, начинают совместный бизнес. Через некоторое время дела начинают идти неважно, скоро для финансового оздоровления фирмы возникнет потребность в кредите, и Андрей начинает подозревать Василия в нехороших махинациях у него за спиной. Василий, по его мнению, то ли преступно присваивает часть прибыли (условно назовём данную позицию "ВОР"), то ли интригует с целью завоевать руководящие позиции в фирме ("ИНТРИГАН"), то ли просто предпочитает имитацию деятельности настоящей работе ("ЛОДЫРЬ"). Впрочем, не исключено, что все эти подозрения абсолютно беспочвенны, а проблемы фирмы лежат в совершенно иной плоскости ("ЖЕРТВА"). Тем не менее, Андрей обдумывает свои действия, которые могут подразумевать либо глобальную проверку финансовой документации фирмы (условно назовём данную стратегию "РЕВИЗИЯ"), что позволит вывести на чистую воду вора, либо попытку, в свою очередь, вытеснить подозрительного партнёра из бизнеса ("ЛИДЕР"), если он лодырь или интриган, либо, наконец, отказаться от своих подозрений и позволить событиям идти своим чередом ("ДОВЕРИЕ"). При этом итоговая сумма необходимого кредита напрямую будет зависеть от результата действий обоих партнёров (так, если Василий окажется вором, то, в отсутствие адекватного контроля своих действий, он может, в конце концов, просто исчезнуть с кассой предприятия).

В таблицах ниже (эта информация известна и Андрею, и Василию, при этом Василий также выбирает свою линию поведения в условиях подозрений Андрея) указаны выигрыши и проигрыши партнёров (в сотнях тысяч рублей). Андрей борется за выживание фирмы и стремится минимизировать сумму необходимого кредита. Соответственно, в левой таблице представлена эта сумма в зависимости от той или иной ситуации. В правой таблице приводится увеличение/падение доходов Василия (так, если Василий невиновен, а Андрей вытесняет его из бизнеса, Василий теряет 5 млн. руб., а если Василий - вор, которому Андрей доверяет, Василий дополнительно получает 10 млн. руб.).

АНДРЕЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	10	55	500	5
ЛИДЕР	600	60	100	3
ДОВЕРИЕ	900	500	200	1

ВАСИЛИЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	-100	10	-10	5
ЛИДЕР	10	-100	5	-50
ДОВЕРИЕ	100	30	50	10

Вопрос I: какие стратегии будут использовать партнёры в борьбе за будущее фирмы и своё собственное (в предположении о том, что они не могут выбрать сразу несколько)?

Вопрос II: какой в итоге будет сумма кредита?

1) Рассмотрим действия Василия. Если Андрей выбирает ревизию, то он лодырь, если интриган, то он вор, если доверие, то он вор \Rightarrow мы при каких действиях Андрей Василий не будет ни интриганом, ни жертвой. Зн. Для Андрея это значит, что он либо вор, либо лодырь. Заметим, что в том, и в другом случае он выберет ревизию. Значит, Василий выберет быть лодырем \Rightarrow

Ответ: Андрей - ревизия, Василий - лодырь

2) 55 (лодырь/ревизия)

