

Задача 5. Функция спроса на биржевой товар X в стране Клизантии описывается следующей зависимостью: $Q_D = 400 - 20P$, а функция предложения клизантских производителей товара X (они же продавцы этого товара) имеет вид $Q_S = -200 + 20P$, где:

Q – количество товара X в млн. штук.

P – цена товара X в клизантах (клизант – клизантская денежная единица).

Известно, что цена товара X на мировом рынке равна 2 крилкам (товар X производится и в других странах). Клизантия открытая страна, поэтому у нее отсутствуют барьеры в международной торговле. Особенностью товара X является то, что при его перемещении транспортными и иными затратами, связанными с его перемещением, можно пренебречь.

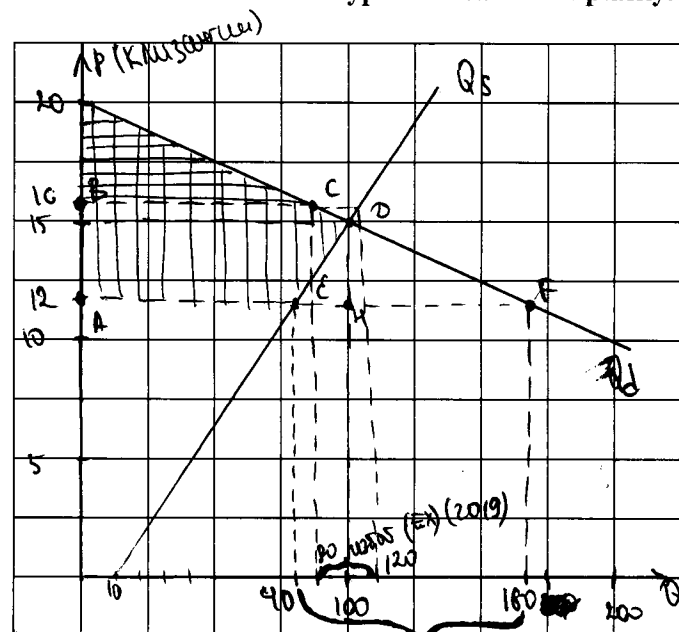
В конце 2018 года курс клизанта к крилку составлял 6 клизант за один крилк. Однако с наступлением 2019 года конъюнктура валютного рынка изменилась и курс клизанта составил 8 клизант за один крилк. При этом спрос на товар X покупателей в Клизантии и его предложение клизантскими производителями остались прежними. Мировая цена товара X, выраженная в крилках, также не изменилась.

Задания:

А) Определить величину импорта (или экспорта) товара X до и после изменения курса клизанта к крилку.

В) Отобразить ситуацию на рынке товара X в Клизантии до и после изменения курса клизанта к крилку при помощи графиков функций спроса и предложения.

С) Вычислить изменение выигрыша покупателей на клизантском рынке товара X, вызванное изменением курса клизанта к крилку.



Внутренняя цена равна 15 кр. - равная цене мирового рынка
 2018: 6 кл = 1 кр $\Rightarrow P = 2 \text{ кр} = 12 \text{ кл}$ - меньше P^*
 $Q_d(12) = 400 - 20 \cdot 12 = 160$; $Q_s(12) = -200 + 20 \cdot 12 = 40$
 $Q_d > Q_s$ на 120 \Rightarrow дефицит, $I_m = 120$ (млн шт.)
 (покупатели будут покупать X по более низкой мировой цене)
 2019: 8 кл = 1 кр $\Rightarrow P = 2 \text{ кр} = 16 \text{ кл}$ - больше P^*
 $Q_d(16) = 400 - 20 \cdot 16 = 80$; $Q_s(16) = -200 + 20 \cdot 16 = 120$
 $Q_d < Q_s$ на 40 \Rightarrow излишек $\Rightarrow E_x = 40$ (млн шт.)
 (производители будут продавать X по более высокой мировой цене)
 В) см. рис.
 С) на рис. определим "выигрыш" (т.е. излишек) покупателей в 2018 и 2019 г.
 2018 - вертикал. штриховка (III)
 2019 - горизонт. штриховка (II)
 тогда изменение выигрыша назовем как площадь фигур ABCDE
 $S_{ABCDE} = S_{ABCF} \text{ (трап.)} - S_{EDCF} = \frac{1}{2} (BC + AF) \cdot AB - \frac{1}{2} (DC \cdot EF) = \frac{1}{2} \cdot (80 + 160) \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 120 = 400 - 180 = 220$ (млн клз.)
 "выигрыш" покупателей увеличился на 220 (млн клз.)

Ответ: А) $I_m = 120$ млн шт в 2018 г.; $E_x = 40$ млн штук в 2019 г. (после измен курса)
 В) см. рис.
 С) выигрыш покупателей увеличился на 220 млн клз.

5029

75

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2018-2019

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Челябинск

Дата 19.03.19

ВАРИАНТ 7

Задача 1. Производством пледов из шотландской шерсти занимаются 200 одинаковых фирм Великобритании, издержки каждой из которых можно описать уравнением $TC = 0,5 \cdot Q^2 + 10 \cdot Q + 100$, где Q – количество произведенной продукции, в шт.

- Сколько продукции будет предложено на рынке, если цена установится на уровне $P = 50$ £ за шт?
- Если спрос на продукцию можно описать уравнением $Q = 7000 - 100 \cdot P$, то какой будет равновесная цена рынка P?
- Пусть государство предлагает фермерам упрощенную систему налогообложения одного из двух следующих видов: или налог на выручку в размере 6% или налог на прибыль в размере 15%. Какой вид налога выберут фермеры?
- В страну завозят импортную продукцию по цене $P = 20$ £. Какое количество импорта может быть поглощено рынком при спросе $Q = 7000 - 100 \cdot P$?
- Если государство для защиты местных производителей введет пошлину на импорт в размере $t = 2$ £ на шт., какой будет величина налоговых поступлений T от импорта?

1. В соответствии с условием максимизации прибыли: $MR = MC = P$ $MC = TC' = Q + 10 = P = 50 \Rightarrow Q = 40$
 $Q_{\text{пл}} = Q \cdot 200 = 40 \cdot 200 = 8000$ (шт.)
 2. $Q_{\text{пл}} = 7000 - 100P$; $Q_d = \frac{7000 - 100P}{200} = 35 - 0,5P$ (спрос на продукцию 1 из 200 фирм); $P = -20Q + 70 = Q + 10$ (из п. 1)
 $3Q = 60$; $Q = 20$; $P = -2 \cdot 20 + 70 = 30$ (£)
 3. 1-й случай: $P_1 = 0,94TR - TC = 0,94PQ - 0,5Q^2 - 10Q - 100 = 0,94(Q+10)Q - 0,5Q^2 - 10Q - 100 = 0,44Q^2 - 0,6Q - 100$
 2-й случай: $P_2 = 0,85(TR - TC) = 0,85(PQ - 0,5Q^2 - 10Q - 100) = 0,85(Q^2 + 10Q - 0,5Q^2 - 10Q - 100) = 0,85(1,5Q^2 - 100) = 1,275Q^2 - 85$
 очевидно, $P_1 < P_2$, т.к. $0,44Q^2 - 0,6Q - 100 < 1,275Q^2 - 85$ (т.к. $0,44Q^2 < 1,275Q^2$; $-0,6Q < 0$; $-100 < -85$)
 т.е. при 1-м варианте прибыль за вычетом налогов будет больше \Rightarrow фермеры выберут 1-й вид налога.
 4. $Q_d = 7000 - 100P = 7000 - 100 \cdot 20 = 5000$; $P = MC = Q + 10 = 20 \Rightarrow Q = 10 \Rightarrow Q_{\text{пл}} = 10 \cdot 200 = 2000$
 $Q_d - Q_s = 5000 - 2000 = 3000$ - дефицит (т.к. мировая цена ниже цены на внутреннем рынке, то покупатели будут покупать пледы по более низкой мировой цене)
 $I_m = 3000$ (шт.)
 5. т.к. $t = 2$, то $P = P + 2 = 22$ (£) (цена увелич. на размер пошлины); $Q_s(22) = 7000 - 100 \cdot 22 = 4800$
 $P = 22 = Q + 10$ (из п. 1) $\Rightarrow Q = 12 \Rightarrow Q_{\text{пл}} = 12 \cdot 200 = 2400$ (произв. страна будет про-ть пледы по ~~более~~ цене, чем покупатели платили); $Q_s - Q_d = 4800 - 2400 = 2400 = I_m$
 $T = t \cdot I_m = 2 \cdot 2400 = 4800$ (£).
 Ответ: 1) 8000 шт. 2) 30 £. 3) 1-й вид. 4) 3000 шт. 5) 4800 £

Задача 2. В Шотландии функционируют 10 фирм, которые производят мужские юбки килты, с равными долями в общем объеме продаж. Для оценки уровня монопольной власти на рынке используют индекс Херфиндаля-Хиршмана.

- Какова будет величина индекса, если 2 фирмы отрасли объединятся в одну?
- Сколько фирм могут объединиться в одну, если Федеральная антимонопольная служба запрещает объединение фирм в ситуации, когда, в результате объединения, значение индекса превысит 1800?

1. тогда: 8 фирм по 10%, 1 фирма по 20%. $I = 9 \cdot 10^2 + 20^2 = 1300$
2. пусть объединяются n фирм, тогда их доля 10n%, остается (10-n) фирм по 10%.
 $I \leq 1800$; $I = (10-n) \cdot 10^2 + (10n)^2 \leq 1800$
 $1000 - 100n + 100n^2 - 1800 \leq 0$
 $100n^2 - 100n - 800 \leq 0$
 $n^2 - n - 8 \leq 0$

$n^2 - n - 8 = 0$
 $n_1 = \frac{1 - \sqrt{33}}{2} \approx -2,4$
 $n_2 = \frac{1 + \sqrt{33}}{2} \approx 3,4$
 $n \in [\frac{1 - \sqrt{33}}{2}, \frac{1 + \sqrt{33}}{2}]$ значит $n \in \mathbb{Z}$ (по чис. яз. n - кол-во фирм; $n \in \mathbb{Z}$): $n = 3$
т.е. могут объединиться не более 3-х фирм

Ответ: ① 1300 ② могут объединиться не более 3-х фирм (1, 2 или 3)

Задача 3. Для проведения финансовых вычислений главный бухгалтер фирмы по продаже шерстяных изделий «Барбери» Елизавета Эдуардовна пользовалась имеющимся у неё калькулятором. При этом в расчётах использовались четыре арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Но когда пришлось проводить расчёты в очередной раз, оказалось, что кнопка $\frac{1}{x}$, позволяющая

производить деление, сломалась; также, выяснилось, что не работает кнопка $\frac{1}{x}$ (позволяющая находить обратное число), и кнопки \lg и \ln (это — все кнопки калькулятора, позволяющие вычислять логарифмы).

Можно ли, используя работающие кнопки, среди которых есть $\sqrt{}$, $\sqrt[n]{}$, \sin , \cos , \tan , \cot , \arcsin , \arccos , \arctg , произвести необходимые финансовые вычисления? (Приведите решение задачи и дайте ответ).

Задача 4. Два партнёра, Андрей и Василий, начинают совместный бизнес. Через некоторое время дела начинают идти неважно, скоро для финансового оздоровления фирмы возникнет потребность в кредите, и Андрей начинает подозревать Василия в нехороших махинациях у него за спиной. Василий, по его мнению, то ли преступно присваивает часть прибыли (условно назовём данную позицию "ВОР"), то ли интригует с целью завоевать руководящие позиции в фирме ("ИНТРИГАН"), то ли просто предпочитает имитацию деятельности настоящей работе ("ЛОДЫРЬ"). Впрочем, не исключено, что все эти подозрения абсолютно беспочвенны, а проблемы фирмы лежат в совершенно иной плоскости ("ЖЕРТВА"). Тем не менее, Андрей обдумывает свои действия, которые могут подразумевать либо глобальную проверку финансовой документации фирмы (условно назовём данную стратегию "РЕВИЗИЯ"), что позволит вывести на чистую воду вора, либо попытку, в свою очередь, вытеснить подозрительного партнёра из бизнеса ("ЛИДЕР"), если он лодырь или интриган, либо, наконец, отказаться от своих подозрений и позволить событиям идти своим чередом ("ДОВЕРИЕ"). При этом итоговая сумма необходимого кредита напрямую будет зависеть от результата действий обоих партнёров (так, если Василий окажется вором, то, в отсутствие адекватного контроля своих действий, он может, в конце концов, просто исчезнуть с кассой предприятия).

В таблицах ниже (эта информация известна и Андрею, и Василию, при этом Василий также выбирает свою линию поведения в условиях подозрений Андрея) указаны выигрыши и проигрыши партнёров (в сотнях тысяч рублей). Андрей борется за выживание фирмы и стремится минимизировать сумму необходимого кредита. Соответственно, в левой таблице представлена эта сумма в зависимости от той или иной ситуации. В правой таблице приводится увеличение/падение доходов Василия (так, если Василий невиновен, а Андрей вытесняет его из бизнеса, Василий теряет 5 млн. руб., а если Василий - вор, которому Андрей доверяет, Василий дополнительно получает 10 млн. руб.).

АНДРЕЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА	ВАСИЛИЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	10	55	300	2	РЕВИЗИЯ	-100	10	-10	5
ЛИДЕР	700	60	100	3	ЛИДЕР	10	-100	5	-50
ДОВЕРИЕ	800	500	200	5	ДОВЕРИЕ	100	30	50	10

Вопрос I: какие стратегии будут использовать партнёры в борьбе за будущее фирмы и своё собственное (в предположении о том, что они не могут выбрать сразу несколько)?

Вопрос II: какой в итоге будет сумма кредита?

I. Если Василий - вор, то Андрей должен использовать ревизию (т.к. тогда сумма кредита минимальна из всех возможных стратегий), если Вас. - интриган, то в любом случае лучше выбрать ревизию. Зная это, Василий будет лодырем, т.к. это даст ему наибольший доход из 4-ех возможных вариантов поведения с другой стороны, при Андрее - лидере или "доверии" Василий должен быть вором (наим. доход в соответствующих строках), а при "ревизии" Андрей Василий лучше будет лодырем. Т.е. Василий, скорее всего, будет лодырем. Зная это, Андрей предпочтет "ревизию" (наим. сумма кредита в столбце "вр"). Однако Василий уже знает, что Андрей выберет ревизию, поэтому Вас. будет лодырем.
т.е. стратегии: Андрей - ревизия, Василий - лодырь

II. сумма кредита (вычислена прямоугольником) равна $55 \cdot 100\,000 \text{ руб.} = 5\,500\,000 \text{ руб.}$

Ответ: I Андрей - ревизия, Василий - лодырь
II 5 500 000 руб. - сумма кредита

