

**Задача 5.** Функция спроса на биржевой товар X в стране Лакмар описывается следующей зависимостью:  $Q_D = 1600 - 40P$ , а функция предложения лакмаровских производителей товара X (они же продавцы этого товара) имеет вид  $Q_S = -800 + 40P$ , где:

Q – количество товара X в млн. штук.

P – цена товара X в аголах (агол – лакмарийская денежная единица).

Известно, что цена товара X на мировом рынке равна 4 кнату (товар X производится и в других странах). Лакмар открытая страна, поэтому у нее отсутствуют барьеры в международной торговле. Особенностью товара X является то, что при его перемещении транспортными и иными затратами, связанными с его перемещением, можно пренебречь.

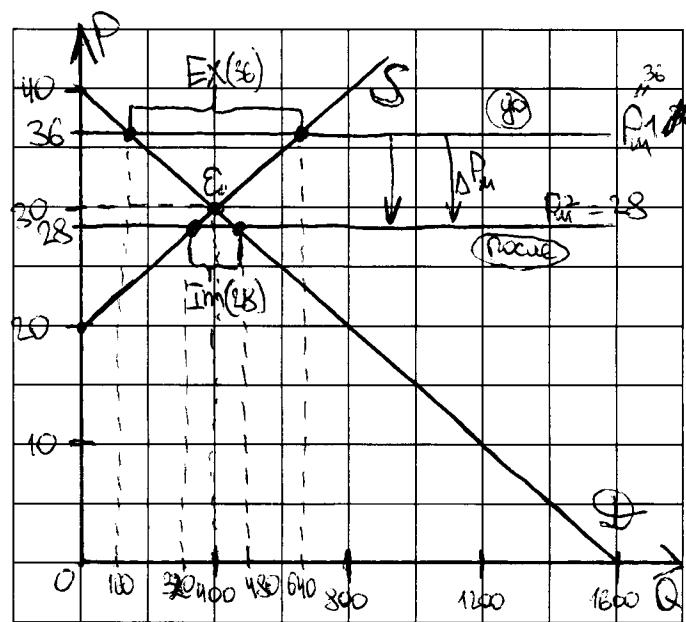
В конце 2018 года курс агола к кнату составлял 9 аголов за один кнат. Однако с наступлением 2019 года конъюнктура валютного рынка изменилась и курс агола составил 7 аголов за один кнат. При этом спрос на товар X покупателей в Лакмаре и его предложение лакмаровскими производителями остались прежними. Мировая цена товара X, выраженная в кнатах, также не изменилась.

**Задания:**

A) Определить величину импорта (или экспорта) товара X до и после изменения курса агола к кнату.

B) Отобразить ситуацию на рынке товара X в Лакмаре до и после изменения курса агола к кнату при помощи графиков функций спроса и предложения.

C) Вычислить изменение выигрыша покупателей на рынке Лакмаря товара X, вызванное изменением курса агола к кнату.



$$Q_d = 1600 - 40P, 0 \leq P \leq 40$$

$$Q_s = -800 + 40P, P \geq 0$$

$$P_m = 4(k) \quad \text{Курс} \quad 2018: A = 9k \\ \text{Рынок} \quad 2019: A = 7k \\ \text{агола, к-кнаты}$$

Мировая цена в стране Лакмар:

$$2018: P_m = 4(k) = 4 \cdot 9 (A) = 36 (A)$$

$$2019: P_m = 4(k) = 4 \cdot 7 (A) = 28 (A)$$

A] До изменения курса: (все цены в аголах)

$$Q_d(36) = 1600 - 40 \cdot 36 = 160 \text{ млн. шт. X}$$

$$Q_s(36) = -800 + 40 \cdot 36 = 640 \text{ млн. шт. X}$$

При  $P=36$  цена на рынке остается товар X разнодорож.  $Q_s - Q_d = 640 - 160 = 480$  млн. шт. X экспортируется из страны на мировой рынок X:  $Ex = 480$  млн. шт. X

После изменения курса:  $P_m = 28$  (A)

$$Q_d(28) = 1600 - 40 \cdot 28 = 480 \Rightarrow I_m = Q_d(28) - Q_s(28) = 480 - 320 = 160 \text{ млн. шт. X}$$

$$Q_s(28) = 320 \leftarrow \text{мин. шт. X}$$

Ответ: До изменения курса величина экспорта X: 480 млн. шт. После изменения величина импорта рынка 160 млн. шт. товара X.

B] Расчеты для построения графика: ①  $Q_d(36) = 160 \quad Q_s(36) = 640$  | все в аголах  
②  $Q_d(28) = 480 \quad Q_s(28) = 320$  | мин. шт. X

C] Внешний покупатель до изменения курса  $CS_1 = \frac{1}{2} \cdot (10 - 36) \cdot 160 = 320$

Система предложений – трехугольник с вершинами в T<sub>0</sub>(0; 40), (0; 36), (160; 36)

$$CS_2 = \frac{1}{2} (10 - 28) \cdot 480 = 12 \cdot 240 = 2880$$

$$\Delta CS = CS_2 - CS_1 = 2880 - 320 = 2560$$

Ответ: Импорт, выигрыш покупателей составляет 2560 аголов.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА  
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2018–2019

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Пермь

Дата 17.03.2019

ВАРИАНТ 9

**Задача 1.** Производством фаянсовых и фарфоровых тарелок в Великобритании занимаются 100 одинаковых фирм, издержки каждой из которых можно описать уравнением  $TC = Q^2 + 10 \cdot Q + 50$ , где Q – количество произведенной продукции, в шт.

- Сколько продукции будет предложено на рынке, если цена установится на уровне  $P=40$  £ за шт.?
- Если спрос на продукцию можно описать уравнением  $Q=2500 - 50 \cdot P$ , то какой будет равновесная цена рынка P?
- Пусть государство предлагает фермерам упрощенную систему налогообложения одного из двух следующих видов: или налог на выручку в размере 6% или налог на прибыль в размере 15%. Какой вид налога выберут фермеры?
- В страну завозят импортную продукцию по цене  $P=20$  £. Какое количество импорта может быть поглощено рынком при спросе  $Q=7000 - 100 \cdot P$ ?
- Если государство для защиты местных производителей введет пошлину на импорт в размере  $t=2$  £ на шт., какая будет величина налоговых поступлений T от импорта?

1.  $N=100$  фирмы на рынке (одинаковые)  $\Rightarrow$  рынок совершенной конкуренции.

$$TC_i = q_i^2 + 10q_i + 50$$

$$MC_i = TC'(q_i) = 2q_i + 10$$

$$P_s = MC_p = 2q_s + 10$$

$$q_s = \frac{1}{2}P - 5$$

$$Q_{P_m} = 100 \cdot q_s = 50P - 500$$

$$Q_s(40) = 50 \cdot 40 - 500 = 1500 \text{ шт.}$$

$$q_i = \frac{1500}{100} = 15 \text{ шт.}$$

Ответ: На рынке будет предложено

Функция предложения себ. конк. фирм  $P_s(Q) = MC$ .

Выше  $\min AUC$ ;  $AUC = \frac{TC - FC}{Q} = \frac{q_i^2 + 10q_i}{q_i} = q_i + 10$

$$\min AUC = AUC(0) = 10$$

Способ 1:

$$\Pi_i = P \cdot q_i - q_i^2 - 10q_i - 50 \rightarrow \max q_i \geq 0$$

$$\Pi_i(q_i) \text{ макс. в точке } q_i^* \text{ при } q_i^* = \frac{P-10}{2} = \frac{1}{2}P - 5$$

$$Q_{P_m} = 100 \cdot q_i^* = 50P - 500$$

$$Q_s(40) = 1500$$

Способ 2:

$$\Pi_i = P \cdot q_i - q_i^2 - 10q_i - 50 \rightarrow \max q_i \geq 0$$

$$\Pi_i(q_i) \text{ макс. в точке } q_i^* \text{ при } q_i^* = \frac{P-10}{2} = \frac{1}{2}P - 5$$

$$Q_{P_m} = 100 \cdot q_i^* = 50P - 500$$

$$Q_s(40) = 1500$$

всего 1500 шт. тарелок (по 150 фирм)

2.  $Q_d = 2500 - 50P$

$$\text{Равн. Равновесие } Q_d = Q_s : 2500 - 50P = 50P - 500$$

$$P = 30 \text{ фунт}$$

$$Q = 2500 - 1500 = 1000$$

по 10 шт. от каждой фирмы

**Задача 2.** В отрасли функционируют 50 фирм, которые производят литья чугунные фигурки для сада, с равными долями в общем объеме продаж. Для оценки уровня монопольной власти на рынке используют индекс Херфиндаля-Хиршмана.

1. Какова будет величина индекса, если 10 фирм отрасли объединятся в одну?
2. Сколько фирм могут объединиться в одну, если Федеральная антимонопольная служба запрещает объединение фирм в ситуации, когда, в результате объединения, значение индекса превысит 1000?

$$\frac{100\%}{50} = 2\% \text{ - доля каждой из } 50 \text{ фирм.}$$

$$\text{Индекс } I_{HH} = \underbrace{(10 \cdot 2)^2}_{\text{доля 10ти фирм}} + \underbrace{(50-10) \cdot 2^2}_{\text{доля 40ти фирм}} = 400 + 160 = 560$$

В общем виде  $I_{HH} = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + \dots + q_n^2$ , где  $q_i$  - доля фирм  $i$  в общем объеме продаж.

2. Пусть ~~объединились~~  $x$  фирм. Тогда ~~не объединились~~  $(50-x)$  фирм. Индекс:

$$I_{HH} = (x \cdot 2)^2 + (50-x) \cdot 2^2; \text{ по условию } I_{HH} \leq 1000.$$

$$4x^2 + 4(50-x)^2 \leq 1000$$

$$x_1 = 13,65 \text{ (пост квадр., } x \geq 0)$$

$$x_2 = 14,67 \text{ (Проверка: } I_{HH}(14) = 328; I_{HH}(15) = 1040 > 1000)$$

Ответ: в одну могут объединиться не более 14 фирм.

**Задача 3.** Для проведения финансовых вычислений главный бухгалтер фирмы по производству театральных занавесей «Замной» Виталина Романовна пользовалась имеющимся у неё калькулятором. При этом для вычислений достаточно было производить четыре арифметических действия (сложение, вычитание, умножение и деление). При этом в расчётах использовались четыре арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Но когда пришлось проводить расчёты в очередной раз, оказалось, что кнопка  $\sqrt{x}$ , позволяющая производить деление, сломалась; также, выяснилось, что не

работает кнопка  $\frac{1}{x}$  (позволяющая находить обратное число), и кнопки  $\sqrt[n]{x}$  и  $\sqrt[x]{y}$  (это — все кнопки калькулятора, позволяющие вычислять логарифмы).

Можно ли, используя работающие кнопки, среди которых есть кнопки  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{ctg}$ ,  $\operatorname{arc sin}$ ,  $\operatorname{arc ctg}$ , произвести необходимые финансовые вычисления? (Приведите решение задачи и дайте ответ)

Для выполнения необходимых фин. ~~исчислений~~ ~~исчислений~~ из которых все еще доступны три действия ( $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ) следует, получившие только деление.

Также необходимо найти частное  $\frac{a}{b}$ :

**Задача 4.** Два партнёра, Андрей и Василий, начинают совместный бизнес. Через некоторое время дела начинают идти неважно, скоро для финансового оздоровления фирмы возникнет потребность в кредите, и Андрей начинает подозревать Василия в нехороших махинациях у него за спиной. Василий, по его мнению, то ли преступно присваивает часть прибыли (условно назовём данную позицию "ВОР"), то ли интригует с целью завоевать руководящие позиции в фирме ("ИНТРИГАН"), то ли просто предпочитает имитацию деятельности настоящей работы ("ЛОДЫРЬ"). Впрочем, не исключено, что все эти подозрения абсолютно беспочвенны, а проблемы фирмы лежат в совершенно иной плоскости ("ЖЕРТВА"). Тем не менее, Андрей обдумывает свои действия, которые могут подразумевать либо глобальную проверку финансовой документации фирмы (условно назовём данную стратегию "РЕВИЗИЯ"), что позволит вывести на чистую воду вора, либо попытку, в свою очередь, вытеснить подозрительного партнёра из бизнеса ("ЛИДЕР"), если он лодырь или интриган, либо, наконец, отказаться от своих подозрений и позволить событиям идти своим чередом ("ДОВЕРИЕ"). При этом итоговая сумма необходимого кредита напрямую будет зависеть от результата действий обоих партнёров (так, если Василий окажется вором, то, в отсутствие адекватного контроля своих действий, он может, в конце концов, просто исчезнуть с кассой предприятия).

В таблицах ниже (эта информация известна и Андрею, и Василию, при этом Василий также выбирает свою линию поведения в условиях подозрений Андрея) указаны выигрыши и проигрыши партнёров (в сотнях тысяч рублей). Андрей борется за выживание фирмы и стремится минимизировать сумму необходимого кредита. Соответственно, в левой таблице представлена эта сумма в зависимости от той или иной ситуации. В правой таблице приводится увеличение/падение доходов Василия (так, если Василий невиновен, а Андрей вытесняет его из бизнеса, Василий теряет 5 млн. руб., а если Василий — вор, которому Андрей доверяет, Василий дополнительно получает 10 млн. руб.).

АНДРЕЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	10	55	500	5
ЛИДЕР	600	60	100	3
ДОВЕРИЕ	900	500	200	1

ВАСИЛИЙ	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
РЕВИЗИЯ	-100	10	-10	5
ЛИДЕР	10	-100	5	-50
ДОВЕРИЕ	100	30	50	10

Вопрос I: какие стратегии будут использовать партнёры в борьбе за будущее фирмы и своё собственное (в предположении о том, что они не могут выбрать сразу несколько)?

Вопрос II: какой в итоге будет сумма кредита?

- Зададим матрицу, показывающую величину кредита и выигрыши Василия в зависимости от выбранной им стратегии:

	ВОР	ЛОДЫРЬ	ИНТРИГАН	ЖЕРТВА
Ревизия	10 ; -100	55 ; 10	500 ; -10	5 ; 5
Лидер	600 ; 10	60 ; -100	100 ; 5	3 ; -50
Доверие	900 ; 100	500 ; 30	200 ; 50	1 ; 10

$(X, Y)$   
Х - величина кредита к-го минимизируется Андрей,  $(Y, X)$  - величина выигрыша Василия, к-го он максимизирует, борясь за своё собств. будущее.

В теории игр равновесием по Нэшу называется такой исход игры, в котором ни один из игроков не в состоянии извлечь свою выигрыш при фиксированных стратегиях других игроков. Но определение равновесия Нэша в этой задаче единственно:  $(55, 10)$  — не является равновесием, так как Василий, так и Андрей не имеют времени или не умеют суммировать кредиты, пытаясь свою стратегию при изменении стратегии другого ~~одного~~ партнера. В других случаях как минимум один из них может улучшить свое благосостояние, изменяя свою стратегию. Таким образом, Василий всегда будет менять поведение и Лидер, а Андрей предпочтет "Ревизию", минимизируя величину кредита, к-го составляет 55 сотен тыс. руб.

Отв. Стратегии: Василий - "Лидер", Андрей - стратегия "Ревизия", величина кредита - 55000

Задача 1.

# ЧУСТОВИК

3. Підсумок розрахунку на багато:  $\Pi_1 = 0,94 \cdot TR - TC = 0,94 \cdot P \cdot q_i - q_i^2 - 10q_i - 50$

Підсумок багаторазової розрахунку:  $\Pi_2 = 0,85 \cdot TR_0 = 0,85 \cdot P \cdot q_i - 0,85q_i^2 - 8,5q_i - 85,5$

Розглядаємо функцію залежності  $P=30$ ;  $q_i=10$

$$\Pi_1 = 34,3 - 250 = 32$$

$$q_i = 4,2 \text{,}$$

$$\Pi_2 > \Pi_1$$

$q_i > 32$  |  $\Rightarrow$  багаторазовий розрахунок - якщо використовувати

4.  $P_m = 20 \quad Q_d = 7000 - 100P$

$$Q_s = 50P - 500 \quad (\text{з } \text{т.} \text{a})$$

Наочний вибір  $I_m$  (нормальний) єм  $P_m$ :

$$I_m = Q_d(P_m) - Q_s(P_m) = 7000 - 100P_m - 50P_m + 500 = 7500 - 150P_m$$

$$P_m = 20 \quad I_m(20) = 7500 - 150 \cdot 20 = 4600 \text{ єм. метод}$$

Однак, навколо цієї величини існує поганою відповідь нормальне 4500 та погане

5. Розглядаємо на нормальному функціональному вибір  $I_m$  з функцією споживання

$$P_m = 20 + t = 20 + 2 = 22$$

$$I_m(22) = 7500 - 150 \cdot 22 = 4200 \text{ єм. метод}$$

Фактична функція:  $TAK = t \cdot I_m = 2 \cdot 4200 = 8400 \text{ грн. ед.}$

Однак: навколо цієї величини є великі відхилення від нормального значення 8500 грн. ед.

3. Типовий варіант на багаторазовий відображеній функції  $\Pi_1 = 0,94P - q_i^2 - 10q_i - 50 \Rightarrow q_i^* = 0,47P - 5$

$$\Pi_1(q_i) - \text{надій. багаторазовий варіант на багаторазовий}$$

$\Pi_1(q_i)$  - надій. багаторазовий варіант на багаторазовий:

$$q_i^* = \frac{0,94P - 10}{2} = 0,47P - 5$$

$$Q_s = 47P - 500$$

$$\text{Рівноважне } Q_d = Q_s : 47P - 500 = 2500 - 50P \Rightarrow 97P = 3000$$

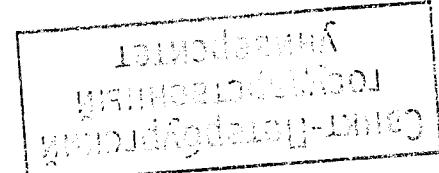
$$P = 30,3 \quad q_i^* = 3,5 \quad \Pi_1 = 40,69$$

Найдовший прибуток не залежить від кількості альтернативної функції  $\Pi_1$ .

$$\Pi_2 = 0,85(30 \cdot 10 - 10^2 - 10 \cdot 10 - 50) = 42,5$$

$$\Pi_2 > \Pi_1$$

$42,5 > 40,69$  |  $\Rightarrow$  функція багаторазового прибутку більша за функцію



УТВЕРЖДАЮ:

Председатель Апелляционной комиссии

*Ульянова Татьяна А.Н.*

ПРОТОКОЛ

рассмотрения апелляции участника Олимпиады школьников  
Санкт-Петербургского государственного университета

г. Санкт-Петербург

№ 15-ЭК

«5» апреля 2019 г.

Апелляционная комиссия в составе:

1. *Протасов А.Р.*
2. *Алешин А.С.*
3. *Смирнов Р.О.*
4. \_\_\_\_\_
5. \_\_\_\_\_

рассмотрела апелляционное заявление участника Олимпиады школьников СПбГУ:

ФИО: *Морозова Егора Андреевича*

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады: *Экология*

Количество набранных баллов до апелляции: *65*

По результатам рассмотрения апелляционного заявления участника Олимпиады, Апелляционная комиссия приняла следующее решение:

*Задача 1. Пересмотрена. Из 5-ти пунктов решения уравнено 3 пункта. За задачу выставлено 15 баллов.*

*Задача 5. Пересмотрена. Все пункты решения уравнены. За задачу выставлено 25 баллов.*

*Берекет легализ от судьи будет.  
Все условия задач хорошо выполнены.*

Количество набранных баллов после апелляции:

**75**

Подписи членов Апелляционной комиссии:

*Ульянова Татьяна А.Н.  
Алешин А.С.  
Смирнов Р.О.*

С решением Апелляционной комиссии ознакомлен(а)

(ФИО и подпись участника)

(дата)