



2

2809

70

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ
2018–2019**

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

СОВРЕМЕННЫЙ МЕНЕДЖЕР

Город, в котором проводится Санкт-Петербург

Дата 16.03.2019

.....

ВАРИАНТ 5

МАТЕМАТИКА (СОВРЕМЕННЫЙ МЕНЕДЖЕР)

Для каждой из сформулированных задач приведите полное ее решение и запишите ответ.

1. (6 баллов) Найдите сумму корней уравнения

$$(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 24$$

2. (6 баллов) Сколько корней имеет уравнение $\cos(\pi/(x + 2)) = \sin(\pi x)$ на промежутке $[0; 10]$?

3. (6 баллов) Найдите наибольшее значение функции

$$f(x, y) = \frac{x\sqrt{y-2} + y\sqrt{x-2}}{x^2 + y^2}$$

4. (8 баллов) В параллелограмме одна из диагоналей равна боковой стороне и равна 4, а другая диагональ является биссектрисой двух углов параллелограмма. Найдите его площадь.

5. (8 баллов) В кубе $ABCD A'B'C'D'$ точка P лежит на ребре $B'C'$ и при этом $B'P:PC' = 1:2$. Через точки B, D и P проведена плоскость. В каком отношении она делит объем куба?

Решения заданий:

1. ~~Найти сумму~~ При перемножении множителей y получим ~~равенство~~ по условию, произведение равно 24. При этом множители отличаются на 1 (т.к. первое слагаемое каждого множителя одинаково, а второе образует арифм. прогрессию с разностью 1).
Возможны следующие решения:

Математика (страница для решений - 2):

$$(0+1) \cdot (0+2) \cdot (0+3) \cdot (0+4) = 24, \quad x=0$$

~~Другие решения невозможны, т.к. при увеличении x какой-то из множителей будет отрицательным.~~

При уменьшении x так, что $x \in [-4; 0)$, один из множителей будет равен нулю, и какой-то из x также будет равен 0.

Второе возможное решение:

$$(-5+1) \cdot (-5+2) \cdot (-5+3) \cdot (-5+4) = 24, \quad x=-5$$

Другие решения невозможны, т.к. при $x > 0$ произведение будет больше 24 (увеличиваются множители - увелич. произв.), при $x < -5$ - аналогично.

Ответ: -5.

$$2. \cos\left(\frac{\pi}{x+2}\right) = \sin(\pi x) \quad \text{⊕ } x \neq -2$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{x+2}\right) = \cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\frac{\pi}{x+2} = \pi x - \frac{\pi}{2}$$

$$\pi = (\pi x - \frac{\pi}{2})(x+2)$$

$$2\pi - x^2\pi - 2\pi x + \frac{\pi}{2} = 0 \quad | : \pi$$

$$2 - x^2 - 2x + \frac{x}{2} = 0$$

$$-2x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{-4}$$

$$\frac{3 - \sqrt{41}}{-4} \in [0; 10]; \quad \frac{3 + \sqrt{41}}{-4} < 0, \quad \text{не принадлежит } [0; 10]$$

Ответ: 1 корень.

9. Дано: $ABCPA'B'C'D'$ - куб; $B'P: P'C = 1:2$;

Найти:

В каком углу и т. (PBD) лежит отрезок куба

Task 3

For each question 1-2, mark one letter.

1. In the text, the word in bold 'launched' is closest in meaning to:

- (A) started
- (B) agreed
- (C) completed
- (D) outlined

2. According to paragraph 7, sustainable development measures taken in Sri Lanka and Philippines resulted in the following EXCEPT:

- (A) people are given better security
- (B) people earn more money than they used to
- (C) trading zones for groceries appeared
- (D) newly produced cars give off less fumes

