

VL163

КИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Ш:



70

2210

1	2	3	4	5	6	сумма
4	4	0	1	2	3	14

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ
2018–2019**

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады **МАТЕМАТИКА (6–7 КЛАССЫ)**Город, в котором проводится Олимпиада ЯкутскДата 16.03.2019

* * * * *

6–7 КЛАСС. ВТОРОЙ ВАРИАНТ

1. Таня расставляет в клетках листа бумаги последовательные натуральные числа, двигаясь по спирали так, как показано на рисунке. Какое число будет написано в клетке слева от числа 2031?

10	9	8	7
11	2	1	6
12	3	4	5
13	14		

2. Говоря о собранных грибах, каждый грибник называет большее их количество, чем на самом деле. При этом все грибники число чужих грибов завышают не более чем в 3 раза, а число своих грибов — не менее чем в 8 раз. Беседуют два грибника А и Б.

А. Я вчера собрал в лесу 215 белых грибов.

Б. Да в этом лесу больше 60 грибов расти вообще не может.

А. После дождей грибы так растут. 214 белых я точно собрал!

Б. Гриб, может, и растёт, но больше 61 гриба там собрать невозможно.

А. Я собрал 213 грибов!

Б. Нет. Не больше 62.

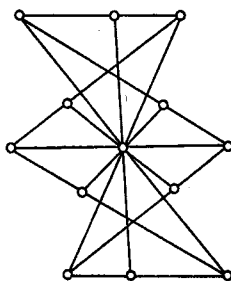
Какое наибольшее число реплик может содержать такая беседа и какое количество грибов будет упомянуто в последней реплике? (Оба собеседника знают, сколько грибов собрал А на самом деле).

3. В остроугольном треугольнике BCD на стороне BD взяты точки G и F (точка G лежит на отрезке BF), при этом $BG = DF$, $GF < BG$. Точка E — основание перпендикуляра, опущенного из точки F на сторону BC , L — основание перпендикуляра, опущенного из точки G на сторону CD . Докажите, что $EF + GL > 2FG$.
4. При сложении двух чисел в столбик Костя сначала складывает цифры, не делая переносов, но запоминает, в каких разрядах они возникли. Затем он прибавляет переносы к результату. При этом иногда по ошибке он вместо прибавления переносимой единицы к соседнему старшему разряду вычитает единицу из соседнего младшего разряда. Такую ошибку Костя может сделать, только если в младшем разряде стоит не 0. Так, в примере справа разряды, где есть перенос, помечены звездочками. Перенос единицы из разряда единиц Костя сделал правильно, а перенос единицы из разряда десятков — неправильно (он не прибавил переносимую единицу к разряду сотен, а вычел ее из разряда единиц).

$$\begin{array}{r}
 1 \ 9 \ 5 \\
 2 \ 7 \ 6 \\
 \hline
 3 \ 6 \ 1 \\
 \quad * \ * \\
 \hline
 3 \ 7 \ 0
 \end{array}$$

Как-то раз Костя подсчитал сумму всех трехзначных чисел от 300 до 500 включительно. Мог ли он получить ответ 70 000?

5. В кружочках выписаны числа от 5 до 17 так, что сумма чисел на любом отрезке, содержащем 3 кружочка, одна и та же. Какое число стоит в центральном кружочке?

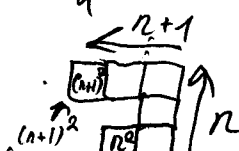


6. Вдоль длинной улицы стоит 150 фонарей. Каждый фонарь светит определенным цветом, причем цвета фонарей могут повторяться. Известно, что на любом отрезке улицы, где есть хотя бы один фонарь, найдется фонарь «уникального» цвета (то есть цвета, который у других фонарей на этом отрезке не встречается). Какое наименьшее число цветов фонарей может быть на этой улице?

1. нечетные квадраты



четные квадраты



К этому квадрату четный

Самый близкий к числу 2031 квадрат это $45^2 (2025)$

2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------



Ответ: 2216

2.

x - число грибов у А.

Γ_A - кол-во реплик А

Γ_B - кол-во реплик Б

Γ - кол-во реплик А и Б. Нужно найти самый большой Γ

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_A &= 216 - 8x \\ \Gamma_B &= 3x - 59 \end{aligned} \right\} \min \cdot 2 = \Gamma$$

$20 < x < 27 \leftarrow$ А сказал 215, значит у А меньше 27 грибов.

Б сказал 60, значит у А больше 20 грибов

При $x=21$:	При $x=22$:	При $x=23$:	При $x=24$:	При $x=25$:	При $x=26$:
$\Gamma_A = 48$ $\Gamma_B = 4$	$\Gamma_A = 40$ $\Gamma_B = 7$	$\Gamma_A = 32$ $\Gamma_B = 10$	$\Gamma_A = 24$ $\Gamma_B = 13$	$\Gamma_A = 16$ $\Gamma_B = 16$	$\Gamma_A = 8$ $\Gamma_B = 19$
$\Gamma = 8$	$\Gamma = 14$	$\Gamma = 20$	$\Gamma = 26$	$\Gamma = 32$ max Γ	$\Gamma = 16$

Ответ: 32 реплики

5.

К центральному кругу относится 6 сумм, т.е. 6 сумм всех 6-ти троек одинаковы и одно слагаемое у всех одинаково. Значит суммы 6 пар одинаковы. Т.к. все числа от 1 до 17, то целесообразнее всего будет поставить центральное число 11.

Ответ: 11

6.

Первый цвет - ①

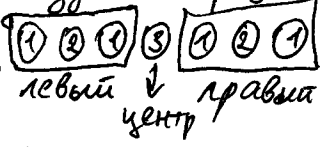
Пойдём поочерёдно по фонарям:



Так возможно сделать благодаря центральному числу.

Возьмём

Разделим отрезок на три зоны



Если мы будем отрезать только в левой или только в правой части, то все нормально.

Если же мы возьмём отрезок из обеих частей, то только центр будет уникальным

$2^3 - 1 = 7$ кол-во цветов
длина макс. отрезка

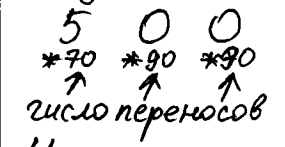
$2^7 - 1 = 127$

$2^8 - 1 = 255$

Ответ: 8

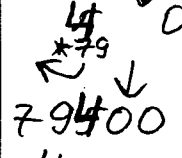
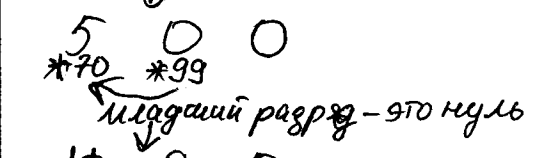
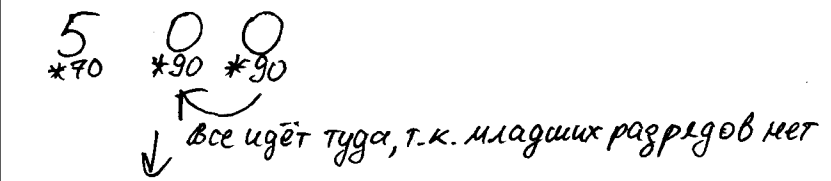
4.

Полузаем вот это:



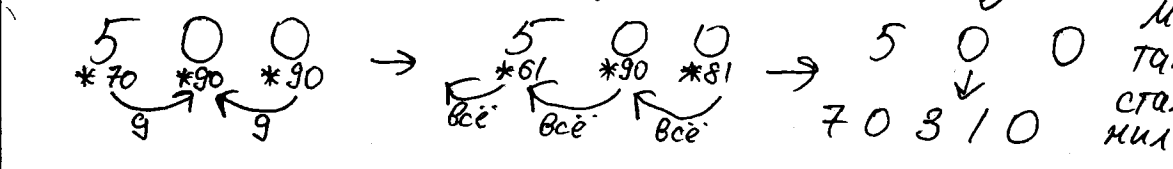
Максимум, что мы получим:

79400



Можно получить

70310



Проблема во втором разряде, мы не сможем сделать так, чтобы третий разряд стал 0, но при этом сохранил 70 переносов