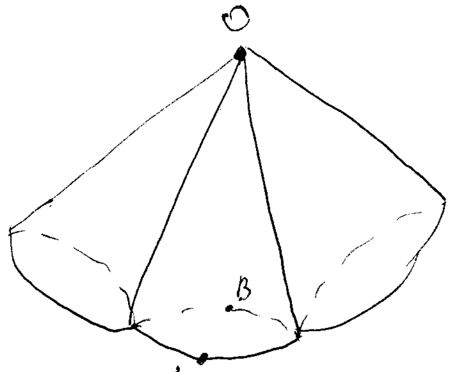
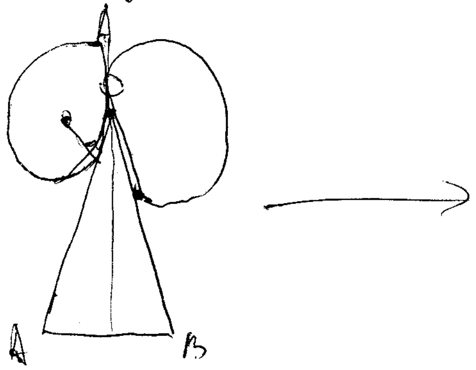
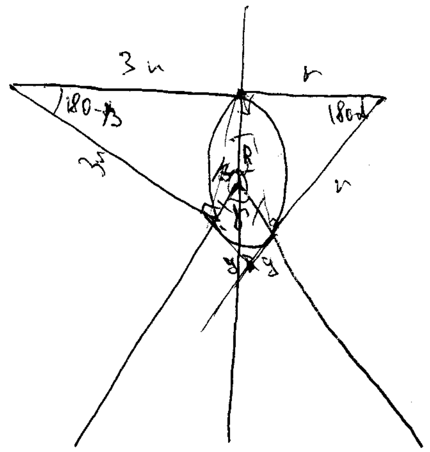
(очевидно, что если будет игра с человеком из противополож-ной группы, то ~~все~~ условие выполнится раньше, если не для этой двойки, так для другой).
Так эти двое сыграют $k-1$ игру
И на $k+1$ игру они точно сыграю с противополож-ной группой и условие выполнится.
Ответ: $k+1$.
№6.



A и B диаметрально противоположные





$$\sqrt{2R^2(1-\cos\alpha)} = \sqrt{2r^2(1+\cos\alpha)} = \cancel{\sqrt{18r^2(1+\cos\alpha)}}$$

$$\frac{R^2}{r^2}=\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha} \qquad \frac{R^2}{9r^2}=\frac{1+\cos\beta}{1-\cos\beta} \qquad \frac{R^2}{y^2}=\frac{1+\cos\gamma}{1-\cos\gamma}$$

+1 лист

Выход: $14^{28}-14^{30}$

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

1	2	3	4	5	6	сумма

8670

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ 2018–2019

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады МАТЕМАТИКА (10–11 КЛАССЫ)

Город, в котором проводится Олимпиада Санкт-Петербург

Дата 24.02.2019

* *

10–11 класс. Второй вариант

1. Имеется 9 черных ладей и n белых. При каком наибольшем n их можно расставить на шахматной доске так, чтобы одноцветные ладьи не били друг друга? Ладья не бьет насквозь через другую фигуру.

2. Даны положительные числа x, y, z. Найдите максимальное значение выражения

$$A=\frac{xyz\,(x+y+z)}{x^4+y^4+z^4}.$$

3. Окружность ω единичного радиуса проходит через вершины B и C треугольника ABC и вторично пересекает его стороны AB и AC в точках K и L соответственно. На лучах BL и CK отмечены соответственно такие точки P и Q, что $BP=AC$ и $CQ=AB$. Найдите расстояние между центрами описанных окружностей треугольников APQ и KBC.

4. Шестнадцатиричная запись квадрата натурального числа x представляет собой два одинаковых соседних блока из n цифр. Может ли n равняться 2023?

5. В однокруговом турнире по настольному теннису участвует $2k$ спортсменов. В каждом туре все участники проводят по одному матчу. Какое наименьшее число туров надо сыграть, чтобы при любом расписании игр обязательно нашлось трое теннисистов, сыгравших друг с другом?

6. Имеется три одинаковых конуса с общей вершиной, касающихся друг друга внешним образом, а также два шара, касающихся внешним образом друг друга и всех конусов. Радиусы шаров относятся как 1 : 3. Найдите угол при вершине конусов. (Углом при вершине конуса называется угол между его образующими в осевом сечении).

№1

		Б					
	Б	ч	Б				
Б	ч	Б	ч		Б		
	Б	ч	Б				
		Б	ч	Б	ч	Б	
		Б	Б	ч	Б	ч	Б
				Б	ч	Б	
					Б		

Очевидно, что для того, чтобы n росло, надо окружать чёрные со всех сторон белыми вплотную и если также невозможно, то как можно ближе.
Так для каждой чёрной есть 4 белых, но доска не бесконечна и учитывая все положения получаем n = 17 (пример выше).
Ответ: 17.

№2

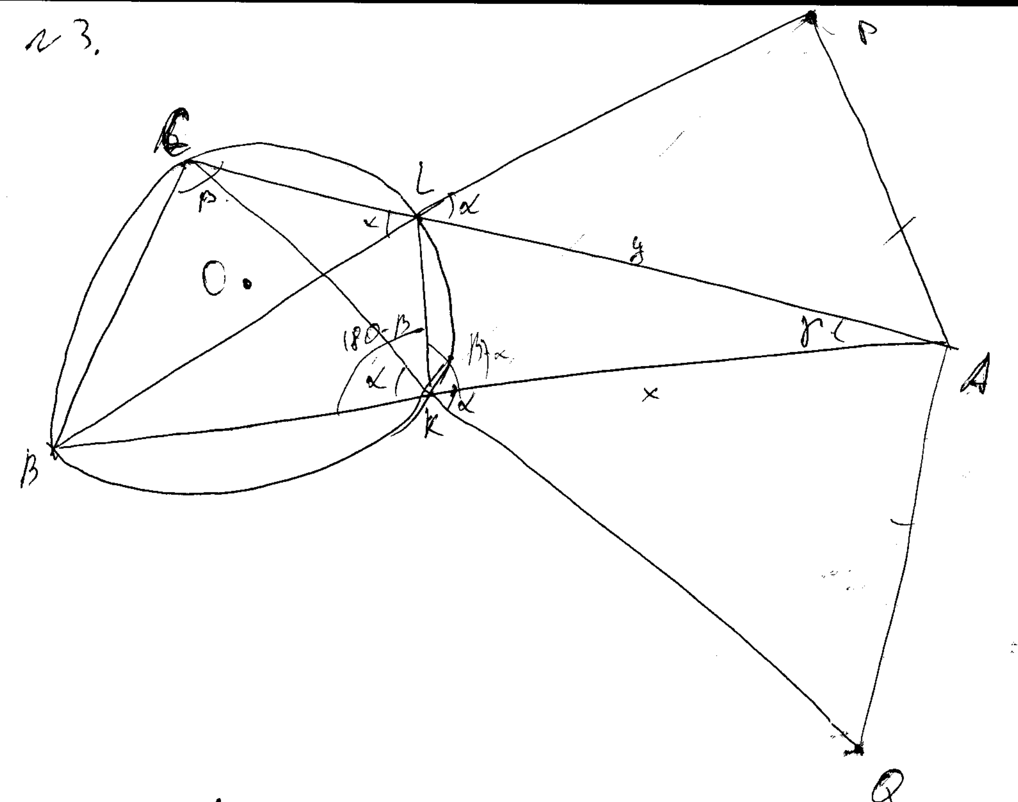
$$A = \frac{xyz(x+y+z)}{x^4+y^4+z^4} \overset{\text{по нер-ву Коши}}{\le} \frac{xyz(x+y+z)}{3(xyz)^{\frac{4}{3}}} = \frac{x+y+z}{3\sqrt[3]{xyz}}$$

Равенство при равенстве аргументов $(x=y=z)$?

$\frac{3x}{3x} = 1$.

Ответ: 1.

№3.



$\triangle AKL \sim \triangle ACB$, коэф подоб $= k$. ($\angle A$ - общий, $\angle K = \angle C$)

$AK = x$, $AL = y$

$AC = kx$, $AB = ky$

По усл. $BP = kx$, $CQ = ky$

$\left.\begin{array}{l} \angle LBK = \angle KCL \\ AC = BP \\ CQ = AB \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle ACQ = \triangle PBA \Rightarrow AP = AQ$

В таком случае в зависимости от длин сторон центр окр., описанной вокруг APQ будет лежать либо в L, либо в K, которые лежат на окружности, описанной вокруг $\triangle BCK$, тогда $\rho = R_{(\triangle BCK)}$.

Ответ: 1.

№4.

Пусть в первом ~~матче~~ круге команды сыграют и ~~...~~ создадутся 2 группы по k человек, в которых каждый человек сыграл только со партнёрами из противоположной команды.
Затем возьмём 2а человека (из разных групп); в худшем случае они будут следить за ними с людьми только из своих групп и не пересекаться