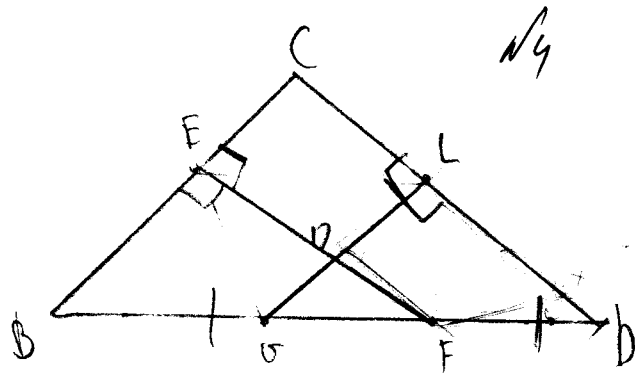


№1

Заметим, что мы можем сделать так, что по условию собираем от 2 до 3 фонарей можно использовать минимум зубьев. Но условию от 4 до 7 зубьев. Но условию от 8 до 15 4 зубья. Дальше заметим, что мы ~~можем~~ можем собрать зубья, только наши обрежем, тогда ~~если~~ если оставим улитку, нам тогда ~~до $2^{x+1}-1$~~ $2^{x+1}-1$ фонарей, мы можем до 1000, а если 2000 правили мы получаем, то ~~тогда~~ тогда составим улитку от 128 до 255 фонарей получится 8 зубьев. 150 входит в этот промежуток \Rightarrow получится 8 зубьев.

Ответ: 8 зубьев

это только оценка!



2

Решение:

- 1) Рассмотрим четырехугольник $BEDF$. $\angle B$ и $\angle F$ — острые $\Rightarrow GL$ и FE перпендикулярны внутри треугольника.
- 2) $FO + LO > FD$ по теореме о перпендикуляре $\Rightarrow BF + FD > 2GF \Rightarrow FO + LO + OF + OF > 2GF$
- 3) аналогично со сторонами OE и $OB > BF$
- 4) $FO + LO + OF + OF > BF + FD$
- 4) (продолжим) при этом $BF > GR \Rightarrow$

ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ



6378

55

1	2	3	4	5	6	сумма
2	2	1		2	2	14

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ 2018–2019

заключительный этап

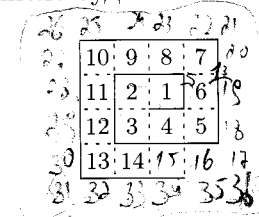
Предмет (комплекс предметов) Олимпиады МАТЕМАТИКА (6–7 КЛАССЫ)

Город, в котором проводится Олимпиада Москва

Дата 10 марта 2019 года

6–7 КЛАСС. ВТОРОЙ ВАРИАНТ

- О Тania расставляет в клетках листа бумаги последовательные натуральные числа, двигаясь по спирали так, как показано на рисунке. Какое число будет написано в клетке слева от числа 2031? 2215



- О Говоря о собранных грибах, каждый грибник называет большее их количество, чем на самом деле.

При этом все грибники число чужих грибов завышают не более чем в 3 раза, а число своих грибов — не менее чем в 8 раз. Беседуют два грибника А и Б.

- А. Я вчера собрал в лесу 215 белых грибов.
Б. Да в этом лесу больше 60 грибов расти вообще не может.
А. После дождей грибы так растут. 214 белых я точно собрал!
Б. Гриб, может, и растет, но больше 61 гриба там собрать невозможно.
А. Я собрал 213 грибов!
Б. Нет. Не больше 62.

Какое наибольшее число реплик может содержать такая беседа и какое количество грибов будет упомянуто в последней реплике? (Оба собеседника знают, сколько грибов собрал А на самом деле).

2. 38 реплик
78 грибов

3. В остроугольном треугольнике BCD на стороне BD взяты точки G и F (точка G лежит на отрезке BF), при этом $BG = DF$, $GF < BG$. Точка E — основание перпендикуляра, опущенного из точки F на сторону BC , L — основание перпендикуляра, опущенного из точки G на сторону CD . Докажите, что $EF + GL > 2FG$.

4. При сложении двух чисел в столбик Костя сначала складывает цифры, не делая переносов, но запоминает, в каких разрядах они возникли. Затем он прибавляет переносы к результату. При этом иногда по ошибке он вместо прибавления переносимой единицы к соседнему старшему разряду вычитает единицу из соседнего младшего разряда. Такую ошибку Костя может сделать, только если в младшем разряде стоит не 0. Так, в примере справа разряды, где есть перенос, помечены звездочками. Перенос единицы из разряда единиц Костя сделал правильно, а перенос единицы из разряда десятков — неправильно (он не прибавил переносимую единицу к разряду сотен, а вычел ее из разряда единиц).

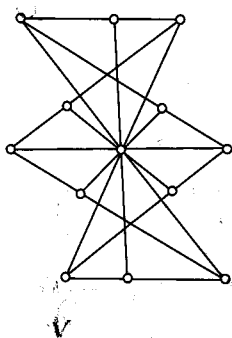
1 1
100 +

1	9	5
2	7	6
3	6	1
*	*	
3	7	0

0
101
111

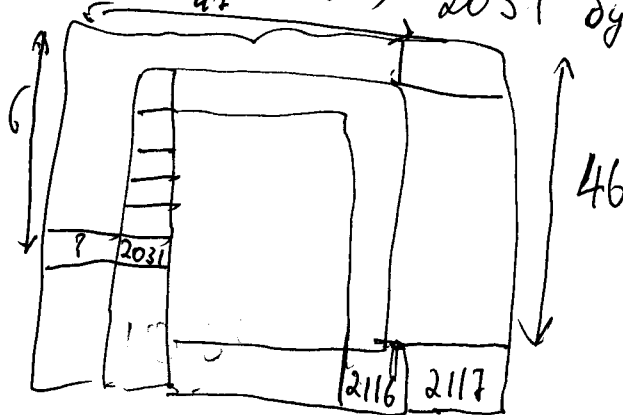
Как-то раз Костя подсчитал сумму всех трехзначных чисел от 300 до 500 включительно. Мог ли он получить ответ 70 000? Нет не мог

5. В кружочках выписаны числа от 5 до 17 так, что сумма чисел на любом отрезке, содержащем 3 кружочка, одна и та же. Какое число стоит в центральном кружочке? 17



6. Вдоль длинной улицы стоит 150 фонарей. Каждый фонарь светит определенным цветом, причем цвета фонарей могут повторяться. Известно, что на любом отрезке улицы, где есть хотя бы один фонарь, найдется фонарь «уникального» цвета (то есть цвета, который у других фонарей на этом отрезке не встречается). Какое наименьшее число цветов фонарей может быть на этой улице? 8

1) Найдем такое число, где x^2 наиболее приближен к 2031, и $x^2 > 2031$.
70 число 47 \rightarrow 2031 будет стоять в левой колонке 6 сверху



Далее я сделал таблицу как показано на рисунке и получил, что это число 2216.
Ответ: 2216 ✓

2) Составил уравнение где x — это количество призов, по которым они увеличивали или уменьшали во время разбора

$$1) (215 - x) : 3 = (60 + x) : 3$$

из 1 следует, что количество призов по 39 решим с учетом призов \Rightarrow количество призов по 40 решим \Rightarrow всего будет 30 призов
Ответ: 30

15

Как мы будем при центральном кружке «пропуск» 6 призов \Rightarrow у нас в центре стоит такое число x , которое если убрать, то из чисел от 5 до 17 не останется x , можно будет создать 6 пар, которые равны \Rightarrow в центре находится число 17, 6 пар по 10

16 и 5
15 и 6
14 и 7
13 и 8
12 и 9
11 и 10