

**Задача 5.** В соответствии с Налоговым кодексом России некоторые организации используют упрощенную систему налогообложения (УСН), согласно которой налогом облагаются только их доходы (выручка), а не прибыль.

Предположим, что в небольшом городе Ениске на рынке пассажирских перевозок действует единственная транспортная компания «Уездный транспорт», которая как раз планирует перейти на УСН, в соответствии с которой налог устанавливается в виде процента от получаемого компанией дохода (выручки). Управление экономического развития Администрации города предоставило информацию о спросе на транспортные услуги компании, который описывается функцией:

$$Q = 300 - P_D,$$

где  $Q$  — количество перевозимых пассажиров, а  $P_D$  — цена билета за поездку.

Зависимость общих затрат компании от количества перевезенных пассажиров представлена в виде:

$$TC = 2Q^2 + 200$$

Администрация города Ениска намерена увеличить объем пассажирских перевозок в городе на 20% по сравнению с существующим объемом и снизить цены на проезд в общественном транспорте. Для этого было принято решение субсидировать транспортную компанию в виде выплаты фиксированной суммы денег за каждого перевезенного пассажира. При этом дополнительно было принято решение о том, чтобы установить ставки налога и субсидии таким образом, чтобы сумма уплачиваемого налога компанией в бюджет города равнялась сумме субсидии, выплачиваемой компании из бюджета города.

**Задания:**

**А)** Рассчитать ставку налога на доход компании ( $t$ ) и ставку субсидии ( $s$ ), выплачиваемой компании из бюджета города при заданных условиях.

**В)** Определить окажут ли влияние вычисленные ставки налога и субсидии на прибыль компании и рассчитать прибыль.

**С)** Определить цены за проезд до введения налога и субсидии и после их введения.

а1.  $T = t \cdot TR$   $S = s \cdot q$   $S = T$  ~~Фирма в~~ ~~Прибыль фирмы:~~  $Pr = TR - TC + \max$

$Pr = 300Q - Q^2 - 2Q^2 - 200 = -3Q^2 + 300Q - 200 \rightarrow \max$  ~~Пользуясь производной фирмы~~

$Pr'(q) = -6q + 300 = 0$

$q = 50$  ~~Административное ограничение, чтобы избежать увеличения кв. кв.:~~  $q_2 = 1,2q_1 = 60$

$q = 60$  ~~При условии функции спроса примет вид:~~  $Q = 300 - P + S$   $P = 300 - Q + S$

~~При введении налога функция прибыли примет вид:~~  $Pr = (1-t)TR - TC$   ~~$t = 8\%$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~

~~$Pr = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = (1-t)(300-Q+5Q) - 2Q^2 - 200 = 300(1-t) - Q(1-t) + 5Q(1-t) - 2Q^2 - 200$~~



1 3162

# ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ СПБГУ 2019–2020

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада Санкт-Петербург

Дата:

.....

## ВАРИАНТ 11

**Задача 1.** На норвежском рынке производят национальный продукт брюнуст – коричневый сыр. Для этого производства бизнес обратился за дотацией. Спрос на эту продукцию задан функцией  $Q=90-2P$ , где  $Q$  – количество товара в штуках головок сыра,  $P$  – цена товара в норвежских кронах. При установившемся на рынке равновесии известно, что, если цена изменится на 1%, то объем спроса изменится на 2%, а объем предложения изменится на 2%.

1. Определите размер выручки производителей при установившемся равновесии.
2. Определите, по какой цене должен продаваться этот товар, чтобы выручка производителей была максимальной и размер максимальной выручки.
3. Дотацию какой величины необходимо дать производителям рынка на каждую единицу продукции, чтобы была достигнута максимальная выручка.
4. Определите объем продаж и рыночную цену, если на данном рынке, в результате объединения производителей, была создана одна крупная компания-монополист.

1.  $Q_d = 90 - 2P$  ~~запусти~~  $Q_s = C + dP$ ,  $Q_d = Q_s$  ~~был цен~~  $P_1$ , ~~руши~~  $P_2 = 0,99 P_1$

~~Цена сырники, спрос делится, начеки ушли, был 102. Qd = Qs~~

~~1,02 (90 - 2P\_1) = 90 - 108P\_1, отсюда P\_1 = 30, Q\_d = 90 - 2 \cdot 30 = 30, TR = P \cdot Q - выручка~~

~~TR = 30 \cdot 30 = 900 Ответ: 900~~

2.1.  $TR = P \cdot Q = 90P - 2P^2 \rightarrow \max$ , ~~цена функции макс, точка максимума функции, максим~~

~~мы в вершине, поэтому найдём вершину параболы по формуле:~~  $aX^2 + bX + c$

~~$P = \frac{90}{4} = 22,5$   $TR = 90 \cdot 22,5 - 2 \cdot 22,5^2 = 1012,5$  ~~Ответ: 22,5; 1012,5~~~~

3.1. ~~Мы выбрали формулу цены P = 22,5, нашли предельные субсидии. Q\_s = C + dP~~

~~$Q_d = 30$   $Q_s = 30 \cdot 0,98 = 29,4$  ~~были сумму для функции максимума функции: [C + d \cdot 30 = 30~~~~

~~$P_1 = 30$   $P_2 = 29,4$  ~~отсюда d = 2; C = -30, т.е. предельные цены выд:~~~~

~~$Q_s = -30 + 2P$  ~~найдём формулу субсидии: Q\_s = -30 + 2(P + s) Q\_d = Q\_s; P = 22,5~~~~

~~$-30 + 2(22,5 + s) = 90 - 2 \cdot 22,5 \Rightarrow 2s = 30 \Rightarrow s = 15$  - размер предоставляемых субсидий.~~

~~$S = s \cdot q = 15 \cdot (-30 + 2 \cdot 22,5) = 15 \cdot (90 - 2 \cdot 22,5) = 15 \cdot 67,5$  - общий размер субсидий. ~~Итого: S = 15~~~~

**Задача 2.** В связи с оживлением экономики и открытием новых рабочих мест в государстве Острова Карамбола численность занятых снизилась за год на 5%. При этом уровень безработицы в предыдущем году составлял 12%, а в нынешнем - увеличился до 10%.

Определите, на сколько процентов и в какую сторону изменилось за год количество безработных.

**Решение:** Пусть  $U_1$  и  $E_1$  — количество безработных и занятых в первом году,  $U_2$  и  $E_2$  — во втором.

Известно, что  $U_1 = 0,12 E_1$  и  $E_1 = \frac{2}{3} U_1$ .

В следующем году  $U_2 = 0,1 E_2$  и  $E_2 = \frac{3}{2} U_2$ .

$$U_1 = \frac{U_2}{U_1 + E_1} = \frac{0,95 U_1}{0,95 U_1 + 0,95 E_1} = 0,12 \Rightarrow U_1 = 0,12 E_1 + 0,12 U_1$$

$$0,1 E_1 = 0,95 U_1 \Rightarrow E_1 = 9,5 U_1$$

**Задача 3.** Менеджеру фирмы Ольге поручили сделать ремонт одного из офисных помещений. Фирма «Кисочка и шпатель», занимающаяся ремонтом помещений, предлагает на выбор любых двух из свободных на данный момент четырёх рабочих: Фока, Ульяна, Фома и Анфиса. Известно, что Фока, работая один, может выполнить всю работу за  $a$  дней, Ульяна — за  $a+3$  дня, Фома — за  $a+4$  дня и Анфиса — за  $a+6$  дней, при этом работа Фоки стоит 6 тыс. рублей в день, Ульяны — 4 тыс. рублей в день, Фомы — 3,5 тыс. рублей в день и Анфисы — 2,5 тыс. рублей в день. Ольга выбирает для ремонта двух наиболее дешёвых рабочих: Анфису и Фому. При каких значениях  $a$  ремонт помещений обойдётся бы Ольге дешевле, если бы она выбрала Фоку и Ульяну вместо Анфисы и Фомы?

**Решение:** Пусть  $F$  — Фока,  $U$  — Ульяна,  $Ф$  — Фома,  $А$  — Анфиса. Тогда стоимость работ будет зависеть от выбора рабочих. Пусть  $x_1, x_2, x_3, x_4$  — количество дней, в течение которых работают Фока, Ульяна, Фома и Анфиса соответственно. Тогда стоимость работ будет равна  $6x_1 + 4x_2 + 3,5x_3 + 2,5x_4$ . Поскольку Ольга выбирает двух наиболее дешёвых рабочих, то  $x_1 = x_2 = 0$  и  $x_3 = x_4 = 1$ . Тогда стоимость работ будет равна  $3,5a + 2,5(a+6) = 6a + 15$ . Если бы Ольга выбрала Фоку и Ульяну, то стоимость работ была бы  $6a + 4(a+3) = 10a + 12$ . Тогда ремонт обойдётся бы Ольге дешевле, если бы она выбрала Фоку и Ульяну вместо Анфисы и Фомы, если  $6a + 15 > 10a + 12$ , т.е.  $a < 0,75$ .

**Задача 4.** Совет директоров российской компании "Kugel Jn, Angel Blackman & Co" принимает решение о распределении излишков бюджета на следующий год в размере 7 млн. руб. в соответствии с потребностями различных подразделений. Их руководители представили списки различных проектов (всего - 16 проектов), которые могли бы быть внедрены в будущем году ради увеличения эффективности их работы и, соответственно, получения компанией дополнительной прибыли. Поскольку заранее неизвестно, сколько денег будет выделено какому отделу, свои

списки руководители заранее упорядочили по приоритетам (так, Проект 2 может быть реализован без Проекта 3, но не наоборот).

**Задача 5.**

1. Проанализируйте, какие именно проекты и какого отдела следует профинансировать совету директоров при следующих предположениях:

- считать представленные расчёты точными и достоверными;
- рассматривать в качестве цели максимизацию прибыли от вложения средств в проекты;
- полагать извлекаемую из проектов прибыль единовременной;
- пренебрегать фактором временного разрыва между вложением средств и получением прибыли;
- исключить ситуацию, когда какой-либо проект финансируется только частично либо многократно;
- допустить возможность того, что часть исходной суммы в 7 млн. руб. так и останется неиспользованной;
- использовать информацию о проектах из таблиц ниже (единицы измерения - тыс. руб.).

2. Определите предполагаемый прирост прибыли в результате принятия такого плана. Все расчёты проводить с точностью до второго знака после запятой.

Производственный отдел:				IT-отдел:			
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты
1	220	840	1	480	360	1	120
2	760	580	2	400	340	2	260
3	820	400	3	400	220	3	920
4	300	620	4	940	380	4	60

Логистический отдел:				IT-отдел:			
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты
1	120	720	1	860	800	1	120
2	260	100	2	980	780	2	260
3	920	220	3	540	500	3	920
4	60	840	4	860	700	4	60

1. Сначала нужно выбрать наиболее выгодные проекты в каждом отделе, т.е. выбрать те проекты, которые дают наибольший прирост прибыли на единицу затрат. В производственном отделе это проекты 1, 2, 3, 4. В IT-отделе это проекты 1, 2, 3, 4.

В производственном отделе:  $120 < 260 < 920 < 60$ , т.е. проект 1 самый выгодный.

В IT-отделе:  $860 < 980 < 540 < 860$ , т.е. проект 3 самый выгодный.

Итого:  $120 + 860 = 980$  тыс. руб. — общие затраты на реализацию выбранных проектов.

Итого:  $120 + 860 = 980$  тыс. руб. — общие затраты на реализацию выбранных проектов.

Итого:  $120 + 860 = 980$  тыс. руб. — общие затраты на реализацию выбранных проектов.

Итого:  $120 + 860 = 980$  тыс. руб. — общие затраты на реализацию выбранных проектов.

Итого:  $120 + 860 = 980$  тыс. руб. — общие затраты на реализацию выбранных проектов.

Итого:  $120 + 860 = 980$  тыс. руб. — общие затраты на реализацию выбранных проектов.

Итого:  $120 + 860 = 980$  тыс. руб. — общие затраты на реализацию выбранных проектов.

Итого:  $120 + 860 = 980$  тыс. руб. — общие затраты на реализацию выбранных проектов.

# Условия

Трёхстороннее равновесие

4). Если учитывать только спрос и предложение, то  $MC=MR=P$   
 $Q_S = -30 + 2P$   $P = 0,5Q + 15$   $MC = 0,5Q + 15$   $Q_D = 80 - 2P$   $P = 45 - 0,5Q$   
 $TR = P \cdot Q = 45Q - 0,5Q^2$   $MR$  - производная функции  $TR(Q)$ , равная ей:  $MR = 45 - Q$   
 равняем  $MC$  и  $MR$ :  $45 - Q = 0,5Q + 15$   $30 = 1,5Q$   $Q = 20$   $P = 45 - 0,5 \cdot 20 = 35$

Ответ:  $Q = 20$ ;  $P = 35$

нз

$$\frac{10a(a+1)}{2a+1} < \frac{b(a+4)(a+6)}{2a+10}$$

$$10a(a+1)(2a+10) < b(a+4)(a+6)(2a+1)$$

$$20a^3 + 160a^2 + 100a < 12a^3 + 732a^2 + 488a + 41$$

$$9a^3 + 22a^2 - 168a - 41 < 0$$

$$4a^3 + 11a^2 - 84a - 216 < 0$$

$$f(a) = 4a^3 + 11a^2 - 84a - 216$$

Вывести производную для функции  $f(a)$  и приравнять к нулю для нахождения максимума и минимума:

$$f(a)' = 12a^2 + 22a - 84 = 0$$

$$D = 1129$$

$$a_1 = \frac{-22 + 33,6}{2}$$

$$12a^2 + 22a - 84 = 0$$

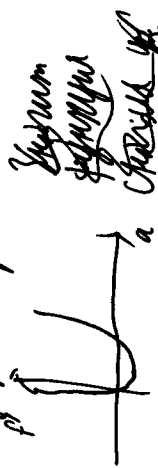
$$4a^2 + 11a - 42 = 0$$

$$D = 1129$$

$$a_1 = \frac{-11 + 33,6}{22} \approx 1,38$$

$a_2 < 0$  м.л. значения

производной равна:



Ответ:  $a=4$  объёмов меньше при  $a=1$ ;  $a=2$ ;  $a=3$ ;  $a=4$

нз

Три функции  $r$ ,  $t$  и  $s$  являются функциями времени  $t$ :

$$r = (1-t)(TR - TC + S) = (1-t)(300Q - Q^2) - 2Q^2 - 200 + 5Q \rightarrow \max$$

$$R = 300Q - Q^2 - 200Q + tQ^2 - 2Q^2 - 200 + 5Q = -3Q^2 + 300Q - 200Q + 5Q - 200 \rightarrow \max$$

Вывести производную функции  $r$  и приравнять к нулю для нахождения максимума:

$$R(a)' = -6Q + 300 - 200t + 2tQ + 5 = 0 \quad Q = 60 \quad -360 + 300 - 200t + 120 + 5 = 0 \quad 5 - 180t - 60 = 0$$

$$S = 180t + 60 \quad \text{Підприємство} \quad S_q = tT_k$$

$$S_q = t(300 - 2t)q, \quad S = 300t - 2t^2q = 240t$$

$$240t = 180t + 60 \quad t = 100\% \quad S = 180 \cdot 1 + 60 = 240$$

$$\text{Відповідь: } t = 100\%; S = 240$$

$$\text{З 1. Максимальний прибуток: } P_0 = -3 \cdot 50^2 + 300 \cdot 50 - 100 = 7300$$

$$\text{Відповідь: } P_1 = (1 - 1)(300 \cdot 60 - 60^2) - 2 \cdot 60^2 - 200 + 240 \cdot 60 = 7000$$

$$\text{Відповідь: } P_1, \text{ відносно, прибуток збільшився на } 300$$

$$\text{З 1. } P_0 = 300 - 60 = 300 - 50 = 250 \quad P_1 = 300 - 60 = 240$$

$$\text{Відповідь: } P_0 = 250; P_1 = 240$$

~4

Визначити, куди вкладає гроші, і коли вийде грошей, якщо вкладає гроші в невідомий. Відповідь: вкладає гроші в невідомий і отримує гроші в невідомий. Відповідь: вкладає гроші в невідомий і отримує гроші в невідомий.

2. Триває гроші: вкладає гроші, отримує гроші, отримує гроші, отримує гроші, отримує гроші.

$$\text{Відповідь: } P_0 = 600 + 60 = 120 \quad \text{Відповідь: } 120$$

Шифр \_\_\_\_\_

всего 100 баллов

Задача 1 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

20 баллов

Задача 2 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5 баллов

Задача 3 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

25 баллов

Задача 4 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

25 баллов

Задача 5 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

25 баллов