



666

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПБГУ 2019-2020

заключительный этап

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

Город, в котором проводится Олимпиада Петербург

Дата: 29 февраля 2020

ВАРИАНТ 5

Задача 1. На российском рынке производят берестяные короба, которые делают по старинной технологии, сохраняемой не одно столетие в строгом секрете. Для его производства бизнес обратился за дотацией. Спрос на эту продукцию задан функцией Q=100-3P, где Q - количество товара в штуках, P - цена товара в рублях. При установившемся на рынке равновесии известно, что, если цена изменится на 1%, то объем спроса изменится на 2%, а объем предложения изменится на 2%.

- 1. Определите размер выручки производителей при установившемся равновесии.
2. Определите, по какой цене должен продаваться этот товар, чтобы выручка производителей была максимальной и размер максимальной выручки.
3. Дотацию какой величины необходимо дать производителям рынка на каждую единицу продукции, чтобы была достигнута максимальная выручка.
4. Определите объем продаж и рыночную цену, если на данном рынке, в результате объединения производителей, была создана одна крупная компания-монополист.

1. Пусть a и p_e - равновесные параметры. Q_e = 100 - 3p_e. p_e = 100/3
P_1 = 101p_e Q_1 = 100 - 3 * 101p_e = 100 - 3 * 101 * 100/3
Q, p_e = 100 - 101 + 101Q_e Q, p_e = 1 Q_e = 1/103 = 33 1/3 ≈ 33,33
p_e = 100 - 3 * 33 1/3 = 22 2/3 ≈ 22,22

это макс как Q так и в рублях, но как во корабь макс так и макс TR = p_e * Q_e = 440,5926

ответ: TR = 440,5926

2. Асимптотическая выручка достигается при единичной эластичности. TR = P * Q = (100 - 3P) * P = 100P - 3P^2 - парабол ветви максимизи в вершине P* = 100/6 = 16,67
ответ: P = 16,67

3. При минимальном предложении Q_5 = a + bP. - восстановили функцию.
100/3 = a + b * 200/3 a = 100 - b * 200/3 P_2 = 101p_e Q_2 = 102Q_e Q_e = a + b * p_e Q_2 = a + b * P_2
1,02Q_e = a + b * p_e * 1,01 a = 102 * 100/3 - b * 101 * 200/3 100/3 - b * 200/3 = 102 * 100/3 - b * 101 * 200/3
34 - b * 202/3 = 33 1/3 - b * 200/3 2/3 = (202 - 200)/3 * b 2/3 = 2/9 * b b = 3 Q_2 = 100/3 - 200/3 = 100/3
Q_5 = 3P - 100/3 Q_5 = 3P - 33,33 Q_5 = 3(P + V) - 33,33 где V - дотация.
ответ: V = 100/3 - 33,33 = 33,33 - 100/3 = 100/3

Задача 5. В соответствии с Налоговым кодексом России некоторые организации используют упрощенную систему налогообложения (УСН), согласно которой налогом облагаются только их доходы (выручка), а не прибыль.

Предположим, что в небольшом городе Хороши на рынке пассажирских перевозок действует единственная транспортная компания «Всех привезет», которая как раз планирует перейти на УСН, в соответствии с которой налог устанавливается в виде процента от получаемого компанией дохода (выручки). Управление экономического развития Администрации города предоставило информацию о спросе на транспортные услуги компании, который описывается функцией:

P_D = 240 - Q,

где Q - количество перевозимых пассажиров, а P_D - цена билета за поездку. Зависимость общих затрат компании от количества перевезенных пассажиров представлена в виде:

T_C = 10Q + 125

Администрация города Хороши намерена увеличить объем пассажирских перевозок в городе на 20% по сравнению с существующим объемом и снизить цены на проезд в общественном транспорте. Для этого было принято решение субсидировать транспортную компанию в виде выплаты фиксированной суммы денег за каждого перевезенного пассажира. При этом дополнительно было принято решение о том, чтобы установить ставки налога и субсидии таким образом, чтобы сумма уплачиваемого налога компанией в бюджет города равнялась сумме субсидии, выплачиваемой компании из бюджета города.

Задания:

- A) Рассчитать ставку налога на доход компании (t) и ставку субсидии (s), выплачиваемой компании из бюджета города при заданных условиях.
B) Определить окажут ли влияние вычисленные ставки налога и субсидии на прибыль компании и рассчитать прибыль.
C) Определить цены за проезд до введения налога и субсидии и после их введения.

A) TR = P * Q = (240 - Q) * Q = 240Q - Q^2. T = TR * t = (240Q - Q^2) * t. V = s * Q
T = V 240Qt - Q^2 * t = s * Q Q(240t - Qt - s) = 0. 240t - Qt - s = 0. Q = 240 - s/t(1)
П_1 = (240 - Q) * Q - 10Q - 125 = 240Q - Q^2 - 10Q - 125 = -Q^2 + 230Q - 125 - парабол ветви максимизи в вершине Q => макс в вершине Q* = -230/-2 = 115. П_1(115) > 0.
П_2 = 240Q - Q^2 - 10Q - 125 - 240Q * t + Q^2 * t + 10Q, максимизируем по Q
равен (-1 + t) < 0, т.к. t - это доля от. отсюда t => П_2 - парабол ветви максимизи в вершине Q* = 240 - 10 - 240t + 10 230 - 240t + 10
(1) Q = 240 - 10/t - 240t - 10Q - 125 = 240t - Q * t.
Q(240 - 10/t - 240t - 10Q - 125 - 240t - Q * t) = 230 - Q * t
Q(240 - 10/t - 240t - 10Q - 125 - 240t - Q * t) = 230 - Q * t
Q(240 - 10/t - 240t - 10Q - 125 - 240t - Q * t) = 230 - Q * t

Если первоначально не было никаких дотаций и субсидий, то максимизируем по Q. Q = 115, 1,2Q = 138. - тот объем, которого хочет добиться администрация. Q* = 240 - 10 - 240t + 10 230 - 240t + 10
138 = 230 - 240t + 10 46 = 138t t = 1/3
Q = 1/3(240 - 138) = 1/3 * 102 = 34. П_2(Q=138) > 0.

ответ: налог на выручку 33%, да субсидия 34 руб. за каждого перевезенного пассажира.

б) П_1(115) = -115^2 + 230 * 115 - 125 = 13100 П_2(138) = (240 * 138 - 138^2) * (1 - 1/3) - 10 * 138 - 125 + 34 * 138 = 12571.

ответ: ставка налога и субсидии поставщикам услуг не изменились. П_1 = 13100, П_2 = 12571. Произошли изменения в структуре чистых

Задача 2. В связи с оживлением экономики и открытием новых рабочих мест в государстве Пинчи-Пинчи численность занятых увеличилась за год на 4%. При этом уровень безработицы в предыдущем году составлял 10%, а в нынешнем - снизился до 9%.

Определите, на сколько процентов и в какую сторону изменилось за год количество безработных.

$$E_2 = 1,04 E_1 \quad U_1 = 10\% \quad U_2 = 9\% \quad U_1 = \frac{U_1}{E_1 + U_1} \cdot 100\% \quad U_2 = \frac{U_2}{E_2 + U_2} \cdot 100\%$$

$$10 = \frac{100 U_1}{E_1 + U_1} \quad E_1 + U_1 = 10 U_1 \quad E_1 = 9 U_1 \quad 9 = \frac{E_2 + U_2}{E_2 + U_2} \cdot 100\% \quad E_2 + U_2 = 9 U_2$$

$$9 E_2 = 9 \cdot 1,04 E_1 = 9,36 E_1 \quad 9 E_2 = 9 \cdot 1 U_2 \quad 9,36 E_1 = 9 U_2 \quad E_1 = 9 U_1$$

$$9,36 \cdot 9 U_1 = 9 U_2 \quad U_2 = \frac{9,36 \cdot 9 U_1}{9 U_1} = 0,926 U_1$$

$$-0,074 \cdot 100\% = -7,4\%$$

Ответ: количество безработных уменьшилось на 7,4%

Задача 3. Евгению требуется отремонтировать офис. Фирма «Всё для вас», занимающаяся ремонтом офисов, предлагает на выбор любых двух из свободных на данный момент четырёх рабочих: Михаила, Олега, Ярослав и Семёна. Известно, что Михаил, работая один, может выполнить всю работу за a дней, Олег — за $a+3$ дня, Ярослав — за $a+4$ дня и Семён — за $a+6$ дней, при этом работа Михаила стоит 6 тыс. рублей в день, Олега — 4 тыс. рублей в день, Ярослава — 3,5 тыс. рублей в день и Семёна — 2,5 тыс. рублей в день. Евгений выбирает для ремонта двух наиболее дешёвых рабочих: Семёна и Ярослава.

При каких значениях a ремонт квартиры обойдётся бы Евгению дешевле, если бы он выбрал Михаила и Олега вместо Семёна и Ярослава?

Учит! все работы К выполняю ев. - обаян работы.
 Тогда скорость выполнения работ Ярослав и Олег. Скорости всех работ -
 время работы: $\frac{a+4}{K}$ и $\frac{a+6}{K}$, общая скорость $\frac{a+4}{K} + \frac{a+6}{K} = \frac{2a+10}{K}$
 время, которое надо заплатить за работу: $\frac{a^2+10a+24}{2a+10} \cdot (3,5+2,5) = \frac{3(a^2+10a+24)}{2a+10} = S_1$
 Если найдем скорость Михаила и Олега. Скорости всех работ: $\frac{a}{K}$ и $\frac{a+3}{K}$, общая: $\frac{a}{K} + \frac{a+3}{K} = \frac{2a+3}{K}$
 время, которое надо заплатить за работу: $\frac{a^2+3a}{2a+3} \cdot (6+4) = \frac{10a^2+30a}{2a+3} = S_2$
 Необходимо найти a , при котором $S_2 < S_1$.

$$\frac{10(a^2+30a)}{2a+3} < \frac{3(a^2+10a+24)}{2a+10}$$

$$10(a^2+30a)(2a+10) < 3(a^2+10a+24)(2a+3)$$

$$20a^3+300a^2+2000a < 6a^3+10a^2+48a+9a^2+30a+4a^2+12a$$

$$14a^3+290a^2+1988a < 0$$

$$14a^3+290a^2+1988a < 0$$

$$14a^2+30a^2+150a - 6a^3+60a^2+144a+9a^2+90a+216 < 0$$

$$(2a+3)(a+5) < 0$$

$$2a+3 > 0 \quad a+5 > 0, \text{ т.к. } a - \text{коэффициент дней} \Rightarrow 4a^3+11a^2-84a-216 < 0$$

$$f(a) = 4a^3+11a^2-84a-216, \quad f(4) < 0, \quad f(6) < 0, \quad f(5) > 0$$

Проверим все случаи

Задача 4. Совет директоров компании "Трофим, Спивак, Ангарян и компаньоны" принимает решение о распределении излишков бюджета на следующий год в размере 5 млн. руб. в соответствии с потребностями различных подразделений. Их руководители представили списки различных проектов (всего - 16 проектов), которые могли бы быть внедрены в будущем году ради увеличения эффективности их работы и, соответственно, получения компанией дополнительной прибыли. Поскольку заранее неизвестно, сколько денег будет выделено какому отделу, свои списки руководители заранее упорядочили по приоритетам (так, Проект 2 может быть реализован без Проекта 3, но не наоборот).

1. Проанализируйте, какие именно проекты и какого отдела следует профинансировать совету директоров при следующих предположениях:
 - а) считать представленные расчеты точными и достоверными;
 - б) рассматривать в качестве цели максимизацию прибыли от вложения средств в проекты;
 - в) полагать извлекаемую из проектов прибыль единовременной;
 - г) пренебречь фактором временного разрыва между вложением средств и получением прибыли;
 - д) исключить ситуацию, когда какой-либо проект финансируется только частично либо многократно;
 - е) допустить возможность того, что часть исходной суммы в 5 млн. руб. так и останется невостребованной;
 - ж) использовать информацию о проектах из таблиц ниже (единицы измерения - тыс. руб.).
2. Определите предполагаемый прирост прибыли в результате принятия такого плана. Все расчеты проводить с точностью до второго знака после запятой.

Производственный отдел:		Отдел сбыта:			
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки
1	710	790	1	875	730
2	650	900	2	50	650
3	330	690	3	475	210
4	110	950	4	600	940

Логистический отдел:		IT-отдел:			
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки
1	370	670	1	190	250
2	55	570	2	60	850
3	425	840	3	720	105
4	400	670	4	230	195

Рассчитаем формулы между затратами и приростом выручки.

1. $PO: OC: NO: ITO:$

1	180	1	145	1	300	1	60
2	250	2	60	2	515	2	790
3	360	3	265	3	415	3	615
4	1840	4	340	4	270	4	-35

Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO: PO: OC: NO: ITO:$

1) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

2) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

3) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

4) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

5) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

6) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

7) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

8) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

9) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

10) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

11) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

12) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

13) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

14) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

15) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

16) Если хотим финансировать все проекты, то $PO: OC: NO: ITO:$

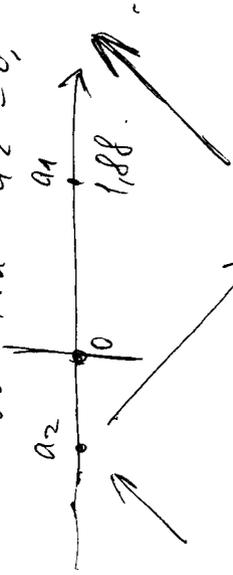
Sagara 3.

$$f'(a) = 12a^2 + 22a - 84$$

$$6a^2 + 11a - 42 = 0,$$

$$a_1 = \frac{-11 + \sqrt{1129}}{12} > 0, \quad a_1 \approx 1,88.$$

$$a_2 = \frac{-11 - \sqrt{1129}}{12} < 0.$$



Jika ~~$a \in \mathbb{N}$~~ , $a \in \{1, 2, 3, 4\}$

Jawab: $a \in \{1, 2, 3, 4\}$



УЧЕТОВИК

Задача 1.

3. $Q_3 = 3(P+V) - 33,33$ $Rd = 100 - 3P$

$P_3 = 16,67 = 16 \frac{2}{3} = \frac{50}{3}$

$Rd(B_3) = 100 - 3 \cdot \frac{50}{3} = 50$

$Q_3 = 50 + 3V - 33 \frac{1}{3}$

$Rd = Q_3 = 6 \text{ кубических}$

$3V = \frac{100}{3}$ $V = \frac{100}{9}$

$V = 11,11$

$50 = 50 + 3V - 33 \frac{1}{3}$

Видим график гонимая часть патка 11,11

4. ~~P_3~~ $TR = 100P - 3P^2$ ~~Q_3~~ $Q_3 = 3P - \frac{100}{3}$, где P_3 - максимум

над цена, но какой они хотят продавать.
 $100P - 3P^2$ - на максиме берем функцию производной.

берем $P^* = \frac{100}{6} = 16,67$. $Q = 50$

$Q_3 = 50$. $50 = 3 \cdot P_3 - \frac{100}{3}$

$P_3 = 5,56$.

Т.е. цена будет меньше,

но какой они хотят продавать $\Rightarrow P = 16,67$ будет
 конечной ценой. $TR(Q=50) = 833,5$ $TR(P=5,56) = 83,37$

Задача 5.

a) $P_1 = 240 - 115 = 125$ - го килограмма и дальше.

$P_2 = 240 - 138 = 102$

- некие килограмма и дальше.

Видим: $P_1 = 125$ - го килограмма, $P_2 = 102$ - некие килограмма.

Задача 4.

4) Функции: TC и TR : $NO: P = 1530$ $TC = 1800$, $OC: P = 530$ $TC = 2000$

$NO: P = 1500$ $TC = 1250$, $ITD: P = 850$, $TC = 1112$, $T.K. 3$ и 4 имеют оптим.

все остальные пункты. $TC = 250$

Всего: $5300 > 5000$. Необходимо отказать от оптим.

Решим на NO и OC и выберем оптимальный MT .

$NO: P_1 = 1530$, $OC: P_1 = 530$, $NO: P_2 = 1530$ $ITD: P_2 = 850$ и $MT = 790$ но ср. с нулем

$NO: P_2 = 1530$ $MT = 840$, $OC: P_2 = 530$, $NO: P_2 = 1530$ $ITD: P_2 = 850$ и $MT = 790$ но ср. с нулем

~~Если~~ Если цена меньше от цены отмена $\sqrt{4}$, то

отказываемся от ~~этого~~ пункта $\sqrt{3}$, т.к. от пункта отменяется $\sqrt{4}$, то

пункт $\sqrt{3}$, NO . Это значит, что пункт $\sqrt{4}$ имеет значение 1095

$5300 - 1095 = 4225$. $OC: P_1 = 530$ $IT = 1530 + 455 + 1500 + 850 = 4335$

наша задача решить $\sqrt{4}$ и $\sqrt{3}$.

Видим: OC имеет значение 4335 .

$\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, пункт $\sqrt{3}$ имеет значение 1095 от пункта $\sqrt{4}$.

на $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$ и пункт $\sqrt{1}$ имеет значение 1112 .

2. Функциональные функции TC и TR : $NO: P = 1530$ $TC = 1800$, $OC: P = 530$ $TC = 2000$

найти оптимальную цену $\sqrt{4}$ и $\sqrt{3}$.

Видим: OC имеет значение 4335 .

найти оптимальную цену $\sqrt{4}$ и $\sqrt{3}$.

Видим: OC имеет значение 4335 .

Шифр _____

всего 95 баллов

Задача 1 _____

15 баллов

Задача 2 _____

5 баллов

Задача 3 _____

25 баллов

Задача 4 _____

25 баллов

Задача 5 _____

25 баллов