

Задача 5. В соответствии с Налоговым кодексом России некоторые организации используют упрощенную систему налогообложения (УСН), согласно которой налогом облагаются только их доходы (выручка), а не прибыль.

Предположим, что в небольшом городе Урецке на рынке пассажирских перевозок действует единственная транспортная компания «Рулит», которая как раз планирует перейти на УСН, в соответствии с которой налог устанавливается в виде процента от получаемого компанией дохода (выручки). Управление экономического развития Администрации города предоставило информацию о спросе на транспортные услуги компании, который описывается функцией:

$$Q = 200 - P,$$

где Q – количество перевозимых пассажиров, а P_D – цена билета за поездку.

Зависимость общих затрат компании от количества перевезенных пассажиров представлена в виде:

$$TC = Q^2 + 300$$

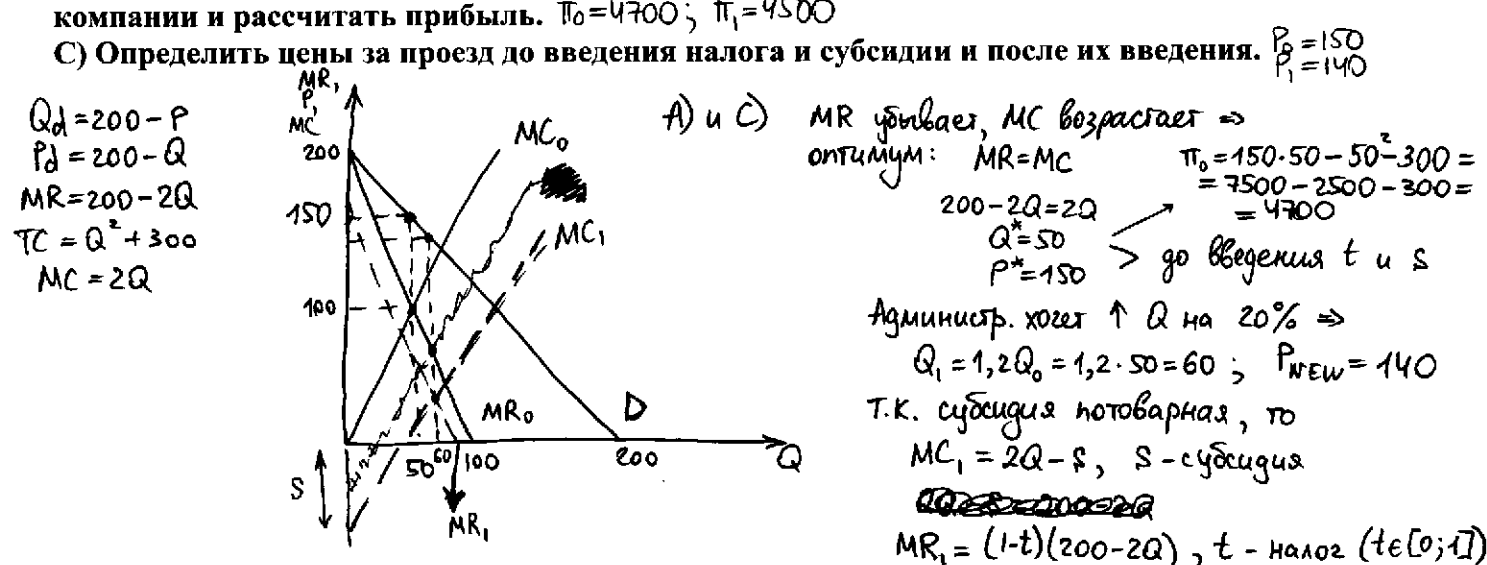
Администрация города Урецка намерена увеличить объем пассажирских перевозок в городе на 20% по сравнению с существующим объемом и снизить цены на проезд в общественном транспорте. Для этого было принято решение субсидировать транспортную компанию в виде выплаты фиксированной суммы денег за каждого перевезенного пассажира. При этом дополнительно было принято решение о том, чтобы установить ставки налога и субсидии таким образом, чтобы сумма уплачиваемого налога компанией в бюджет города равнялась сумме субсидии, выплачиваемой компании из бюджета города.

Задания:

А) Рассчитать ставку налога на доход компании (t) и ставку субсидии (s), выплачиваемой компании из бюджета города при заданных условиях. $t = \frac{1}{3}$; $s = \frac{280}{3}$

В) Определить окажут ли влияние вычисленные ставки налога и субсидии на прибыль компании и рассчитать прибыль. $\pi_0 = 4700$; $\pi_1 = 4500$

С) Определить цены за проезд до введения налога и субсидии и после их введения. $P_0 = 150$; $P_1 = 140$



Кроме того, мы знаем, что

$$Tx = t \cdot TR = (200 - Q)Q \cdot t$$

$$Tr = s \cdot Q$$

При этом $Q^* = 60$, т.е.

$$(200 - 60) \cdot 60 \cdot t = 60 \cdot s$$

$$140t = s$$

$$Tx = Tr$$

решим систему:

$$\begin{cases} 140t = s \\ s - 40 = 80t \end{cases} \Rightarrow 140t - 40 = 80t$$

$$60t = 40$$

$$t = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow s = \frac{140 \cdot 2}{3} = \frac{280}{3}$$

В) Найдем π_1 компании: $\pi_1 = (1-t) \cdot (200-Q) \cdot Q - Q^2 - 300 + s \cdot Q$. Подставим наши значения:
 $\pi_1 = \frac{1}{3} \cdot 140 \cdot 60 - 60^2 - 300 + \frac{280}{3} \cdot 60 = 2800 - 3600 - 300 + 5600 = 4500$. Т.к. π уменьшилась ($\pi_0 = 4700$), то ставки t и s оказали на нее влияние.

Шифр



1558

**НАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ
2019–2020
заключительный этап**

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Москва

Дата:

8.02.2020

ВАРИАНТ 8

Задача 1. На норвежском рынке производят национальный продукт брюнуст – коричневый сыр. Для этого производства бизнес обратился за дотацией. Спрос на эту продукцию задан функцией $Q = 120 - 2P$, где Q – количество товара в штуках головок сыра, P – цена товара в норвежских кронах. При установившемся на рынке равновесии известно, что, если цена изменится на 1%, то объем спроса изменится на 2%, а объем предложения изменится на 1%.

1. Определите размер выручки производителей при установившемся равновесии. 1600
2. Определите, по какой цене должен продаваться этот товар, чтобы выручка производителей была максимальной и размер максимальной выручки. $P = 30$, $TR_{max} = 1800$
3. Дотацию какой величины необходимо дать производителям рынка на каждую единицу продукции, чтобы была достигнута максимальная выручка. 30
4. Определите объем продаж и рыночную цену, если на данном рынке, в результате объединения производителей, была создана одна крупная компания-монополист. $Q^* = 30$, $P^* = 45$

т.к. спрос линейен, и при изменении P на 1%, объем спроса изменится на 2%, то мы можем сделать вывод о том, что $E_P^d = -2$, т.е.

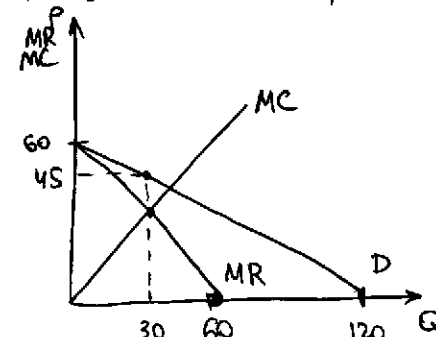
$$E_P^d = Q_P^d \cdot \frac{P}{Q} = -2 \cdot \frac{P}{120 - 2P} = -2; \quad 240 - 4P = 2P; \quad 6P = 240; \quad P^* = 40 \Rightarrow Q^* = 40$$

Про предложение мы знаем, что при изм. P на 1%, объем предложения меняется на 1% \Rightarrow предложение обладает единичной эластичностью: $Q = a \cdot P$ – общий вид. Т.к. $P^* = 40$, $Q^* = 40$, мы

можем найти a : $40 = a \cdot 40$; $a = 1 \Rightarrow Q_s = P$

1) При установившемся равновесии $TR = P \cdot Q = 40 \cdot 40 = 1600$

4) MR

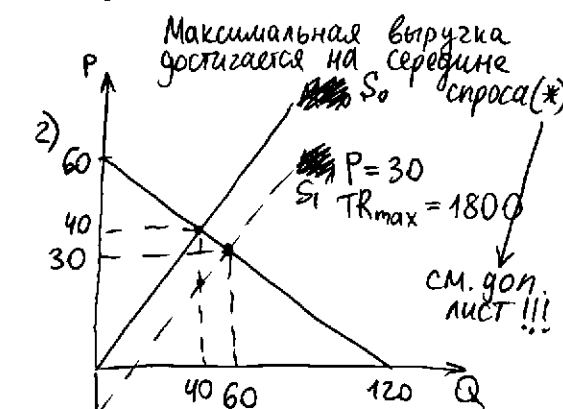


$$Q_s = P \Rightarrow MC = Q$$

$$60 - Q = Q$$

$$Q^* = 30$$

$$P^* = 60 - \frac{1}{2}Q = 60 - 15 = 45$$



3) S_0 "сдвигается" параллельно вниз $\Rightarrow d = 30$,
 $P_s = Q - d$; $P_d = 60 - \frac{1}{2}Q \Rightarrow \frac{3}{2}Q = 60 + d$; $Q = \frac{2}{3}(60 + d) = 60 + \frac{2}{3}d$

Задача 2. В связи с оживлением экономики и открытием новых рабочих мест в государстве Острова Кокоса и Черимойи численность занятых снизилась за год на 6%. При этом уровень безработицы в предыдущем году составлял 10%, а в нынешнем - увеличился до 12%.

Определите, на сколько процентов и в какую сторону изменилось за год количество безработных. Пусть E - кол-во занятых, U - кол-во безработных, тогда

$$u_0 = \frac{U_0}{U_0 + E_0} = 0,1 \text{ (по условию)} \rightarrow U_0 = 0,1U_0 + 0,1E_0; 0,9U_0 = 0,1E_0; \boxed{9U_0 = E_0}$$

т.к. на след. год безработица выросла, кол-во занятых уменьшилось, то кол-во безработных увелич.

$$\Rightarrow E_1 = 0,94E_0 + x \cdot U_0, \text{ где } x - \text{кол-во безработных в году 0, которые нашли работу в году 1}$$

$$U_1 = 0,06E_0 + (1-x)U_0$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{0,06E_0 + (1-x)U_0}{U_0 + E_0} = 0,12 \rightarrow 0,06E_0 + (1-x)U_0 = 0,12U_0 + 0,12E_0$$

$$U_0(0,88-x) = 0,06E_0. \text{ Мы знаем, что } E_0 = 9U_0 \Rightarrow \text{подставим}$$

$$U_0(0,88-x) = 0,06 \cdot 9U_0 \Rightarrow 0,88-x = 0,54; x = 0,34 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_1 = 0,06 \cdot 9U_0 + (1-0,34) \cdot U_0 = 0,54U_0 + 0,66U_0 = 1,2U_0. \text{ Значит, кол-во безработных увеличилось на } \frac{1,2U_0 - U_0}{U_0} = 0,2$$

$$0,2 \cdot 100\% = 20\% \leftarrow \boxed{\text{Ответ}}$$

Задача 3. Администратору фирмы Елене требуется отремонтировать центральный офис.

Фирма «ШтукаТурка», занимающаяся ремонтом помещений, предлагает на выбор любых двух из свободных на данный момент четырех рабочих: Петра, Марию, Игоря и Анну. Известно, что Пётр, работая один, может выполнить всю работу за a дней, Мария — за $a+3$ дня, Игорь — за $a+4$ дня и Анна — за $a+6$ дней, при этом работа Петра стоит 6 тыс. рублей в день, Марии — 4 тыс. рублей в день, Игоря — 3,5 тыс. рублей в день и Анны — 2,5 тыс. рублей в день. Елена выбирает для ремонта двух наиболее дешёвых рабочих: Анну и Игоря.

При каких значениях a ремонт офиса обошёлся бы Елене дешевле, если бы она выбрала Петра и Марию вместо Анны и Игоря?

	Время	Производительность	Работа	З/П	Интуитивно понятно, что при маленьких значениях a выгоднее нанять Петра и Марию, нежели Игоря и Анну.
П	a	$\frac{1}{a}$	1	6	
М	$a+3$	$\frac{1}{a+3}$	1	4	
И	$a+4$	$\frac{1}{a+4}$	1	3,5	
А	$a+6$	$\frac{1}{a+6}$	1	2,5	
И+А	$\frac{1}{\frac{1}{a+4} + \frac{1}{a+6}}$	$\frac{1}{a+4} + \frac{1}{a+6}$	1	6	
П+М	$\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{a+3}}$	$\frac{1}{a} + \frac{1}{a+3}$	1	10	

→ Елена платит за кол-во дней: каждый день обходится Игорю и Анне вместе в 6 т.руб.; Петру и Марии — в 10 т.руб. ⇒ Расходы Елены:

$$\frac{6}{\frac{1}{a+4} + \frac{1}{a+6}} > \frac{10}{\frac{1}{a} + \frac{1}{a+3}}; \frac{6(a+4)(a+6)}{a+6+a+4} - \frac{10a(a+3)}{a+a+3} > 0$$

$$\frac{6}{\frac{1}{a+4} + \frac{1}{a+6}} > \frac{10}{\frac{1}{a} + \frac{1}{a+3}} \downarrow \frac{6(a+4)(a+6)}{(a+5)} - \frac{10a(a+3)}{(2a+3)} > 0$$

Заметим, что это выполняется при $a=4$

($\frac{6}{\frac{1}{8} + \frac{1}{10}} = \frac{480}{18} > \frac{10}{\frac{1}{4} + \frac{1}{7}} = \frac{280}{11}$), но уже не выполняется при $a=5$ и, соответственно, при больших значениях a . Ответ:

Задача 4. Совет директоров компании "Белл & Клингел" принимает решение о распределении излишков бюджета на следующий год в размере 4 млн. руб. в соответствии с потребностями различных подразделений. Их руководители представили списки различных проектов (всего - 16 проектов), которые могли бы быть внедрены в будущем году ради увеличения эффективности их работы и, соответственно, получения компанией дополнительной прибыли. Поскольку заранее неизвестно, сколько денег будет выделено какому отделу, свои списки

руководители заранее упорядочили по приоритетам (так, Проект 2 может быть реализован без Проекта 3, но не наоборот).

Задания:

1. Проанализируйте, какие именно проекты и какого отдела следует профинансировать совету директоров при следующих предположениях:

- считать представленные расчёты точными и достоверными;
 - рассматривать в качестве цели максимизацию прибыли от вложения средств в проекты;
 - полагать извлекаемую из проектов прибыль единоразовой;
 - пренебречь фактором временного разрыва между вложением средств и получением прибыли;
 - исключить ситуацию, когда какой-либо проект финансируется только частично либо многократно;
 - допустить возможность того, что часть исходной суммы в 4 млн. руб. так и останется невостребованной;
 - использовать информацию о проектах из таблиц ниже (единицы измерения - тыс. руб.).
2. Определите предполагаемый прирост прибыли в результате принятия такого плана. Все расчеты проводить с точностью до второго знака после запятой.

Производственный отдел:			Отдел сбыта:		
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки
1	560	720	1	60	880
2	660	600	2	960	360
3	560	1000	3	840	200
4	200	500	4	120	520

Логистический отдел:			IT-отдел:		
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки
1	380	200	1	380	400
2	620	720	2	860	40
3	800	780	3	260	720
4	600	340	4	220	860

Для удобства сделаем следующую таблицу

Производств. отдел		Отдел сбыта	
№	(A)TR-TC	№	(A)TR-TC
1	720-560=160	1	820
2	-60	2	-600
3	440	3	-640
4	300	4	400

Логист. отдел		IT-отдел:	
№	(A)TR-TC	№	(A)TR-TC
1	-180	1	20
2	100	2	-820
3	-20	3	460
4	-260	4	640

⇒ Затраты на IT-отдел:

$$380 + 860 + 260 + 220 = 1720$$

→ Всего мы тратим на проекты:

$$60 + 1980 + 1720 = 3760 \text{ г.е.}$$

$$\text{остается: } 4000 - 3760 = 240 \text{ г.е.}$$

2) Предполаг. прирост π удобно считать по моей таблице. Он составит:

$$160 - 60 + 440 + 300 + 820 + 20 - 820 + 460 + 640 = 1960$$

У нас есть 4000. Давайте решим, как их распределить. Во-первых, совершенно очевидно, что нужно потратить 60 г.е. (проект №1 - отдел сбыта), т.к. прирост (итоговый) Наибольший. Тратить на проекты 2,3 этого отдела не нужно, т.к. они принесут суммарно меньше, чем мы на них затрачиваем (даже несмотря на то, что проект 4 потом принесёт 400 г.е. $-600 - 640 + 400 < 0$!). Во-вторых, необходимо потратить деньги на Производств. отдел: 560 г.е. Также стоит сделать вложение и во 2-ой, и в 3-ий и 4-ый проекты (пропустить 2-ой мы не можем, потому что 3-ий и 4-ый принесут нам суммарно больше, чем мы в итоге теряем на 2-ом).

→ Затраты на производств. отдел = $560 + 660 + 560 + 200 = 1980$

Осталось рассмотреть 2 отдела. Тратиться на проекты Логистического также не имеет смысла, т.к. мы теряем (в итоге) 180 на первом и получаем только 100 на 2-ом ($-180 + 100 = -80 < 0$).

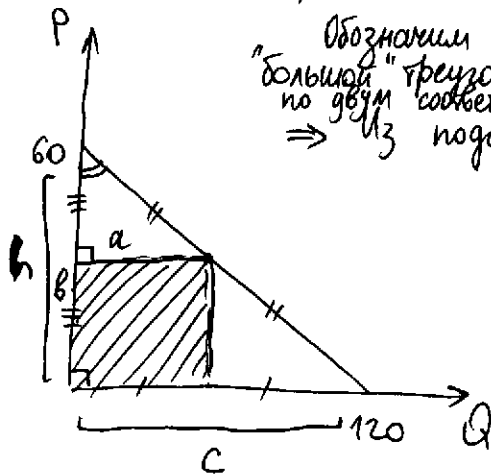
На IT-отдел имеет смысл потратить деньги, поскольку даже теряя -820 на 2-ом проекте, мы окупились на 3+4 ($460 + 640 = 1100 > 820$).

ЧИСТОВИК

Задача 1 (Продолжение).

2) * Док-во того факта, что максимальная выручка достигается на середине спроса:

Обозначим за a, b, c, h отрезки, как на графике. Мы видим, что "большой" треугольник (между осями P и Q) подобен "маленькому" (который над заштрихов. фигурой) по двум соответ. равным углам. \Rightarrow Из подобия треугольников следует, что



$$\frac{h-b}{h} = \frac{a}{c} \Rightarrow ah = ch - bc$$

$$a = c - \frac{b \cdot c}{h}$$

$$ab = c \cdot b - b^2 \cdot \frac{c}{h} \rightarrow \max \text{ по } b$$

$$b^* = \frac{c}{\frac{2c}{h}} = \frac{c \cdot h}{2c} = \frac{h}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{h-b}{h} = \frac{h-\frac{h}{2}}{h} = \frac{\frac{1}{2}h}{h} = \frac{1}{2}$$



