

Задача 5. В соответствии с Налоговым кодексом России некоторые организации используют упрощенную систему налогообложения (УСН), согласно которой налогом облагаются только их доходы (выручка), а не прибыль.

Предположим, что в небольшом городе Сосновка на рынке пассажирских перевозок действует единственная транспортная компания «Реал», которая как раз планирует перейти на УСН, в соответствии с которой налог устанавливается в виде процента от получаемого компанией дохода (выручки). Управление экономического развития Администрации города предоставило информацию о спросе на транспортные услуги компании, который описывается функцией:

$$Q = 400 - P_D,$$

где Q – количество перевозимых пассажиров, а P_D – цена билета за поездку.

Зависимость общих затрат компании от количества перевезенных пассажиров представлена в виде:

$$TC = Q^2 + 500$$

Администрация города Сосновка намерена увеличить объем пассажирских перевозок в городе на 25% по сравнению с существующим объемом и снизить цены на проезд в общественном транспорте. Для этого было принято решение субсидировать транспортную компанию в виде выплаты фиксированной суммы денег за каждого перевезенного пассажира. При этом дополнительно было принято решение о том, чтобы установить ставки налога и субсидий таким образом, чтобы сумма уплачиваемого налога компаний в бюджет города равнялась сумме субсидий, выплачиваемой компании из бюджета города.

Задания:

- Расчитать ставку налога на доход компании (t) и ставку субсидии (s), выплачиваемой компании из бюджета города при заданных условиях.
- Определить окажут ли влияние вычисленные ставки налога и субсидии на прибыль компании и рассчитать прибыль.
- Определить цены за проезд до введения налога и субсидии и после их введения.

$$Q^d = 400 - P \Rightarrow P = 400 - Q$$

$$TC = Q^2 + 500$$

$$a) \text{ После введения субсидии } TC = Q^2 + 500 - sQ$$

$$\pi = (1-t)(400-Q)Q - Q^2 + sQ - 500 \Rightarrow \max_{Q \geq 0}$$

Посчитаем общие расходы на введение субсидии и налога (т.к. считаем, что фирма платит 125% ЕТ прибыли на УСН). Существующая прибыль: $\pi = (400-Q)Q - Q^2 + 400Q - 500 \Rightarrow \max_{Q \geq 0}$

$$\max_{Q \geq 0} Q \text{ вычислим } Q^* = \frac{400}{2} = 200; \text{ Существующий объем } 100.$$

Тогда налог и субсидии общие увеличатся на 25% \Rightarrow ставка будет 125.

$$\text{Затем считаем прибыль после введения субсидии и УСН: } \pi = (1-t)(400Q - Q^2) - Q^2 + sQ - 500 = 400Q - Q^2 - 400Qt + Q^2 - Q^2 + sQ - 500 = Q^2(1-t-s) + Q(400-400t+s) - 500 \Rightarrow \max_{Q \geq 0}$$

$$\text{т.к. } t-s \text{ где } t \text{ вычислим, учитывая, что } t < 1 \Rightarrow t-s < 0. \text{ Значит, } \pi;$$

$$\max_{Q \geq 0} Q \text{ вычислим } Q^* = \frac{400-400t+s}{2(1-t)}, \quad 400t-s \leq 400;$$

$$Q^* = 0, \quad 400t-s > 400.$$

По условию $T = S$. Тогда учтем, что $Q^* = 125$ (т.к. было $Q = 100$ и выросло на 25%).

$$\text{Учитывая: } 125 \cdot 400 = 125(400 - 125) \Rightarrow T = S = 125 \cdot 125 = 15625; \text{ ! вычитаем не по формуле } \Rightarrow$$



1

2937

70

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2019–2020

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Москва

Дата: 08.02.2020

ВАРИАНТ 7

Задача 1. На шведском рынке производят национальный продукт квашенную селедку – Сюрстрёмминг. Для этого производства бизнес обратился за дотацией. Спрос на эту продукцию задан функцией $Q = 100 - 3P$, где Q – количество товара в упаковках, P – цена товара в шведских кронах. При установившемся на рынке равновесии известно, что, если цена изменится на 1%, то объем спроса изменится на 2%, а объем предложения изменится на 2%.

- Определите размер выручки производителей при установившемся равновесии.
- Определите, по какой цене должен продаваться этот товар, чтобы выручка производителей была максимальной и размер максимальной выручки.
- Дотацию какой величины необходимо дать производителям рынка на каждую единицу продукции, чтобы была достигнута максимальная выручка.
- Определите объем продаж и рыночную цену, если на данном рынке, в результате объединения производителей, была создана одна крупная компания-монополист.

$Q^d = 100 - 3P$; Пусть $P^* = P_c$ – равновесная цена. Если $P \uparrow$, то $Q^d \downarrow$ – закон спроса; Если $P \downarrow$, то $Q^d \uparrow$ – закон предложения. Исход из равновесия: $Q_c = P_c = 50$.

$$100 - 3P_c = P_c \Rightarrow P_c = 25; Q_c = 50$$

$$100 - 3P_c = P_c \Rightarrow P_c = 25; Q_c = 50$$

$$2 \cdot 100 - 3 \cdot 101P_c = 0,98(100 - 3P_c);$$

$$100 - 3,03P_c = 98 - 2,94P_c;$$

$$2 = 0,09P_c;$$

$$P_c = \frac{2}{0,09} = 2 \cdot \frac{100}{9} = \frac{200}{9}$$

$$Q_c = 100 - 3P_c = 100 - \frac{200 \cdot 3}{9} = 100 - \frac{200}{3} = \frac{100}{3}$$

$$TR = P_c Q_c = \frac{200}{9} \cdot \frac{100}{3} = \frac{20000}{27}$$

$$Q^d = 100 - 3P \Rightarrow 3P = 100 - Q \Rightarrow P = \frac{100 - Q}{3}$$

$$TR = \frac{100 - Q}{3} \cdot Q = \frac{100Q - Q^2}{3} \rightarrow$$

$\rightarrow \max_{Q \geq 0}$

$$\max_{Q \geq 0} Q \text{ вычислим } Q^* = 50; P^* = \frac{50}{3}$$

$$Q^* = 50; P^* = \frac{50}{3}$$

$$TR_{\max} = TR(Q^* = 50) =$$

$$= \frac{5000 - 2500}{3} = \frac{2500}{3}$$

$$= \frac{2500}{3}$$

максимальная на графике

Задача 2. В связи с закрытием некоторых отдельных предприятий численность занятых в Банановой республике снизилась за год на 5%. При этом уровень безработицы в предыдущем году составлял 16%, а в нынешнем - увеличился до 17%.

Определите, на сколько процентов и в какую сторону изменилось за год количество безработных. Пусть в прошлом году было x безработных и E занятых. Тогда всегда

из условия:
$$\frac{x}{E+x} = 0,16$$

или
$$\frac{x}{E+x} = 0,16$$

$$\frac{x}{E+x} = 0,17$$

или
$$\frac{x}{E+x} = 0,16$$

$$\frac{x}{E+x} = 0,165$$

$$\frac{x}{E+x} = 0,165$$

Задача 3. Власту требуется отремонтировать помещение под магазин. Фирма «МагСтрой» занимается ремонтом различных помещений, предлагает на выбор любых двух из свободных на данный момент четырех рабочих: Максима, Арсения, Валерия и Анну. Известно, что Максим, работая один, может выполнить всю работу за a дней, Арсений — за $a+2$ дня, Валерий — за $a+4$ дня и Анна — за $a+5$ дней, при этом работа Анна стоит 2 тыс. рублей в день, Валерия — 3 тыс. рублей в день, Арсения — 4 тыс. рублей в день и Максима — 5 тыс. рублей в день. Власт выбирает для ремонта двух наиболее производительных рабочих: Максима и Арсения.

При каких значениях a ремонт помещения обобщился бы Власту дешевле, если бы он выбрал Валерия и Анну вместо Максима и Арсения?

Решение: затраты при выборе Максима и Арсения: $5a + (a+2) \cdot 4$
$$5a + 4a + 8 = 9a + 8$$

или
$$\frac{a(a+2)}{2(a+1)} = \frac{a(a+2)}{2(a+1)}$$

$$\frac{a(a+2)}{2(a+1)} = \frac{a(a+2)}{2(a+1)}$$

Валерий и Анна за 1 день делают вместе $\frac{1}{a+4} + \frac{1}{a+5} = \frac{2a+9}{(a+4)(a+5)}$
$$\frac{1}{a+4} + \frac{1}{a+5} = \frac{2a+9}{(a+4)(a+5)}$$

Тогда затраты будут равны $(3+2) \cdot \frac{(a+4)(a+5)}{5(2a+9)} = \frac{(a+4)(a+5)}{2a+9}$
$$(3+2) \cdot \frac{(a+4)(a+5)}{5(2a+9)} = \frac{(a+4)(a+5)}{2a+9}$$

Задача 4. Совет директоров российской компании "Alpha Blend & Co" принимает решение о распределении излишков бюджета на следующий год в размере 7 млн. руб. в соответствии с потребностями различных подразделений. Их руководители представили списки различных проектов (всего - 16 проектов), которые могли бы быть внедрены в будущем году ради увеличения эффективности их работы и, соответственно, получения компанией дополнительной прибыли. Поскольку заранее неизвестно, сколько денег будет выделено какому отделу, свои списки

руководители заранее упорядочили по приоритетам (так, Проект 2 может быть реализован без Проекта 3, но не наоборот).

Задачи: 1. Проанализируйте, какие именно проекты и какого отдела следует профинансировать совету директоров при следующих предположениях:

- а) считать представленные расчеты точными и достоверными;
- б) рассматривать в качестве цели максимизацию прибыли от вложения средств в проекты;
- в) полагать извлекаемому из проектов прибыль единовременной;
- г) пренебречь фактором временного разрыва между вложением средств и получением прибыли;
- д) исключить ситуацию, когда какой-либо проект финансируется только частично либо многократно;
- е) допустить возможность того, что часть исходной суммы в 7 млн. руб. так и останется неиспользованной;
- ж) использовать информацию о проектах из таблиц ниже (единицы измерения - тыс. руб.).

2. Определите предполагаемый прирост прибыли в результате принятия такого плана. Все расчеты проводить с точностью до второго знака после запятой.

Производственный отдел:				Отдел сбыта:			
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки		
1	220	840	1	480	360		
2	760	580	2	400	340		
3	820	400	3	400	220		
4	300	620	4	940	380		

Логистический отдел:				IT-отдел:			
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки		
1	120	720	1	860	800		
2	260	100	2	980	780		
3	920	220	3	540	500		
4	60	840	4	860	700		

1) Не avendo надобности решать прибыль от каждого проекта. $\pi = 78 - 78$. Замечая π около каждого проекта: $\pi_1 = 620$, $\pi_2 = -180$, $\pi_3 = -420$, $\pi_4 = 320$

$$\pi_1 = 620$$

$$\pi_2 = -180$$

$$\pi_3 = -420$$

$$\pi_4 = 320$$

Заметим, что после нас список реализующих проект IT-отдел, м.к. в нем π он все проект отрицательное (а прибыль отрицательная, т.е. неперспективный проект) $\pi_1 = 620$, $\pi_2 = -180$, $\pi_3 = -420$, $\pi_4 = 320$

Итак, мы видим, что проект 1, проект 2, проект 3, проект 4, проект 5, проект 6, проект 7, проект 8, проект 9, проект 10, проект 11, проект 12, проект 13, проект 14, проект 15, проект 16

Итак, мы видим, что проект 1, проект 2, проект 3, проект 4, проект 5, проект 6, проект 7, проект 8, проект 9, проект 10, проект 11, проект 12, проект 13, проект 14, проект 15, проект 16

Шифр _____

всего 40 баллов

Задача 1

10 баллов

Задача 2

5 баллов

Задача 3

5 баллов

Задача 4

25 баллов

Задача 5

25 баллов

ЧИСТОВИК №1

Трассирование загадки №2.

$$U = \frac{4}{21} E;$$

при этом $U_1 = \frac{0,1615 E}{0,83} = \frac{1615 E}{8300} = \frac{323}{1660} E$

Значит, $\frac{U_2}{U} = \frac{\frac{323}{1660} E}{\frac{4}{21} E} = \frac{323}{1660} \cdot \frac{21}{4} = \frac{6783}{6640};$

$$\frac{U_2 - U}{U} = \frac{\frac{6783}{6640} U - U}{U} = \frac{143 U}{6640 U} = \frac{143}{6640}$$

Получается, что $\frac{U_2 - U}{U} \cdot 100\% = \frac{14300}{6640} \% = \frac{1430}{664} \% = \frac{715}{332} \%.$

Поэтому как-то безразлично возрасо на $\frac{715}{332} \%.$
 Ответ: возрасо на $\frac{715}{332} \%.$

Трассирование загадки №4.3.

Сравним, при каких а $TC_2 < TC_1$. По условию $\frac{5(a+4)(a+5)}{(2a+9)2(a+1)} < \frac{9a(a+2)}{2a+9};$

$$\frac{5(a+4)(a+5) \cdot 2(a+1)}{(2a+9)2(a+1)} < \frac{9a(a+2)(2a+9)}{(2a+9)(2a+9)}$$

$$2 \cdot 5(a+4)(a+5)(a+1) < 9a(a+2)(2a+9)$$

$$10(a^2 + 9a + 20)(a+1) < 9a(2a^2 + 13a + 18)$$

$$10(a^3 + 9a^2 + 20a + 20) < 9(2a^3 + 13a^2 + 18a)$$

$$10a^3 + 100a^2 + 290a + 200 < 18a^3 - 117a^2 - 162a < 0;$$

См. задание
 Ответ →

Примерная работа №5.

$$275 \cdot t \cdot 125 = 5 \cdot 125; \quad / : 125$$

$$275t = 5;$$

$$\text{или } 375, \text{ что } q^* = \frac{400 - 400t + 5}{2(2-t)} = 125; \text{ поэтому } S = 275t.$$

$$\frac{400 - 400t + 275t}{2(2-t)} = 125; \quad 400 - 125t = 250 \cdot 2 - 250t;$$

$$400 - 125t = 500 - 250t;$$

$$125t = 100;$$

$$t = \frac{100}{125} = \frac{4}{5} = 0,8;$$

$$S = 275t = 275 \cdot \frac{4}{5} = 220.$$

Максимум получим на q^* : $400t - 5 = 400$;

$$400 \cdot 0,8 - 220 = 320 - 220 = 100 < 400. \text{ Все верно. } t < 1.$$

$$\text{Значит, } t = 0,8; S = 220$$

В) Рассмотрим функцию по цене и количеству.

$$\Pi_1 = -2q^2 + 400q - 500 = -2 \cdot 10000 + 40000 - 500 = 19500;$$

Рассмотрим функцию по цене и количеству

$$\Pi_2 = -125p^2 - 125(1-0,8) \cdot 125 \cdot 275 - 125^2 - 500 + 125 \cdot 220 =$$

$$= 0,2 \cdot 34375 - 15625 - 500 + 27500 = 6875 - 15625 - 500 + 27500 =$$

$$= 18250. \text{ Поэтому оптимальная цена } (19500 - 18250) = 1250 \text{ руб.}$$

С) До выкупа и после: в первую и вторую неделю, что $q_1 = 100$;

$$\text{Значит, } P_1 = 400 - 100 = 300; \quad \text{После выкупа цена: } q_2 = 125; \text{ Значит,}$$

$$P_2 = 400 - 125 = 275.$$

Прогнозные данные №4.

ЧИСТОВИК №2.

В альтернативном варианте первый проект приносит прибыль $420 - 120 = 600$; второй и третий проекты убыточны, но альтернативный вариант прибыли > 0 . Чтобы принять решение, сравним убытки от проектов №2 и №3 с прибылью от проекта №4. Убытки равны $160 + 420 = 860$; а прибыль равна $840 - 60 = 780$. Прибыль не превышает убытки \Rightarrow на реализацию проекта №2-4. То есть, мы реализуем все два проекта: проект №1 в производственном сегменте и проект №1 в сегменте кон. сегмента. $\pi = (840 - 220) + (420 - 120) = 620 + 600 = 1220$.

Прогнозные данные №1.

$$Q^d = 100 - 3P \Rightarrow P = \frac{100 - Q}{3}$$

П.ч. в условиях абсолютного монополии не следует допускать, чтобы $TC = 0$. $\pi = \frac{100Q - Q^2}{3} \rightarrow \max; Q \geq 0$

$$\begin{aligned} \max Q_{\text{опт}} &= \frac{100}{2} = 50 \Rightarrow Q^* = 50, \quad P = \frac{100 - Q}{3} = \frac{50}{3} \\ \pi &= \frac{5000 - 2500}{3} = \frac{2500}{3} \end{aligned}$$

③ ~~$100 - 3(P - S)$~~ Пусть равные цены S , тогда

$$Q^d = 100 - 3(P - S) = 100 - 3P + 3S \Rightarrow P = \frac{100 + 3S - Q}{3}$$

$$TR = \frac{100Q + 3SQ - Q^2}{3} \rightarrow \max$$

Это равное значение цены $Q_0 = 100 + 3S$

$$Q_0 = \frac{100 + 3S}{2}$$

См. след.

ссылку \searrow

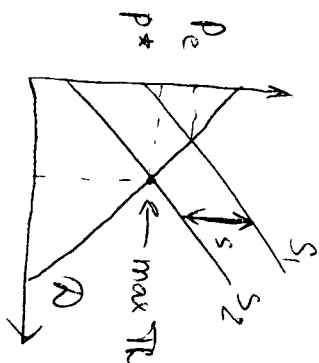
$$TR(Q^*) = 100 \cdot \frac{100 + 3S}{2} + 3S \cdot \frac{100 + 3S}{2} = \frac{(100 + 3S)^2}{4}$$

$$= 5000 + 150S + 150S + 4,5S^2 = 2500 + 150S + 4,5S^2$$

$$\pi_{\max} = \frac{2500}{3} \text{ pour } p^* = \frac{50}{3}$$

donner $p_e = \frac{200}{9}$;

$$S = p_e - p^* = \frac{200}{9} - \frac{50}{3} =$$



$$= \frac{200-150}{9} = \frac{50}{9} \quad \text{Mettre, donner le résultat } \frac{50}{9}$$