

**Задача 5.** В соответствии с Налоговым кодексом России некоторые организации используют упрощенную систему налогообложения (УСН), согласно которой налогом облагаются только их доходы (выручка), а не прибыль.

Предположим, что в небольшом городе Сосновка на рынке пассажирских перевозок действует единственная транспортная компания «Реал», которая как раз планирует перейти на УСН, в соответствии с которой налог устанавливается в виде процента от получаемого компанией дохода (выручки). Управление экономического развития Администрации города предоставило информацию о спросе на транспортные услуги компании, который описывается функцией:

$$Q = 400 - P_D,$$

где  $Q$  – количество перевозимых пассажиров, а  $P_D$  – цена билета за поездку.

Зависимость общих затрат компании от количества перевезенных пассажиров представлена в виде:

$$TC = Q^2 + 500$$

Администрация города Сосновка намерена увеличить объем пассажирских перевозок в городе на 25% по сравнению с существующим объемом и снизить цены на проезд в общественном транспорте. Для этого было принято решение субсидировать транспортную компанию в виде выплаты фиксированной суммы денег за каждого перевезенного пассажира. При этом дополнительно было принято решение о том, чтобы установить ставки налога и субсидии таким образом, чтобы сумма уплачиваемого налога компанией в бюджет города равнялась сумме субсидии, выплачиваемой компании из бюджета города.

**Задания:**

**А) Рассчитать ставку налога на доход компании ( $t$ ) и ставку субсидии ( $s$ ), выплачиваемой компании из бюджета города при заданных условиях.**

**В) Определить окажут ли влияние вычисленные ставки налога и субсидии на прибыль компании и рассчитать прибыль.**

**С) Определить цены за проезд до введения налога и субсидии и после их введения.**

**А)**  $\pi = TR - TC = (400 - Q)Q - Q^2 - 500$ , *наработка ветвей выш. макс. в т. экстремума.*  
 $400 - Q = P_D$   $\pi' = 400 - 4Q$   $400 - 4Q = 0$ .  $Q = 100$   
 т.к. город хочет увеличить  $Q$  на 25%.  
 $Q_2 = 1,25 \cdot 100 = 125$ .  
 заменим новую функцию  $\pi$ .  
 $\pi_2 = TR \cdot t - TC + s \cdot Q = (400 - Q)Q \cdot t - Q^2 - 500 + sQ =$   
 $= 400Qt - Q^2t - Q^2 - 500 + sQ = -(t+1)Q^2 + (400t+s)Q - 500$ .  
*наработка ветвей выш. макс. в т. экстремума.*  
 $\pi_2' = -2(t+1)Q + 400t + s = 0$   
 $Q = \frac{400t+s}{2t+2} = 125$ , так как известно, что утвертки админ-  
 истрации от бюджета  $s$  = поступления в бюджет от налога.  
 $(400 - Q)Q(1-t) = Q \cdot s$ , т.к.  $Q \neq 0$   $(400 - Q)(1-t) = s$ .  
 $\frac{400t+s}{2t+2} = 125$   $\Rightarrow \frac{400t + 245(1-t)}{2t+2} = 125 (2t+2 \neq 0)$   
 $400t + 245 - 245t = 250t + 250$   
 $400t + 245 = 250t + 250$   
 $150t = 5$   $t = \frac{5}{150} = \frac{1}{30} = 0,033$   
 $t = \frac{25}{125} = \frac{1}{5} = 0,2$ , значит компания имеет  $(1-0,2) = 0,8$ , т.е. 80%.  
 $s = 245 \cdot (1-0,2) = 245 \cdot 0,8 = 220$



# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2019–2020

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Москва

Дата: 08.02.2020.

## ВАРИАНТ 7

**Задача 1.** На шведском рынке производят национальный продукт квашенную селедку – Сюрстрёмминг. Для этого производства бизнес обратился за дотацией. Спрос на эту продукцию задан функцией  $Q = 100 - 3P$ , где  $Q$  – количество товара в упаковках,  $P$  – цена товара в шведских кронах. При установившемся на рынке равновесии известно, что, если цена изменится на 1%, то объем спроса изменится на 2%, а объем предложения изменится на 2%.

**1. Определите размер выручки производителей при установившемся равновесии.**

**2. Определите, по какой цене должен продаваться этот товар, чтобы выручка производителей была максимальной и размер максимальной выручки.**

**3. Дотацию какой величины необходимо дать производителям рынка на каждую единицу продукции, чтобы была достигнута максимальная выручка.**

**4. Определите объем продаж и рыночную цену, если на данном рынке, в результате объединения производителей, была создана одна крупная компания-монополист.**

1. т.е.  $Q_E = 100 - 3P_E$   
 $0,98Q_E = 100 - 3 \cdot 1,01P_E$ , подставим вместо  $Q_E$   $100 - 3P_E$   
 $0,98(100 - 3P_E) = 100 - 3,03P_E$   
 $98 - 2,94P_E = 100 - 3,03P_E$   
 $3,03P_E - 2,94P_E = 2$   
 $0,09P_E = 2$ .  $9P_E = 200$   $P_E = \frac{200}{9} = 22\frac{2}{9}$   
 $Q_E = (100 - \frac{3 \cdot 200}{9}) = (\frac{900 - 600}{9}) = \frac{300}{9} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$ .  
 $TR = P_E \cdot Q_E = \frac{200}{9} \cdot \frac{100}{3} = \frac{20000}{27} = \frac{20000}{27} = 740\frac{20}{27}$   
 Ответ:  $740\frac{20}{27}$ .  
 2.  $TR = P \cdot Q = (100 - 3P)P = 100P - 3P^2$  *наработка ветвей выш. макс. в т. экстремума.*  
 $TR' = 100 - 6P$   $P_E = \frac{100}{6} = 16\frac{2}{3} = 16\frac{2}{3}$   
 $TR_{max} = (100 - \frac{3 \cdot 100}{6}) \cdot \frac{100}{6} = (100 - 50) \cdot \frac{100}{6} = 50 \cdot \frac{50}{3} = \frac{2500}{3} = 833\frac{1}{3}$ .  
 Ответ:  $TR_{max} = 833\frac{1}{3}$ , при этом  $P = 16\frac{2}{3}$ .

**Задача 2.** В связи с закрытием некоторых отдельных предприятий численность занятых в Банановой республике снизилась за год на 5%. При этом уровень безработицы в предыдущем году составлял 16%, а в нынешнем - увеличился до 17%.

Определите, на сколько процентов и в какую сторону изменилось за год количество безработных.

$$\begin{array}{l} \text{безработные} \quad x \\ \text{занятые} \quad y \\ \text{ур. безработицы} \quad \frac{x}{x+y} \cdot 100 = 16\% \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{array} \quad \begin{array}{l} x \\ n \cdot x \\ 0,95y \\ x \cdot n \\ x \cdot n + 0,95y \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{x}{x+y} \cdot 100 = 16 \\ 100x = 16x + 16y \\ 84x = 16y \\ \frac{21}{4}x = y \\ \frac{x \cdot n + 100}{x \cdot n + 0,95y} = 17 \end{array}$$

$$100xn = 17xn + 0,95 \cdot 17y$$

$$83xn = 0,95 \cdot 17 \cdot \frac{21}{4}x$$

$$n = \frac{0,95 \cdot 17 \cdot 21}{4 \cdot 83} = \frac{339,5}{332} = 1,0201, \text{ т.е. кол. безработных увеличилось на } 2\%$$

**Задача 3.** Власу требуется отремонтировать помещение под магазин. Фирма «МагСтройО», занимающаяся ремонтом различных помещений, предлагает на выбор любых двух из свободных на данный момент четырёх рабочих: Максима, Арсения, Валерия и Анну. Известно, что Максим, работая один, может выполнить всю работу за  $a$  дней, Арсений — за  $a+2$  дня, Валерий — за  $a+4$  дня и Анна — за  $a+5$  дней, при этом работа Анна стоит 2 тыс. рублей в день, Валерия — 3 тыс. рублей в день, Арсения — 4 тыс. рублей в день и Максима — 5 тыс. рублей в день. Влас выбирает для ремонта двух наиболее производительных рабочих: Максима и Арсения.

При каких значениях  $a$  ремонт помещения обошёлся бы Власу дешевле, если бы он выбрал Валерия и Анну вместо Максима и Арсения?

речь о том помещении, тогда скорости, которыми работают Максим, Арсений, Валерия, Анна  $\frac{1}{a}, \frac{1}{a+2}, \frac{1}{a+4}, \frac{1}{a+5}$  соответственно. Тогда скорость, с которой работают Максим и Арсений  $(\frac{1}{a} + \frac{1}{a+2})$ , скорость, с которой работают Анна и Валерий  $(\frac{1}{a+4} + \frac{1}{a+5})$ , тогда Максим и Арсений справятся за  $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{a+2}} = \frac{a(a+2)}{2a+2}$  дней, т.к. им будут платить по 5 и 4 рубля за день, всего им заплатят:  $5 \cdot \frac{a(a+2)}{2a+2} + 4 \cdot \frac{a(a+2)}{2a+2} = \frac{(4a+5)a(a+2)}{2a+2}$

Анна и Валерий справятся за  $\frac{1}{\frac{1}{a+4} + \frac{1}{a+5}} = \frac{(a+4)(a+5)}{2a+9}$  дней, т.к. им будут платить по 3 и 2 рубля за день, всего им заплатят:  $3 \cdot \frac{(a+4)(a+5)}{2a+9} + 2 \cdot \frac{(a+4)(a+5)}{2a+9} = \frac{5(a+4)(a+5)}{2a+9}$

Тогда  $\frac{5(a+4)(a+5)}{2a+9} < \frac{(4a+5)a(a+2)}{2a+2} \Rightarrow \frac{5a(a+2)(2a+9) - (a+4)(a+5)(2a+2)}{(2a+9)(2a+2)} > 0$

т.е.  $-10a^3 + 100a^2 - 290a - 200 + 18a^3 + 81a^2 + 36a + 162a > 0$

$+8a^3 + 174a^2 - 128a - 200 > 0$   $(2a+9)(2a+2) > 0$   $(2a+2) > 0$  т.к. Максим не мог бы выполнить работу за отрицательное число дней.  $8a^3 + 174a^2 - 128a - 200 > 0$   $8a(a^2 - 16) + 174a^2 - 200 > 0$   $8a^3 + 174a^2 - 128a - 200 > 0$   $a^2 > 1/17$  т.к.  $a \in \mathbb{N}$

**Задача 4.** Совет директоров российской компании "Anna Brend & Co" принимает решение о распределении излишков бюджета на следующий год в размере 7 млн. руб. в соответствии с потребностями различных подразделений. Их руководители представили списки различных проектов (всего - 16 проектов), которые могли бы быть внедрены в будущем году ради увеличения эффективности их работы и, соответственно, получения компанией дополнительной прибыли. Поскольку заранее неизвестно, сколько денег будет выделено какому отделу, свои списки

руководители заранее упорядочили по приоритетам (так, Проект 2 может быть реализован без Проекта 3, но не наоборот).

**Задания:**

1. Проанализируйте, какие именно проекты и какого отдела следует профинансировать совету директоров при следующих предположениях:

- считать представленные расчёты точными и достоверными;
  - рассматривать в качестве цели максимизацию прибыли от вложения средств в проекты;
  - полагать извлекаемую из проектов прибыль единоразовой;
  - пренебречь фактором временного разрыва между вложением средств и получением прибыли;
  - исключить ситуацию, когда какой-либо проект финансируется только частично либо многократно;
  - допустить возможность того, что часть исходной суммы в 7 млн. руб. так и останется невостребованной;
  - использовать информацию о проектах из таблиц ниже (единицы измерения - тыс. руб.).
2. Определите предполагаемый прирост прибыли в результате принятия такого плана. Все расчеты проводить с точностью до второго знака после запятой.

Производственный отдел:			Отдел сбыта:		
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки
1	220	840	1	480	360
2	760	580	2	400	340
3	820	400	3	400	220
4	300	620	4	940	380

Логистический отдел:			IT-отдел:		
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки
1	120	720	1	860	800
2	260	100	2	980	780
3	920	220	3	540	500
4	60	840	4	860	700

1. Заметим, что в IT-отделе и отделе сбыта при финансировании любого из проектов прирост выручки меньше затрат на эти проекты => их финансировать не выгодно.

Тогда посмотрим на производственный отдел

прирост выручки - затраты

- $840 - 220 = 620$
- $580 - 760 = -180$
- $400 - 820 = -420$
- $620 - 300 = 320$

прибыль за 1 проект  $> 0$ .  
прибыль за 2 и 3 проект  $< 0$ , но без них нельзя реализовать 4 проект, но при финансировании 4 проекта компания получит меньше, чем потеряет  $(580 + 400 + 620 - 300 - 820 - 760 = -1000 - 1880 < 0)$ . => 2, 3, 4 проект финансировать не выгодно.

и отдел логистический:

прирост выручки - затраты

- $720 - 120 = 600$
- $100 - 260 = -160$
- $220 - 920 = -700$
- $840 - 60 = 780$

прибыль за 1 проект  $> 0$ .  
за 2 и 3 проект  $< 0$ , но без них нельзя реализовать 4, но при финансировании 4 проекта компания получит меньше, чем потеряет от 2 и 3 проекта.  $(100 + 220 + 840 - 260 - 920 - 700 = 1160 - 1240 < 0)$  => 2, 3, 4 проекта финансировать не выгодно.

Отвеч: следует профинансировать 1 проект у производственного отдела и у логистического.

2.  $840 + 420 - 120 - 220 = 1560 - 340 = 1220$  тыс. руб.

Отвеч: 1220 000 руб.

Шифр \_\_\_\_\_

всего 90 баллов

Задача 1 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

15 баллов

Задача 2 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5 баллов

Задача 3 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

15 баллов

Задача 4 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

25 баллов

Задача 5 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

25 баллов

$$\frac{100 - Q - 3MC}{100 - Q} = \frac{Q}{100 - Q}$$

$$100 - Q - 3MC = Q$$

$$100 - 2Q = 3MC$$

$$\frac{100}{3} - \frac{2}{3}Q = MC$$

т.к. фирма монополист. Тогда, когда  $MR = MC$

$$MR = \left( \left( \frac{100 - Q}{3} \right) \cdot Q \right)' = \left( \frac{100Q - Q^2}{3} \right)' = \frac{100}{3} - \frac{2}{3}Q$$

$$\frac{100}{3} - \frac{2}{3}Q = MC$$

Задача 3.  
если  $a = 4$ , то Власу ремонт обошелся бы дешевле,  
если бы он вызвал Валерию и Анну, т.к. тогда.

$8a(a^2 - 16) = 0$ , но  $14 \cdot 4^2 - 200 > 0$ , если  $a > 4$   
 $8a(a^2 - 16) > 0$ ,  $14a^2 > 200$ ,  $\Rightarrow$  он ремонт тоже бы  
обошелся дешевле. Если  $a \leq 3$   $8a(a^2 - 16) < 0$ . и  
 $14a^2 < 200$ , т.к.  $11\frac{3}{4} > 9$ . Поэтому  $3 \geq a > 0$  будет выгоднее  
называть Максима и Арсения.  
Ответ:  $a \in [4; +\infty)$ .



Задача 5.

Омбем: ставка налога 80%, суденди 220, чистовик.

$$B) \pi = (400 - 100) \cdot 100 - 100^2 - 500 = 30000 - 10000 - 500 = 20000 - 500 = 19500$$

$$\pi_1 = -(0,2 + 1) \cdot 125 \cdot 125 + (400 \cdot 0,2 + 220) \cdot 125 - 500 =$$

$$= -1,2 \cdot 125^2 + (320 + 220) \cdot 125 - 500 = 125(540 - 1,8 \cdot 125) - 500 = (540 - 225) \cdot 125 - 500 = 315 \cdot 125 - 500 = 39375.$$

$$\pi_2 = 39375$$

$$= -1,2 \cdot 125 \cdot 125 + (80 + 220) \cdot 125 - 500 =$$

$$= (-150 + 300) \cdot 125 - 500 = 150 \cdot 125 - 500 =$$

$$= 18750 - 500 = 18250.$$

Омбем: Да, оукайым. Нобар  $\pi = 18250$ .

$$C) Q_1 = 100 \quad Q_2 = 125$$

$$Q = 400 - P_d$$

$$P_d = 400 - Q$$

$$P_1 = 400 - 100 = 300 \quad P_2 = 400 - 125 = 275.$$

Омбем: цена брела 300, ставка 275.

Задача 3.

$$3) Q = 100 - 3(P + S) = 100 - 3P - 3S$$

$$P = 400 - Q \quad Q = 280 \quad S = 200 -$$

$$Q = 100 - 3P \quad Q = 50, \text{ му } P = 16 \frac{2}{3} \cdot 2 \quad 16 \frac{2}{3}.$$

$$S = 22 \frac{2}{3} - 16 \frac{2}{3} = 6 \frac{2}{3} - \frac{6}{3} = \frac{6 - 4}{3} = \frac{2}{3} = 54 - 4 = \frac{50 - 4}{3} = \frac{46}{3} = 15 \frac{2}{3} \text{ Омбем: } 5 \frac{5}{9}.$$

$$4) \frac{P - MC}{P} = \frac{1}{100} \quad P = \frac{100 - Q}{3}$$

$$\epsilon_d = -3 \cdot \frac{P}{Q}$$

$$\frac{\frac{100 - Q}{3} - MC}{\frac{100 - Q}{3}} = \frac{1}{3 \cdot \frac{100 - Q}{3} - Q}$$