

Задача 5. В соответствии с Налоговым кодексом России некоторые организации используют упрощенную систему налогообложения (УСН), согласно которой налогом облагаются только их доходы (выручка), а не прибыль.

Предположим, что в небольшом городе Урецке на рынке пассажирских перевозок действует единственная транспортная компания «Рулит», которая как раз планирует перейти на УСН, в соответствии с которой налог устанавливается в виде процента от получаемого компанией дохода (выручки). Управление экономического развития Администрации города предоставило информацию о спросе на транспортные услуги компании, который описывается функцией:

$$Q = 200 - P,$$

где Q – количество перевозимых пассажиров, а P_D – цена билета за поездку.

Зависимость общих затрат компании от количества перевезенных пассажиров представлена в виде:

$$TC = Q^2 + 300$$

Администрация города Урецка намерена увеличить объем пассажирских перевозок в городе на 20% по сравнению с существующим объемом и снизить цены на проезд в общественном транспорте. Для этого было принято решение субсидировать транспортную компанию в виде выплаты фиксированной суммы денег за каждого перевезенного пассажира. При этом дополнительно было принято решение о том, чтобы установить ставки налога и субсидии таким образом, чтобы сумма уплачиваемого налога компанией в бюджет города равнялась сумме субсидии, выплачиваемой компании из бюджета города.

Задания:

А) Рассчитать ставку налога на доход компании (t) и ставку субсидии (s), выплачиваемой компании из бюджета города при заданных условиях.

В) Определить окажут ли влияние вычисленные ставки налога и субсидии на прибыль компании и рассчитать прибыль.

С) Определить цены за проезд до введения налога и субсидии и после их введения.

Найдем прибыль компании $\pi_{\text{рулит}}(\text{компании})$

$$\pi = TR - TC$$

$$TR = P \cdot Q \quad Q = 200 - P \quad P = 200 - Q \quad TR = (200 - Q)Q = 200Q - Q^2 \quad TC = Q^2 + 300$$

$$\pi = 200Q - Q^2 - Q^2 - 300 = 200Q - 2Q^2 - 300$$

π – параболы с ветвями вниз \Rightarrow максимум в вершине макс. находим по $\frac{d\pi}{dQ}$

$$Q^* = \frac{-b}{2a} = \frac{-200}{-4} = 50$$

$$P(50) = 200 - 50 = 150$$

$$\pi = 200 \cdot 50 - 2 \cdot 50^2 - 300 = 4700$$

$$Q_1 = 12Q_0 = 12 \cdot 50 = 60$$

или (наименьшее значение)

$$TC_1 = Q^2 + 300 + t(200Q - Q^2) - sQ = Q^2 + 300 + 200tQ - tQ^2 - sQ$$

$$T = t(200Q - Q^2) \quad \left. \begin{array}{l} T = t(200Q - Q^2) \\ S = s \cdot Q \end{array} \right\} \begin{array}{l} t(200Q - Q^2) = sQ \\ t \cdot 8400 = s \cdot 60 \quad s = 140t \end{array}$$

$$\pi(T, s, Q) = TR - TC = 200Q - Q^2 - Q^2 - 300 - 200tQ + tQ^2 + sQ$$

$$\pi \rightarrow \max \quad \pi'(Q) = 200 - 4Q - 200t + 2tQ + s = 0$$

$$200 - 4Q - 200t + 2tQ + s = 0$$

Так как P пар. с ветвями вниз, то макс. не найдем, а мин. найдем, приравняв производную к 0 мы найдем мин.

$$\begin{cases} s = 80t + 40 \\ t = \frac{2}{3} \\ s = 140t \end{cases} \quad s = 80 \cdot \frac{2}{3} + 40 = 133 \frac{1}{3}$$



4806

80

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2019–2020

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Москва

Дата: 08.02.2020

ВАРИАНТ 8

Задача 1. На норвежском рынке производят национальный продукт брюнуст – коричневый сыр. Для этого производства бизнес обратился за дотацией. Спрос на эту продукцию задан функцией $Q = 120 - 2P$, где Q – количество товара в штуках головок сыра, P – цена товара в норвежских кронах. При установившемся на рынке равновесии известно, что, если цена изменится на 1%, то объем спроса изменится на 2%, а объем предложения изменится на 1%.

1. Определите размер выручки производителей при установившемся равновесии.

2. Определите, по какой цене должен продаваться этот товар, чтобы выручка производителей была максимальной и размер максимальной выручки.

3. Дотацию какой величины необходимо дать производителям рынка на каждую единицу продукции, чтобы была достигнута максимальная выручка.

4. Определите объем продаж и рыночную цену, если на данном рынке, в результате объединения производителей, была создана одна крупная компания-монополист.

$$1. \quad \epsilon_s = \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%} = \frac{1\%}{1\%} = 1 \Rightarrow Q = 6P$$

$$\epsilon_D = \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%} = \frac{2\%}{1\%} = 2 \quad \epsilon_D = -2 \quad \epsilon = \frac{6P}{Q} \quad \epsilon = \frac{-2P}{120 - 2P} = -2 \quad P = 40$$

$$Q = 120 - 2P \quad Q = 120 - 2 \cdot 40 = 40$$

$$Q_s = 6P \quad 40 = 6 \cdot 40 \quad 6 = 1 \quad Q_s = P$$

$$TR = P \cdot Q \quad TR = 40 \cdot 40 = 1600$$

$$2. \quad TR = P \cdot Q \quad TR = (120 - 2P)P = 120P - 2P^2$$

$$P = \frac{-b}{2a} = \frac{-120}{-4} = 30 \quad Q(30) = 120 - 2 \cdot 30 = 60$$

$$TR = P \cdot Q = 30 \cdot 60 = 1800$$

$$3. \quad Q_s = P + s \quad \text{При макс. TR } Q = 60 \quad P = 30 \Rightarrow 60 = 30 + s$$

$$s = 30$$

$$4. \quad Q = 120 - 2P \quad P = 60 - 0,5Q \quad TR = P \cdot Q = (60 - 0,5Q)Q = 60Q - 0,5Q^2$$

$$MR = TR'(Q) = 60 - Q \quad MR = MC \quad 60 - Q = Q \quad Q = 30 \quad P = 60 - 0,5 \cdot 30 = 45$$

Задача 2. В связи с оживлением экономики и открытием новых рабочих мест в государстве Острова Кокоса и Черимойи численность занятых снизилась за год на 6%. При этом уровень безработицы в предыдущем году составлял 10%, а в нынешнем - увеличился до 12%.

Определите, на сколько процентов и в какую сторону изменилось за год количество безработных.

	Зан	Безр	ур. безр (%)
в предыдущем году	100X	X	10%
в нынешнем году	94X	12X	12%

Принимая за X численность занятых в предыдущем году, то численность безработных в предыдущем году была 10X, а в нынешнем 12X.

Изменение численности занятых за год: $100X - 94X = 6X$

Изменение численности безработных за год: $12X - 10X = 2X$

Изменение уровня безработицы за год: $\frac{12X}{94X} \cdot 100\% = 12,77\%$

Задача 3. Администратору фирмы Елене требуется отремонтировать центральный офис. Фирма «ШтукаТурка», занимающаяся ремонтом помещений, предлагает на выбор любых двух из свободных на данный момент четырёх рабочих: Петра, Марию, Игоря и Анну. Известно, что Пётр, работая один, может выполнить всю работу за a дней, Мария — за $a+3$ дня, Игорь — за $a+4$ дня и Анна — за $a+6$ дней, при этом работа Петра стоит 6 тыс. рублей в день, Марии — 4 тыс. рублей в день, Игоря — 3,5 тыс. рублей в день и Анны — 2,5 тыс. рублей в день. Елена выбирает для ремонта двух наиболее дешёвых рабочих: Анну и Игоря.

При каких значениях a ремонт офиса обошёлся бы Елене дешевле, если бы она выбрала Петра и Марию вместо Анны и Игоря?

	Петр	Мария	Игорь	Анна
Время	a	$a+3$	$a+4$	$a+6$
З/п в день	6	4	3,5	2,5

Найдём наименьшую стоимость ремонта. Пусть x и y — количество рабочих, занятых Петром и Марией. Тогда $x+y=2$. Стоимость ремонта: $6x+4y$. Найдем минимум функции $6x+4y$ при условии $x+y=2$.

Варианты: 1) Петр и Мария: $6a+4(a+3)=10a+12$. 2) Петр и Игорь: $6a+3,5(a+4)=9,5a+14$. 3) Петр и Анна: $6a+2,5(a+6)=8,5a+15$. 4) Мария и Игорь: $4(a+3)+3,5(a+4)=7,5a+20,5$. 5) Мария и Анна: $4(a+3)+2,5(a+6)=6,5a+21$. 6) Игорь и Анна: $3,5(a+4)+2,5(a+6)=6a+23$.

Сравним варианты 1) и 2): $10a+12 < 9,5a+14 \Rightarrow 0,5a < 2 \Rightarrow a < 4$. Аналогично для других пар.

Найдём значения a , при которых вариант 1) дешевле остальных. Для варианта 2): $10a+12 < 9,5a+14 \Rightarrow a < 4$. Для варианта 3): $10a+12 < 8,5a+15 \Rightarrow 1,5a < 3 \Rightarrow a < 2$.

Для варианта 4): $10a+12 < 7,5a+20,5 \Rightarrow 2,5a < 8,5 \Rightarrow a < 3,4$. Для варианта 5): $10a+12 < 6,5a+21 \Rightarrow 3,5a < 9 \Rightarrow a < 2,57$. Для варианта 6): $10a+12 < 6a+23 \Rightarrow 4a < 11 \Rightarrow a < 2,75$.

Задача 4. Совет директоров компании "Белл & Клингел" принимает решение о распределении излишков бюджета на следующий год в размере 4 млн. руб. в соответствии с потребностями различных подразделений. Их руководители представили списки различных проектов (всего - 16 проектов), которые могли бы быть внедрены в будущем году ради увеличения эффективности их работы и, соответственно, получения компанией дополнительной прибыли. Поскольку заранее неизвестно, сколько денег будет выделено какому отделу, свои списки

руководители заранее упорядочили по приоритетам (так, Проект 2 может быть реализован без Проекта 3, но не наоборот).

Задания:

1. Проанализируйте, какие именно проекты и какого отдела следует профинансировать совету директоров при следующих предположениях:

- считать представленные расчёты точными и достоверными;
- рассматривать в качестве цели максимизацию прибыли от вложения средств в проекты;
- полагать извлекаемую из проектов прибыль единоразовой;
- пренебречь фактором временного разрыва между вложением средств и получением прибыли;
- исключить ситуацию, когда какой-либо проект финансируется только частично либо многократно;
- допустить возможность того, что часть исходной суммы в 4 млн. руб. так и останется невостребованной;

2. Определите предполагаемый прирост прибыли в результате принятия такого плана.

Все расчеты проводить с точностью до второго знака после запятой.

Производственный отдел:			Отдел сбыта:		
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки
1	560	720	1	60	880
2	660	600	2	960	360
3	560	1000	3	840	200
4	200	500	4	120	520

Логистический отдел:			IT-отдел:		
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки
1	380	200	1	380	400
2	620	720	2	860	40
3	800	780	3	260	720
4	600	340	4	220	860

Найдём прирост прибыли от каждого проекта: $\Delta P_i = TR_i - TC_i$.

Отдел	Проект	Затраты	Прирост	ΔP
Произв.	1	560	720	160
	2	660	600	-60
	3	560	1000	440
	4	200	500	300
Сбыт	1	60	880	820
	2	960	360	-600
	3	840	200	-640
	4	120	520	400
Логист.	1	380	200	-180
	2	620	720	100
	3	800	780	-20
	4	600	340	-260
IT	1	380	400	20
	2	860	40	-820
	3	260	720	460
	4	220	860	640

Убедимся, что проекты, которые мы выбрали, действительно являются оптимальными. Для этого рассмотрим все возможные варианты выбора проектов. Всего их 16. Мы выбрали проекты 1, 3, 4 в производственном отделе, 1, 4 в отделе сбыта, 2, 3 в логистическом отделе и 1, 3, 4 в IT-отделе. Проверим, что это действительно оптимальный выбор.

Вычисления 1

Задача 4

$$T L_{\text{на входе в производство}} = T L_{\text{мат}} + T L_{\text{мпр2}} + T L_{\text{мпр3}} + T L_{\text{мпр4}} + T L_{\text{сд1}} + T L_{\text{сд11}} +$$

$$T L_{\text{сд12}} + T L_{\text{сд13}} + T L_{\text{сд14}} = 560 + 660 + 560 + 200 + 60 + 380 + 860 + 260 + 220 =$$

^{сб. д.м.}
^{оп.мат.м.}
^{оп.мат.м.}

$$= 3760 \quad 3760 < 4000.$$

необходимого ~~справки~~ ^{сб. д.м.} ~~материала~~ ^{оп.мат.м.}

~~Значит~~ ^{Значит} ~~не~~ ^{не} ~~нужно~~ ^{нужно} ~~быть~~ ^{быть} ~~только~~ ^{только} ~~справки~~ ^{справки} ~~для~~ ^{для}

своем ~~супермаркет~~ ^{супермаркет} ~~бизнес~~ ^{бизнес} ~~справки~~ ^{справки} ~~материала~~ ^{материала} ~~не~~ ^{не} ~~нужно~~ ^{нужно} ~~быть~~ ^{быть} ~~только~~ ^{только} ~~справки~~ ^{справки} ~~для~~ ^{для}

Проводим проверку: Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 ; $D_{\text{мат}} = 1000$; $D_{\text{мат}} = 1000$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 1000 + 1000 + 1000 + 1000 = 4000$$

$$2. \text{Проводим проверку } |P_R| = \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$P_{11} = 1, P_{12} = 1, P_{13} = 1, P_{14} = 1, P_{21} = 1, P_{22} = 1, P_{23} = 1, P_{24} = 1, P_{31} = 1, P_{32} = 1, P_{33} = 1, P_{34} = 1, P_{41} = 1, P_{42} = 1, P_{43} = 1, P_{44} = 1$$

$$P_{11} = 1, P_{12} = 1, P_{13} = 1, P_{14} = 1, P_{21} = 1, P_{22} = 1, P_{23} = 1, P_{24} = 1, P_{31} = 1, P_{32} = 1, P_{33} = 1, P_{34} = 1, P_{41} = 1, P_{42} = 1, P_{43} = 1, P_{44} = 1$$

Проводим проверку: $P_{11} = 1, P_{12} = 1, P_{13} = 1, P_{14} = 1, P_{21} = 1, P_{22} = 1, P_{23} = 1, P_{24} = 1, P_{31} = 1, P_{32} = 1, P_{33} = 1, P_{34} = 1, P_{41} = 1, P_{42} = 1, P_{43} = 1, P_{44} = 1$

~~Проводим проверку: $P_{11} = 1, P_{12} = 1, P_{13} = 1, P_{14} = 1, P_{21} = 1, P_{22} = 1, P_{23} = 1, P_{24} = 1, P_{31} = 1, P_{32} = 1, P_{33} = 1, P_{34} = 1, P_{41} = 1, P_{42} = 1, P_{43} = 1, P_{44} = 1$~~



2



Задача 5

Chancery; R. C. 4700 years 1000 to 4500

$$P_{\text{none}} = P(66) = 200 - 60 = 140$$

Итого: * Москва в записи использована термин "Воружина" именован
в виду Воружина. Из названия, иная или иная или о/о от
Воружина или в изобретении.

Шифр _____

всего 80 баллов

Задача 1 _____

20 баллов

Задача 2 _____

5 баллов

Задача 3 _____

5 баллов

Задача 4 _____

25 баллов

Задача 5 _____

25 баллов