

Задача 5. В соответствии с Налоговым кодексом России некоторые организации используют упрощенную систему налогообложения (УСН), согласно которой налогом облагаются только их доходы (выручка), а не прибыль.

Предположим, что в небольшом городе Уреке на рынке пассажирских перевозок действует единственная транспортная компания «Рулит», которая как раз планирует перейти на УСН, в соответствии с которой налог устанавливается в виде процента от получаемого компанией дохода (выручки). Управление экономического развития Администрации города предоставило информацию о спросе на транспортные услуги компании, который описывается функцией:

$$Q = 200 - P,$$

где Q – количество перевозимых пассажиров, а P_D – цена билета за поездку.

Зависимость общих затрат компании от количества перевезенных пассажиров представлена в виде:

$$TC = Q^2 + 300$$

Администрация города Урека намерена увеличить объем пассажирских перевозок в городе на 20% по сравнению с существующим объемом и снизить цены на проезд в общественном транспорте. Для этого было принято решение субсидировать транспортную компанию в виде выплаты фиксированной суммы денег за каждого перевезенного пассажира. При этом дополнительно было принято решение о том, чтобы установить ставки налога и субсидии таким образом, чтобы сумма уплачиваемого налога компанией в бюджет города равнялась сумме субсидии, выплачиваемой компании из бюджета города.

Задания:

- Рассчитать ставку налога на доход компании (t) и ставку субсидии (s), выплачиваемой компании из бюджета города при заданных условиях.
- Определить окажут ли влияние вычисленные ставки налога и субсидии на прибыль компании и рассчитать прибыль.
- Определить цены за проезд до введения налога и субсидии и после их введения.

До введения налога: $TR = 200q - q^2$; $TC = q^2 + 300$; $\pi = TR - TC = -2q^2 + 200q - 300$, график этого выражения - парабола, ветви вниз, наиб. значение в вершине: $q^* = 50$, при $q = 50$ $P_q = 150$; $\pi = 50 \cdot 150 - 50^2 - 300 = 4700$

После введения налога: $\pi = t \cdot TR - TC = t(200q + sq - q^2) - q^2 - 300 = -tq^2 + q^2 + 200qt - tq - 300 = -q^2(t+1) + q(200t+st) - 300$, график этого выражения - парабола, ветви вниз, наиб. значение в вершине: $q^* = \frac{200t+st}{2t+2}$
 При введении субсидии q должен увеличиться на 20%, значит $q = 60$
 Затраты на субсидию и q налоговые поступления должны быть равны, значит $S \cdot q = t \cdot TR$; $S \cdot q = t(200q - q^2)$; $60S = 12000t - 3600t$

При введении налога и субсидии: $\pi = t \cdot TR - TC = t(200t + st) - q^2 - 300$ $S = 200t - 60t$ $S = 140t$
 $\pi = q^2(t+1) + q(200t+st) - 300$ $\pi = 200tq + q^2 + sq - q^2 - 300 = 200tq + sq - 300$
 Ветви вниз, наиб. значение в вершине: $q^* = \frac{200t+s}{2t+2}$, $S = 140t + q - 60$, \Rightarrow
 $\frac{340t}{2t+2} = 60$, $340t = 120t + 120$, $t = \frac{6}{11}$, $S = \frac{840}{11}$
 А) $q = \frac{6}{11}$ $S = \frac{840}{11}$

Б) До введения $\pi = 4700$ наиб. значение π

Продвижение на рынке



Шифр

6442

90

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ

2019-2020

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Москва

Дата: 08.02.2020

ВАРИАНТ 8

Задача 1. На норвежском рынке производят национальный продукт брюнуст – коричневый сыр. Для этого производства бизнес обратился за дотацией. Спрос на эту продукцию задан функцией $Q=120-2P$, где Q – количество товара в штуках головок сыра, P – цена товара в норвежских кронах. При установившемся на рынке равновесии известно, что, если цена изменится на 1%, то объем спроса изменится на 2%, а объем предложения изменится на 1%.

- Определите размер выручки производителей при установившемся равновесии.
- Определите, по какой цене должен продаваться этот товар, чтобы выручка производителей была максимальной и размер максимальной выручки.
- Дотацию какой величины необходимо дать производителям рынка на каждую единицу продукции, чтобы была достигнута максимальная выручка.
- Определите объем продаж и рыночную цену, если на данном рынке, в результате объединения производителей, была создана одна крупная компания-монополист.

1) Если цена изменится на 1%, то объем спроса изменится на 2%, а объем предложения изменится на 1%, \Rightarrow в точке равновесия $E_0^P = -2$; $E_S^P = 1$

$$Q_d = 120 - 2P; E_0^P = -2; \frac{Q}{P} = -2; \frac{120-2P}{P} = \frac{P}{P-60}; \frac{P}{P-60} = -2; P = -2P + 120; P = 40$$

$$Q_d(40) = 40. \text{ В равновесии } p = 40; q = 40, \text{ тогда } TR = p \cdot q = 40 \cdot 40 = 1600$$

$$2) \text{ Выручка будет максимальной, если } E_0^P = -1; \frac{P}{P-60} = -1; P = -P + 60; 2P = 60; P = 30$$

$$Q_d(30) = 60 \quad TR = 30 \cdot 60 = 1800$$

$$P = 30; TR = 1800$$

3) Выведем функцию предложения: $q_s = a + bP$. Известно, что при $q = 40$ и $p = 40$
 $E_S^P = 1. E_S^P = b \cdot \frac{P}{q}; b \cdot \frac{40}{40} = 1; b = 1; a + 1 \cdot 40 = 40; a = 0$, значит $q_s = P$
 При введении субсидии функция предложения будет иметь вид $q_s = P + S$
 Известно, что максимальная выручка достигается при $P_d = 30$ и $q = 60$. Тогда $30 + S = 60$ $S = 30$

4) Выведем для этого рынка функцию предельной выручки: $q_d = 120 - 2P; P_d = 60 - \frac{1}{2}q$;
 $TR = -\frac{1}{2}q^2 + 60q; MR = 60 - q$
 $q_s = P$, для фирм монополиста $MC = q$. $MC \uparrow; MR \downarrow$, значит $MC = MR$ – максимизация прибыли: $60 - q = q; q = 30; P = 60 - \frac{1}{2} \cdot 30; P = 45$

Задача 2. В связи с оживлением экономики и открытием новых рабочих мест в государстве Острова Кокоса и Черимой численность занятых снизилась за год на 6%. При этом уровень безработицы в предыдущем году составлял 10%, а в нынешнем - увеличился до 12%.

Определите, на сколько процентов и в какую сторону изменилось за год количество безработных. Известно, что $u_1 = 10\%$; $u_2 = 12\%$; $E_2 = 0,94E_1$. Тогда $\frac{E_1 + U_1}{E_1 + U_2} = 0,1$ и

$$\frac{U_2}{E_2 + U_2} = 0,12. \text{ Из первого соотношения получаем, что } E_1 = 9U_1; \text{ а из второго получаем, что } 22U_2 = 3E_2; \text{ заменим } E_2 \text{ на } 0,94E_1; 22U_2 = 3 \cdot 0,94 \cdot 9U_1; \text{ получим соотношение между значениями } E_1 \text{ и } 9U_1: 22U_2 = 3 \cdot 0,94 \cdot 9U_1; \text{ получим соотношение } 22U_2 = 25,38U_1. \text{ Отсюда } U_2 = \frac{25,38}{22} U_1; U_2 = \frac{12,69}{1100} U_1$$

Получим, что количество безработных увеличилось на 15,36%

Задача 3. Администратору фирмы Елене требуется отремонтировать центральный офис. Фирма «Штукатурка», занимающаяся ремонтом помещений, предлагает на выбор любых двух из свободных на данный момент четырёх рабочих: Петра, Марию, Игоря и Анну. Известно, что Петр, работав один, может выполнить всю работу за a дней, Мария — за $a+3$ дня, Игорь — за $a+4$ дня и Анна — за $a+6$ дней, при этом работа Петра стоит 6 тыс. рублей в день, Марии — 4 тыс. рублей в день, Игоря — 3,5 тыс. рублей в день и Анны — 2,5 тыс. рублей в день. Елена выбирает для ремонта двух наиболее дешёвых рабочих: Анну и Игоря.

При каких значениях a ремонт офиса обойдётся бы Елене дешевле, если бы она выбрала Петра и Марию вместо Анны и Игоря?

Игорь за 1 день выполняет $\frac{1}{a+4}$ работы, Анна за 1 день выполняет $\frac{1}{a+6}$ работы; вместе они за 1 день выполнят $\frac{1}{a+4} + \frac{1}{a+6} = \frac{2(a+5)}{(a+4)(a+6)}$ работы, \Rightarrow им нужно заплатить $3,5 \cdot 2 \cdot \frac{(a+4)(a+6)}{2(a+5)} = 7 \cdot \frac{(a+4)(a+6)}{2(a+5)}$ тыс. рублей.

Петр за 1 день выполняет $\frac{1}{a}$ работы, Анна за 1 день выполняет $\frac{1}{a+3}$ работы; вместе они за 1 день выполнят $\frac{1}{a} + \frac{1}{a+3} = \frac{2a+3}{a(a+3)}$ работы, \Rightarrow им нужно заплатить $\frac{4a+3}{a(a+3)}$ тыс. рублей, за каждый день им нужно заплатить $6+4=10$ тыс. рублей. Значит решение обойдётся в $10 \cdot \frac{a(a+3)}{2a+3} = \frac{10a(a+3)}{2a+3}$ тыс. рублей. Значит Петра и Мариио дешевле, тем Анну и Игоря, если $\frac{10a(a+3)}{2a+3} < \frac{7(a+4)(a+6)}{2(a+5)}$

$$40a^3 + 110a^2 - 84a - 216 < 0$$

Для численного поиска найдем корни уравнения a , \Rightarrow из найденных значений a данное неравенство выполняется при $a=1$; $a=2$; $a=3$; $a=4$ при $a \geq 5$ неравенство не выполняется. Значит при $1 \leq a \leq 4$ дешевле нанять Петра и Мариио.

Задача 4. Совет директоров компании "Белл & Клинтел" принимает решение о распределении излишков бюджета на следующий год в размере 4 млн. руб. в соответствии с потребностями различных подразделений. Их руководители представили списки различных проектов (всего - 16 проектов), которые могли бы быть внедрены в будущем году ради увеличения эффективности их работы и, соответственно, получения компанией дополнительной прибыли. Поскольку заранее неизвестно, сколько денег будет выделено какому отделу, свои списки

руководители заранее упорядочили по приоритетам (так, Проект 2 может быть реализован без Проекта 3, но не наоборот).

Задания:

1. Проанализируйте, какие именно проекты и какого отдела следует профинансировать совету директоров при следующих предположениях:

- считать представленные расчёты точными и достоверными;
 - рассматривать в качестве цели максимизацию прибыли от вложения средств в проекты;
 - полагать извлекаемую из проектов прибыль единовременной;
 - пренебречь фактором временного разрыва между вложением средств и получением прибыли;
 - исключить ситуацию, когда какой-либо проект финансируется только частично либо многократно;
 - допустить возможность того, что часть исходной суммы в 4 млн. руб. так и останется неиспользованной;
 - использовать информацию о проектах из таблиц ниже (единицы измерения - тыс. руб.).
2. Определите предполагаемый прирост прибыли в результате принятия такого плана. Все расчёты проводить с точностью до второго знака после запятой.

Производственный отдел:				Отдел сбыта:			
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки		
1	560	720	1	60	880		
2	660	600	2	960	360		
3	560	1000	3	840	200		
4	200	500	4	120	520		

Логистический отдел:				IT-отдел:			
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки		
1	380	200	1	380	400		
2	620	720	2	860	40		
3	800	780	3	260	720		
4	600	340	4	220	860		

1) Рассортируем вложения в каждый отдел. В производственном отделе I проект даёт прибыль в 160 тыс.; II проект - (-60) тыс.; III проект - 440 тыс.; IV проект - 300 тыс. В логистическом отделе: I проект - 820 тыс.; II проект - (-600) тыс.; III проект - (-640) тыс.; IV проект - 400 тыс. Сразу заметим, что прибыль II проекта не окупается убытками со II и III проектами, значит II, III и IV проекты в отделе сбыта реализовывать не будут. В IT-отделе: I проект - 120 тыс.; II проект - 100 тыс.; III проект - (-20) тыс.; IV проект - (-260) тыс. Прибыль II проекта не окупается расходами на I проект, а III и IV проекты являются убыточными, значит их тоже нельзя реализовывать.

В IT-отделе: I проект - 20 тыс.; II проект - (-820) тыс.; III проект - 460 тыс.; IV проект - 640 тыс.

Несмотря на вышеизложенное скажу, оптимальную прибыль может получить реализовывая все проекты производственного и IT-отделов, а также I проекта отдела сбыта. Запишем на это соотношение: $560 + 660 + 560 + 200 + 60 + 380 + 860 + 260 + 220 = 3760$ тыс. $= 3,76$ млн. < 4 млн, значит все выделенные проекты будут реализованы.

Всего: все проекты производ. отдела, I проект отдела сбыта, все проекты IT-отдела. Другая прибыль составим: $160 + (-60) + 440 + 300 + 820 + 20 + (-820) + 460 + 640 = 1960$ тыс. руб.

Условие

Задача 5 (прогнозирование)

Тип вложения капитала и условия:

$$\Pi = (1-t)TR + sq - TC = (1-t)(200q - q^2) + sq - q^2 - 300 = 200q - 200q \cdot t - q^2 + q^2 \cdot t + sq - q^2 - 300 = -2q^2 + q^2 \cdot t + 200q - 200q \cdot t + sq - 300 =$$

$$= -q^2(2-t) + q(200 - 200t + s) - 300$$

$q^* = \frac{200t - 200 - s}{2t - 4}$ Определим, что это выраж. - параб. - параб. - вершина вниз, макс. значение & вершина

$$s = 140t; q = 60; \frac{200t - 200 - 140t}{2t - 4} = 60$$

$$\frac{60t - 200}{2t - 4} = 60$$

$$\frac{30t - 100}{t - 2} = 60;$$

$$s = 140t; s = \frac{280}{3}$$

$$A) t = \frac{2}{3} \text{ и } s = \frac{280}{3}$$

Б) До изменений $\Pi = 4700$

После изменений:

$$-60^2 - 300 = 420 \cdot 20 - 3600 - 300 = 8400 - 3900 = 4500$$

В) До изменений: $P_d = 150$

$$\text{После изменений: } P_d = 140$$

$$(P_d(50) = 150)$$

$$(P_d(60) = 140)$$



Шифр _____

всего 90 баллов

Задача 1 _____

Задача 2 _____

20 баллов

Задача 3 _____

5 баллов

Задача 4 _____

15 баллов

Задача 5 _____

25 баллов

25 баллов

