



6874

ОЛИМПИАДА УЧАСТНИКА
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ
2019-2020

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада

Дата:

ВАРИАНТ 15

✓ Задача 1. На российском рынке производят хлеб, который выпекают по древним рецептуре и технологии на закваске. Для его производства бизнес обратился за дотацией. Спрос на эту продукцию задан функцией $Q=60-2P$, где Q – количество товара в штуках, P – цена товара в рублях. При установившемся на рынке равновесии известно, что, если цена изменится на 1%, то объем спроса изменится на 2%, а объем предложения изменится на 1%.

1. Определите размер выручки производителей при установившемся равновесии.
2. Определите, по какой цене должен продаваться этот товар, чтобы выручка производителей была максимальной и размер максимальной выручки.
3. Дотацию какой величины необходимо дать производителям рынка на каждую единицу продукции, чтобы была достигнута максимальная выручка.
4. Определите объем продаж и рыночную цену, если на данном рынке, в результате объединения производителей, была создана одна крупная компания-монополист.

$$1. E^D = \frac{\text{процентное изменение спроса}}{\text{процентное изменение цены}} = \frac{2\%}{1\%} = -2$$

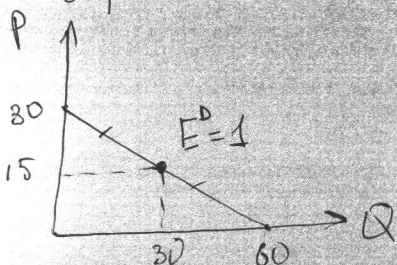
$$E^S = \frac{\text{процентное изменение предложения}}{\text{процентное изменение цены}} = \frac{1\%}{1\%} = 1$$

$$E^D = Q'(P) \frac{P}{Q(P)} = -2 \cdot \frac{P}{60-2P} = -2 \Rightarrow P=20; Q=60-2 \cdot 20=20 \Rightarrow$$

$$TR = P \cdot Q = 20 \cdot 20 = 400$$

Ответ: $TR=400$

2. Выручка максимальна в точке единичной эластичности спроса \Rightarrow

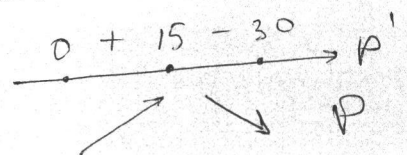


$$TR = (60-2P)P = 60P - 2P^2 \rightarrow \max$$

$$TR' = 60 - 4P = 0 \Rightarrow P = 15$$

$$TR_{\max} = P_{\max} \cdot Q(P_{\max}) =$$

$$= 15 \cdot (60 - 2 \cdot 15) = 15 \cdot 30 = 450$$



Ответ: $TR_{\max}=450$ при $P=15$
Продолжение на чистовике

Шифр _____

всего 90 баллов

Задача 1 _____

15 баллов

Задача 2 _____

5 баллов

Задача 3 _____

25 баллов

Задача 4 _____

25 баллов

Задача 5 _____

25 баллов

Задача 2. В связи с оживлением экономики и открытием новых рабочих мест в государстве Республика Lost численность занятых увеличилась за год на 4%. При этом уровень безработицы в предыдущем году составлял 10%, а в нынешнем - снизился до 9%. Определите, на сколько процентов и в какую сторону изменилось за год количество безработных.

$u = \frac{B}{B+Z}$ (u - уровень безработицы; B - безработные, Z - занятые)

$0,1 = \frac{B}{B+Z}; 0,09 = \frac{B_1}{B_1+1,04Z} \Rightarrow 3 = 9B = \frac{0,91B_1}{0,0936} \Rightarrow$

$B_1 = \frac{9 \cdot 0,0936 B}{0,91} \approx 0,9257 B$

Ответ: снизилось на 7,4%

Задача 3. Дизайнеру Вениамину дали заказ на ремонт квартиры. Он обратился к строительно-ремонтной фирме «Любой ремонт», которая предложила на выбор любых двух из свободных на данный момент четырёх рабочих: Сергея, Анфису, Аллу и Павла. Известно, что Сергей, работая один, может выполнить всю работу за a дней, Анфиса — за $a+2$ дня, Алла — за $a+4$ дня и Павел — за $a+5$ дней, при этом работа Павла стоит 2 тыс. рублей в день, Аллы — 3 тыс. рублей в день, Анфисы — 4 тыс. рублей в день и Сергея — 5 тыс. рублей в день. Вениамин выбирает для ремонта двух наиболее производительных рабочих: Сергея и Анфисы. При каких значениях a ремонт квартиры обошёлся бы Вениамину дешевле, если бы он выбрал Аллу и Павла вместо Сергея и Анфисы?

	Сергей	Анфиса	Алла	Павел
t	a	$a+2$	$a+4$	$a+5$
P	5	4	3	2
Производит. труда	$\frac{S}{a}$	$\frac{S}{a+2}$	$\frac{S}{a+4}$	$\frac{S}{a+5}$

Плата за Сергея и Анфису:

$\frac{S}{\frac{S}{a} + \frac{S}{a+2}} \cdot (5+4) = \frac{9a(a+2)}{2a+2}$

Плата за Аллу и Павла:

$\frac{S}{\frac{S}{a+4} + \frac{S}{a+5}} \cdot (2+3) = \frac{5(a^2+9a+20)}{2a+9}$

Ремонт квартиры с Анной и Павлом дешевле \Rightarrow

$\frac{9a(a+2)}{2a+2} > \frac{5(a^2+9a+20)}{2a+9}$

$(9a^2+18a)(2a+9) > 5(a^2+9a+20)(2a+2)$

$18a^3+81a^2+36a^2+162a > 5(2a^3+2a^2+18a^2+18a+40a+40)$

$18a^3+81a^2+36a^2+162a > 10a^3+10a^2+290a+200$

$8a^3+17a^2+128a-200 > 0$

Найдём производную:

$24a^2+2 \cdot 17a-128=0$

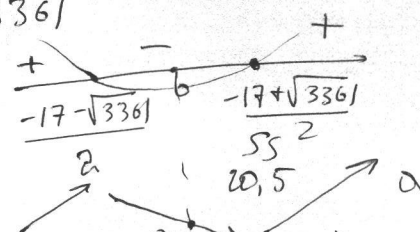
$12a^2+17a-64=0$

При $a=0$ производная отрицательна \Rightarrow

Функция равна нулю в точке $a \in (3; 4)$

Количество дней может быть только целым \Rightarrow

Ответ: при $a \geq 4$



Задача 4. Совет директоров российской компании "Цезарь, Марке и Клинтон" принимает решение о распределении излишков бюджета на следующий год в размере 5 млн. руб. в соответствии с потребностями различных подразделений. Их руководители представили списки увеличения эффективности их работы и, соответственно, получения компанией дополнительной прибыли. Поскольку заранее неизвестно, сколько денег будет выделено какому отделу, свои списки руководители заранее упорядочили по приоритетам (так, Проект 2 может быть реализован без Проекта 3, но не наоборот).

1. Проанализируйте, какие именно проекты и какого отдела следует профинансировать совету директоров при следующих предположениях:

- а) считать представленные расчёты точными и достоверными;
- б) рассматривать в качестве цели максимизацию прибыли от вложения средств в проекты;
- в) полагать извлекаемую из проектов прибыль единоразовой;
- г) пренебречь фактором временного разрыва между вложением средств и получением прибыли;
- д) исключить ситуацию, когда какой-либо проект финансируется только частично либо многократно;
- е) допустить возможность того, что часть исходной суммы в 5 млн. руб. так и останется невостребованной;
- ж) использовать информацию о проектах из таблиц ниже (единицы измерения - тыс. руб.).

2. Определите предполагаемый прирост прибыли в результате принятия такого плана. Все расчеты проводить с точностью до второго знака после запятой.

Производственный отдел:			Отдел сбыта:		
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки
1	710	790	1	875	730
2	650	900	2	50	650
3	330	690	3	475	210
4	110	950	4	600	940

Логистический отдел:			IT-отдел:		
№ проекта	Затраты	Прирост выручки	№ проекта	Затраты	Прирост выручки
1	370	670	1	190	250
2	55	570	2	60	850
3	425	840	3	720	105
4	400	670	4	230	195

1. Нарисуйте схему, отражающую чистую прибыль от принятия каждого из проектов и затраты на него: ~~на~~ них:

Производственный отдел:			Отдел сбыта:		
1.	80	(710)	1.	-145	(875)
2.	330	(1360)	2.	455	(925)
3.	690	(1690)	3.	190	(1400)
4.	1530	(1800)	4.	530	(2000)
↑ чистая П			↑ чистая П		
↓ Затраты			↓ Затраты		
Логистический отдел:			IT-отдел:		
1.	300	(370)	1.	60	(190)
2.	815	(425)	2.	850	(250)
3.	1230	(850)	3.	235	(970)
4.	1500	(1250)	4.	200	(1200)

В каждом отделе выберем вариант с максимальной чистой прибылью:
 Произв. отдел (4)
 Отдел сбыта (4)
 Логистический отдел (4)
 IT-отдел (2)

Продолжение на следующей странице

Задача 5. В соответствии с Налоговым кодексом России некоторые организации используют упрощенную систему налогообложения (УСН), согласно которой налогом облагаются только их доходы (выручка), а не прибыль.

Предположим, что в небольшом городе Березовка на рынке пассажирских перевозок действует единственная транспортная компания «Березовские перевозки», которая как раз планирует перейти на УСН, в соответствии с которой налог устанавливается в виде процента от получаемого компанией дохода (выручки). Управление экономического развития Администрации города предоставило информацию о спросе на транспортные услуги компании, который описывается функцией:

$$Q = 300 - P_D,$$

где Q — количество перевозимых пассажиров, а P_D — цена билета за поездку.

Зависимость общих затрат компании от количества перевезенных пассажиров представлена в виде:

$$TC = 2Q^2 + 200$$

Администрация города Березовка намерена увеличить объем пассажирских перевозок в городе на 20% по сравнению с существующим объемом и снизить цены на проезд в общественном транспорте. Для этого было принято решение субсидировать транспортную компанию в виде выплаты фиксированной суммы денег за каждого перевезенного пассажира. При этом дополнительно было принято решение о том, чтобы установить ставки налога и субсидии таким образом, чтобы сумма уплачиваемого налога компанией в бюджет города равнялась сумме субсидии, выплачиваемой компании из бюджета города.

Задания:

А) Рассчитать ставку налога на доход компании (t) и ставку субсидии (s), выплачиваемой компании из бюджета города при заданных условиях.

В) Определить окажут ли влияние вычисленные ставки налога и субсидии на прибыль компании и рассчитать прибыль.

С) Определить цены за проезд до введения налога и субсидии и после их введения.

А) Рассчитаем кол-во перевозок до изменений:

$$\Pi = 300Q - Q^2 - 2Q^2 - 200 \rightarrow \max \Rightarrow Q = -\frac{b}{2a} = -\frac{-300}{-6} = 50 \Rightarrow$$

$$Q_1 = 1,2Q = 1,2 \cdot 50 = 60$$

Известно, что сумма налога равна сумме субсидии:

$$t(300 - Q)Q = sQ \Rightarrow t(300 - Q) = s, Q_1 = 60 \Rightarrow s = 240t$$

$$\Pi = (300Q - Q^2)(1 - t) - 2Q^2 - 200 + sQ$$

$$\Pi = 300Q - Q^2 - 300Qt + Q^2t - 2Q^2 + sQ - 200$$

$$\Pi = -(3 - t)Q^2 + (300 - 300t + s)Q - 200 \Rightarrow Q = \frac{-(300 - 300t + s)}{-2(3 - t)} =$$

$$= \frac{300 - 300t + s}{6 - 2t} = 60; s = 240t \Rightarrow$$

$$300 - 300t + 240t = 360 - 120t \Rightarrow 60t = 60 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow s = 240$$

Ответ: $t = 100\%$ $s = 240$

В) $\Pi = 300Q - Q^2 - 2Q^2 - 200, Q_{\text{опт}} = 50 \Rightarrow$

$$\Pi = 300 \cdot 50 - 2500 - 2 \cdot 2500 - 200 = 7300 \text{ (до введения)}$$

$$\Pi = (300Q - Q^2)(1 - t) - 2Q^2 - 200 + sQ, Q_{\text{опт}} = 60, s = 240 \Rightarrow$$

$$t = 1$$

Продолжение на следующей странице

$$E_s = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = Q + P \Delta V$$

$$Q = Q + P \text{ (проходит через } (w, \infty)) - Q - 1$$



0

Order: 9-15

$$\omega = \frac{60}{s} = 15 \text{ rad/s}$$

$$\mu_R = \mu_C$$

~~$$MR = TR = (60 - 2P) \Rightarrow P = \frac{60}{4.5} = \frac{600}{45} = \frac{40}{3}$$~~

$$Q^S = P, \quad R^0 = 60 - 2P, \quad P = \frac{2}{3} \text{ на рынке}$$

$$P = 30 - \frac{Q}{2} = 30 - \frac{10}{2} = 25$$

$$D_T \text{ (ET)}: Q=10; P=25$$

II

Продумать варианты замены огул из выбранных

Зарплата (не менее 300 руб. в мес.), те же

840 T61c 28 PROKTO, TEPER 75 T61c
Bepayush, 3 bu peribor

звестіи притоки, зокр. впадає у річку

III. Логистический отдел: выбирая 3 проекта, теряем 270 тыс чистой прибыли, закрываем проект по издержкам

IV. IT-отдел: выбирая 1 проект, теряем 790 тыс чистой прибыли, не закрываем проект по издержкам.

Видно, что выгоднее всего отказаться от 4 проектов в отделе сбыта в пользу 2-х. \Rightarrow

Ответ: следует профинансировать:

1) 1, 2, 3, 4 проекты производственного отдела

2) 1, 2 проекты отдела сбыта

3) 1, 2, 3, 4 проекты логистического отдела

4) 1, 2 проекты IT-отдела

а) Предполагаемый прирост чистой прибыли:

$$\begin{array}{ccccccc} 1530 & + & 455 & + & 1500 & + & 850 = 4335 \text{ тыс. руб} \\ \text{ПО} & & \text{ОС} & & \text{ЛО} & & \text{IT} \end{array}$$

$$4335 \text{ тыс. руб} = 4,335 \text{ млн. руб} = 4,34 \text{ млн. руб}$$

Ответ: 4,34 млн. руб

Задача 5

$$\pi = (300 \cdot 60 - 60^2) \cdot 0 - 2 \cdot 60^2 - 200 + 240 \cdot 60 = 4000$$

Ответ: да, опазеут, прибыль снизится на 300

с) До введения:

$$Q_{\text{опт}} = 50 \Rightarrow P = 250$$

после введения:

$$Q_{\text{опт}} = 60 \Rightarrow P = 240$$

Ответ: цена снизилась на 10

