	ol2227308 ol2227308
Тест начат	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:05
Состояние	Завершено
Завершен	понедельник, 14 Февраль 2022, 14:05
Прошло времени	4 час.
Оценка	**55,00** из 100,00

Вопрос **Инфо**

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 5 задач. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

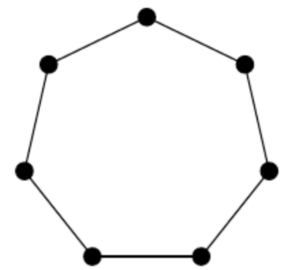
Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 20,00 из 20,00

На картинке нарисовано несколько кружочков, соединенных отрезками. Настя выбирает натуральное число n и расставляет в кружочках различные натуральные числа так, чтобы для всех этих чисел выполнялось свойство:
если числа a и b не соединены отрезком, то разность $a-b$ должна быть взаимно проста с n, а если соединены, то числа $a-b$ и n должны иметь общий натуральный делитель, больший 1.
При каком наименьшем n существует такая расстановка?



пусть числа это -- а б в г д е ж

п=5*7*11. Если у п не более двух различных простых делителей то у нас есть 7 пар чисел разность которых не взаимно проста с п, то есть 7 пар чисел разность которых делится хотя бы на один простой делитель п значит есть хотя бы 4 разности котые делятся на одно и то же простое число р(разностей 7 а простых делителей не более 2) . Очевидно что среди этих пар есть число которое входит в 2 пары(иначе не набрать 4 пары). Пусть б входит в две пары а,б и б,в (а б в идут подряд)тогда р делит а-б и б-в следовательно р делит а-в но а и в не соединены противоречие.

если 2 делит п то рассмотрим три точки а в е среди них хотя бы два одной четности значит 2 делит хотя бы одну из разностей этих чисел но они не соединены противоречие. если 3 делит п то рассмотри наборы а в д , а в е числа в этих наборах должны быть попарно несравнимы по модулю 3 иначе 3 будет делит какую то разность(но числа в этих тройках не соединены) значит д сравнимо с е. аналогично рассматривая б г е , б г ж получаем что е сравнимо с ж значит д сравнимо с ж значит 3 делит ж-д но они не соединены противоречие.

тогда у п хоты бы три различных простых делителя и они отличны от 2 из3. значит п хотя бы 5*7*11. пример 1 6 13 18 25 47 22

ответ 5*7*11

Комментарий:

Вопрос **2**

Выполнен

Баллов: 5,00 из 20,00

При $x, y \in (0,1]$ найдите максимальное значение выражения

$$A = \frac{(x^2 - y)\sqrt{y + x^3 - xy} + (y^2 - x)\sqrt{x + y^3 - xy} + 1}{(x-y)^2 + 1}.$$

A<=1 hравенство достигается при x=y=1 обозначим выражения с корнями за Q W, x>=y

x^2-y<=x-y y^2-x<=y-x числитель<=(x-y)(Q-W)<=(x-y)^2 Q-W<=x-y (Q-W)(q+w)<=(x-y) (q+w) x^2+xy+y^2-1<=Q+w верно тк q>=x^3/2>=x^2 xy<=1 nr y-xy>=0 тк

Комментарий:
решение не завершено, пример верный

Вопрос 3

Выполнен

Баллов: 10,00 из 20,00

На стороне AB остроугольного треугольника ABC отмечена точка M. Внутри треугольника выбрана точка D. Окружности ω_A и ω_B описаны вокруг треугольников AMD и BMD соответственно. Сторона AC вторично пересекает окружность ω_A в точке P, а сторона BC вторично пересекает окружность ω_B в точке Q. Луч PD вторично пересекает окружность ω_B в точке R, а луч QD вторично пересекает окружность ω_A в точке S. Найдите отношение площадей треугольников ACR и BCS.

Так как SQ проходит через п одну точку пересечения окружностей а BA через другую то SA параллельна BQ(имеет место равенство следующих углов из за вписанности четырехугольников MBQD SADM: MBQ=MDS=MAS то есть прямы BQ AS параллельны) значит S(ABC)=S(SBC)(так как SA параллельно BC и перпендикуляры из S A на BC равны), где S() площадь. аналогично S(ABC)=S(ARC) тогда S(BCS)=S(ACR) значит из отношение равно 1

ответ 1

Комментарий:
"аналогично S(ABC)=S(ARC)" - недостаточно обосновано

Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 20,00 из 20,00

В системе счисления с основанием r ($r \leqslant 100$) натуральное число x является двузначным с одинаковыми цифрами. Оказалось, что r-ичная запись числа x^2 четырехзначная, причем крайние цифры одинаковы, а средние равны нулю. При каких r такое возможно?

Пусть x = aa=ar+a, x^2=б00б =бr^3+б=b(r+1)(r^2-r+1) также x^2=(ar+a)^2=a^2(r+1)^2 значит b(r+1)(r^2-r+1)=a^2(r+1)^2
тогда a^2(r+1)=b(r^2-r+1)

если n делит r+1, r^2-r+1 то r сравнимо с -1 по модулю n значит r^2-r+1 сравнимо с 3 по модулю n значит n=3

если r+1, r^2-r+1 взаимно пртотсы то r+1 делит b(r^2-r+1) значит r+1 денлит b   но b меньше r так как b цифра противоречие значит числа не взаимно просты. тогда r+1/3, r^2-r+1/3 взаимно пролсты тогда r+1/3 делит b(r^2-r+1)/3 значит r+1/3 делит b<=r-1 значит b=r+1/3 или 2(r+1/3).

пусть b=k(r+1/3) тогда a^2=k(r^2-r+1/3) если к=2 то 2 делит a тогда 4 делит a^2 тогда 4 делит 2(r^2-r+1/3) тогда 2 делит r^2-r+1/3 но это число всегда нечетно. значит к=1 тогда a^2=r^2-r+1/3 тогда 3a^3=r^2-r+1 и 2<=r<=100 значит r=2 или r=23 причем этти значения подходят можно взять a=b=1 при r=2 и a=13 b=8 при r=23

ответ 2, 23

Комментарий:

Вопрос 5

Нет ответа

Балл: 20,00

У параллелепипеда $a \times b \times c$ грани разбиты на единичные клетки. Имеется также большое количество трехклеточных полосок, которые можно перегибать по границам клеток. При каких a, b и c три грани параллелепипеда, имеющие общую вершину, можно полностью обклеить полосками без наложений и зазоров так, чтобы клетки граней и полосок совпадали?

« ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 15

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 48 »

УТВЕРЖДАЮ:
Ответственный секретарь Оргкомитета ОШ СПбГУ
Хуршудян А.Л. (____________)

ПРОТОКОЛ
рассмотрения апелляции участника Олимпиады школьников Санкт-Петербургского государственного университета

г. Санкт-Петербург № МАТ-28 *«31» марта 2022 г.*

Апелляционная комиссия в составе:

1. Савельева Анастасия Глебовна,
2. Погожев Сергей Владимирович,
3. Флоринский Александр Алексеевич.

рассмотрела апелляционное заявление участника Олимпиады школьников СПбГУ:

ФИО: ***Чобанян Самвел Хачатурович***

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады: ***математика***

Количество набранных баллов до апелляции: ***55***

По результатам рассмотрения апелляционного заявления участника Олимпиады, Апелляционная комиссия приняла следующее решение: ***повысить оценку за работу на 10 баллов***.

Задача 2: изложение доказательства оценки с учетом допущенной опечатки с вычитанием единицы, отсутствия некоторых неравенств и какого-либо порядка в записи последовательности рассуждений, является основанием считать решение недостаточно обоснованным. Однако с учетом данных разъяснений решено повысить оценку за задание на 10 баллов.

Задача 3: доказательство равенства площадей второй пары треугольников не является дословным повторением доказательства равенства площадей первой пары треугольников с точностью до замены букв. В решении не указано, параллельность какой пары прямых должна быть доказана. Кроме того, доказательство параллельности второй пары прямых опирается на использование другого признака параллельности прямых. Поэтому решение нельзя признать полностью обоснованным, оценка за задачу оставлена без изменений.

Количество набранных баллов после апелляции: 65