	ol2205192 ol2205192
Тест начат	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:15
Состояние	Завершено
Завершен	понедельник, 14 Февраль 2022, 13:26
Прошло времени	3 час. 11 мин.
Оценка	**55** из 100

Вопрос
Инфо

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 4 задач. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 5 из 10

Некоторый треугольник разрезали на пять маленьких треугольников так, как показано на рис. 1. Могли ли при этом все пять маленьких треугольников оказаться равными?

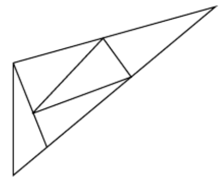

Рис. 1

Да, могли, когда стороны у треугольников соответственно равны A,A/2,B (A>A/2+B,B>A/2+A)

Тогда один Б. треугольник будет делиться на 4 линиями, соединяющими середины его сторон, а снизу будет пририсован треугольник, у которого одна сторона будет равна A/2+A/2=A, а две другие стороны равны A/2 и B

При этом все треугольники будут равны по 3 признаку равенства треугольников.

Комментарий:
непонятно, почему равны маленькие треугольники и почему при таком построении будет большой треугольник, а не четырехугольник

Вопрос **2**

Выполнен

Баллов: 30 из 50

На картинке нарисовано несколько кружочков, соединенных отрезками. Костя выбирает натуральное число n и расставляет в кружочках различные натуральные числа, не превосходящие n, так, чтобы для всех поставленных им чисел выполнялось свойство: *если числа a и b соединены отрезком, то разность $a - b$ должна быть взаимно проста с n, а если не соединены, то числа $a - b$ и n должны иметь общий натуральный делитель, больший 1*. Например, для картинки на рис. 2 Костя взял $n = 45$ и подобрал подходящую расстановку — она показана на рис. 3.

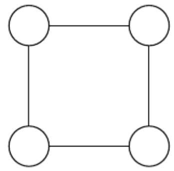

Рис. 2

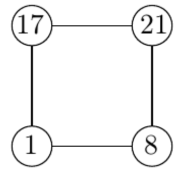

Рис. 3

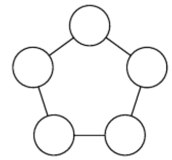

Рис. 4

а) При каком наименьшем n существует требуемая расстановка чисел на рис. 2?
б) Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при $n = 25$?
в) Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при $n = 39$?
г) При каком наименьшем n существует расстановка чисел в кружочках на рис. 4?

а) При n<=3 у нас не будет хватать чисел, чтобы заполнить кружочки(их 4, а чисел 3)

При n=4 есть вариант:

2 3

1 4

Ответ: при n=4

б)Пронумеруем кружки:

1 2

3 4 5

У числа 25 только 1 вид простых делителей- это 5

если число в 1 дает ост. X при делении на 5, то числа в 4 и 5 тоже дают такой остаток (иначе разность в 1 и каком-то из 4 и 5 не будет делиться на 5, а значит не будет иметь общих делителей не =1 с 25). Но так как 4 и 5- соседние, то их разность(делящаяся на 5(x-x=0)) должна быть взаимно проста с 25. Но их ОД-5. Значит при n=25 не существует расстановки

Ответ: нет

в)Снова пронумеруем кружки:

1 2

3 4 5

Число 39 имеет 2 простых делителя - 13 и 3

Предположим, что число в 1 дает ост. y при делении на 3 и ост. x при делении на 13

Тогда 4 дает ост. y при делении на 3, а 5 дает ост. x при делении на 13 (или наоборот, но тогда картинку можно перевернуть. Как и в б), одинаковые остатки они давать не могут, но их разн. с числом в 1 должна делиться на 3 или 13). Тогда если число в 4 дает ост. z при делении на 13, то число в 2 дает такой-же остаток-z. Число в 5 не может давать ост. y при делении на три (такой остаток у соседнего числа в 4)Значит оно дает ост. e при делении на 3. С числом в 1 число в 5 имеет одинаковый ост. при делении на 13 (x), значит с числом в 3 оно имеет од. ост при делении на 3 (e). С числом в 5 число в 3 имеет одинаковый ост. при делении на 3 (e), значит с числом в 2 оно имеет од. ост при делении на 13 (z). Но такой-же остаток у соседнего числа 4 при делении на 13, значит их разность делится на 13, а так как она должна быть взаимно простая с 39, получается что не существует расстановки для n=39

Ответ: нет

Комментарий:
а) 10

б) 10

в) 10

Вопрос 3

Выполнен

Баллов: 10 из 10

На доске написано 2021 минусов. Петя и Вася играют в такую игру. Ход состоит в том, что можно один минус заменить на плюс, либо стереть один плюс и один минус, либо два минуса заменить на три плюса. Ходят по очереди, первым ходит Петя, проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Есть три варианта хода:

1. удаление минуса, добавление плюса
2. удаление минуса, удаление плюса
3. удаление двух минусов, добавление 3 плюсов

Заметим, что человек не может сделать хода, только если на поле закончились минусы(все 3 варианта требуют удаления минусов),а если закончились плюсы, то можно использовать 1,3 ход (если все закончилось то закончились и минусы).
Петя может обеспечить себе победу по следующей стратегии:

Первым ходом он использует 3 ход. Теперь на доске 2019 минусов.

Если своим ходом Вася применяет 1 или 2 ход, то Петя применяет 3 ход.

Если своим ходом Вася применяет 3 ход, то Петя применяет 1.

Таким образом удаляется 3 минуса(в любом случае)

При этом заметим, что 1 и 3 ходы не зависят от количества плюсов(в них удаляются только плюсы)

Поэтому Петя всегда сможет действовать по этой стратегии.

За круг удаляется 3 минуса, всего их 2019, значит через 673 хода станет 0 минусов, а так как Петя ходил вторым(в кругу), то хода не будет у Васи. Значит Петя выиграет при правильной игре.

Ответ: Победит Петя

Комментарий:

Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 10 из 30

а) Имеется большая компания людей — больше 100 человек, в которой некоторые люди дружат. Верно ли, что каждую такую компанию можно разбить на две группы «дружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека друзей в своей группе было больше либо равно, чем друзей в противоположной группе?

б) Докажите, что каждую компанию, в которую входит 2022 человека, можно разбить на 15 групп «недружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека количество друзей в своей группе составляло не более $1/15$ от общего числа его друзей.

а) Да, верно. Просто поместим всех людей в одну группу. Тогда все их друзья будут в группе с ними.

Если так нельзя, то есть контрпример, когда в случае с 101 человеком все со всеми дружат. Тогда возьмем человека из группы, где меньше людей(такая есть,101-нечет. число).У него знакомых в этой группе меньше, чем в другой (т.к. он дружит со **всеми** ,а в его группе меньше человек

Тогда ответ нет

Комментарий:

ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 11

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Заключительный этап - Математика 6-7 21/22 (скрытый)