	ol2202886 ol2202886
Тест начат	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:06
Состояние	Завершено
Завершен	понедельник, 14 Февраль 2022, 13:55
Прошло времени	3 час. 48 мин.
Баллы	57/120
Оценка	**48** из 100

Вопрос **Инфо**

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 6 задач. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Петя и Вася одновременно выехали на самокатах навстречу друг другу. Ровно посредине между ними расположен мост. Дорога от Пети до моста асфальтированная, а от Васи до моста — грунтовая. Известно, что по грунтовой дороге они едут с одинаковыми скоростями, а по асфальту Петя движется в 3 раза быстрее, чем по грунтовке. Петя за час добрался до моста и, не останавливаясь, продолжил движение. Через какое время после выезда он встретит Васю?

V - скорости Пети и Васи на грунтовке.

3V - скорость Пети на асфальте.

S - изначальное расстояние до моста.

S = 3V * 1

После того , как Петя добрался до моста им до встречи ехать еще S - 1 * V, а их скорость сближения 2V.

Значит они потратят на дорогу еще (S - V) / 2V. => После выезда Петя встретит Васю через 1 + (S - V) / 2V = 1 + (3V - V) / 2V = 2 часа

Ответ: 2 часа.

Комментарий:

Вопрос **2**

Выполнен

Баллов: 15 из 20

Дан квадратный трехчлен $2x^2 - x - 36$. Найдите все целые x, при которых значения этого трехчлена равны квадрату простого числа.

p - простое число

2x^2 - x - 36 = 2 * (x - 9/2) * (x + 8/2) = (2x - 9)(x + 4) = p^2

Рассмотрим все возможные случаи:

1) 2x - 9 = x + 4

x = 13

2x^2 - x - 36 = 17 ^ 2 - подходит

2) 2x - 9 = 1 , а x + 4 = p^2

x = 5, p = 3 - подходит

3) 2x - 9 = -1 , а x + 4 = -p^2

x = 4, 8 = -p^2 - не подходит

4) 2x - 9 = p^2 , а x + 4 = 1

x = -3, -15 = p^2 - не подходит

5) 2x - 9 = -p^2 , а x + 4 = -1

x = -5, 19 = p^2 - не подходит

Ответ: 13, 5

Комментарий: В переборе вариантов не хватает случая.

Вопрос 3

Выполнен

Баллов: 5 из 20

Положительные числа a, b и c удовлетворяют условию $abc(a+b+c) = ab+bc+ca$.
Докажите неравенство $5(a+b+c) \geqslant 7+8abc$.

Поделим все на abc

(a + b + c) >= 1/a + 1/b + 1/c

ab + bc + ac <= (a^2 + b^2 + c^2)^(1/2) * (a^2 + b^2 + c^2)^(1/2) = a^2 + b^2 + c^2 из КБШ

a^2 + b^2 + c^2 <= (a + b + c)^2 / 3 из Титу

abc(a + b + c) <= a^2 + b^2 + c^2 <= (a + b + c)^2/3

3abc <= a + b + c

5(a + b + c) >= 15abc >= 7 + 8abc

Комментарий:
Решение недостаточно подробное.

В записи решения отсутствует обоснование того, что abc>=1. Неравенство "15abc >= 7 + 8abc" не обосновано.

Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 17 из 20

У Маши есть 1000 бусинок 50 различных цветов, по 20 бусинок каждого цвета. При каком наименьшем n для любого способа собрать из всех бусинок ожерелье можно выбрать n последовательных бусинок, среди которых есть бусинки 25 разных цветов?

n = 462

контр пример к n = 461 :

Одинаковые цвета расположены рядом (вначале 20 первого цвета, потом 20 второго и т.д.)

оценка, что всегда подойдет 462:

Допустим противное.

Ни в какой последовательности из 462 не 25 разных цветов.

462 = 20 * 23 + 2 => во всех возможных последовательности ровно 24 цвета и каждого цвета хотя бы 2 бусинки (иначе было бы 25 цветов).

Попробуем сместить нашу последовательность на 1 бусинку по часовой стрелке.

Ни один цвет не мог пропасть (т.к. каждого цвета хотя бы 2 бусинки).

Ни один цвет не мог появиться (т.к. стало бы 25 цветов).

Так мы можем двигать последовательность пока не дойдем до начала. Мы получили , что во всем круге только 24 разных цвета => противоречие

Комментарий:
Противоречие недостаточно обосновано.

Вопрос **5**

Выполнен

Баллов: 0 из 20

Точки A_1 и B_1 — середины сторон BC и AC остроугольного треугольника ABC, точка M — середина отрезка A_1B_1. Точка H — основание высоты, опущенной из вершины C на сторону AB. Через точку M проведены окружности, касающиеся сторон BC и AC соответственно в точках A_1 и B_1. Обозначим вторую точку пересечения окружностей через N. Докажите, что точки H, M и N лежат на одной прямой.

То, что спрашивается <=> H находится на радикальной оси этих двух окружностях <=> MH перпендикулярно линии центров этих окружностей

Комментарий: доказательство отсутствует

Вопрос **6**

Выполнен

Баллов: 0 из 20

У натурального числа n нет ни одного делителя d, удовлетворяющего неравенству $n^2 \leq d^4 \leq n^3$. Докажите, что n имеет простой делитель, четвертая степень которого больше, чем n^3.

Допустим противное.
q^4 <= n^3 , при любом простом q

p - максимальный простой делитель.

n = pk

p^4 <= n^3 , значит p^4 < n^2 = p^2 * k^2

p^2 < k*2

p < k

Рассмотрим 2 случая:

1) k^4 < n^2

k^2 < p^2

k < p   противоречие

2) k^4 > n^3

k^4 > k^3 * p^3

k > p^3   противоречие

Комментарий:
" k > p^3   противоречие" - неверно

ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 12

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 22