

[ol2202690](#) [ol2202690](#)

Тест начат понедельник, 14 Февраль 2022, 10:03

Состояние Завершено

Завершен понедельник, 14 Февраль 2022, 13:55

**Прошло
времени** 3 час. 51 мин.

Баллы 60/120

Оценка 50 из 100

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 6 задач. Решение каждой задачи Вы можете

- а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),
- б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос 1

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Петя и Вася одновременно выехали на самокатах навстречу друг другу. Ровно посередине между ними расположен мост. Дорога от Пети до моста асфальтированная, а от Васи до моста — грунтовая. Известно, что по грунтовой дороге они едут с одинаковыми скоростями, а по асфальту Петя движется в 3 раза быстрее, чем по грунтовке. Петя за час добрался до моста и, не останавливаясь, продолжил движение. Через какое время после выезда он встретит Васю?

пусть скорость Васи и Пети по грунтовой дороге равна $V_{\text{грунт}}$, а скорость Пети по асфальту равна $V_{\text{асф}}$. Тогда мы знаем что если $V_{\text{грунт}} = x \text{ км/ч} \Rightarrow V_{\text{асф}} = 3x \text{ км/ч}$, Петя по асфальту за час добрался до моста \Rightarrow расстояние до моста равно $3x$ километров \Rightarrow Вася, едущий по грунтовой дороге проехал за час x км \Rightarrow сейчас Петя и Вася будут двигаться навстречу друг к другу со скоростью x км в час т.к. оба на грунтовой дороге, и проехать им нужно $3x - x \text{ км} = 2x$ километров их скорость сближения равна $2x \text{ км в ч} \Rightarrow$ они встретятся через час, после того как Петя проехал мост \Rightarrow через 2 часа как Петя начал свое движение.

Комментарий:

Вопрос **2**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Дан квадратный трехчлен $2x^2 - x - 36$. Найдите все целые x , при которых значения этого трехчлена равны квадрату простого числа.

замечаем что корни квадратного уравнения $2x^2 - x - 36 = 0$ это 4.5 и -4 т.к $D = 1 + 4 \cdot 36 = 1 + 144 = 145$, по формуле считаем, получаем $\Rightarrow 2x^2 - x - 36$ раскладывается на множители как $2(x + 4)(x - 4.5) \Rightarrow 2x^2 - x - 36 = (x + 4)(2x - 9)$ ну или можно просто раскрыть скобки и убедиться в этом. $\Rightarrow (x + 4)(2x - 9) = p^2$ следовательно т.к x целое замечаем что модуль каждой из скобок $(x + 4)$ и $(2x - 9)$ равен какой то не отрицательной степени $p \Rightarrow$ нулевой, первой или второй. возникает 6 вариантов.

1) $x + 4 = 1$ $2x - 9 = p^2 \Rightarrow x = -3$, $2x - 9 = -6 - 9 = -15 \Rightarrow p^2 = -15$ а т.к p во первых простое (следовательно целое) во вторых рациональное такого не бывает

2) $x + 4 = p$ $2x - 9 = p \Rightarrow x + 4 = 2x - 9 \Rightarrow x = 13 \Rightarrow p = 17$, 17 простое подходит

3) $x + 4 = p^2$ $2x - 9 = 1 \Rightarrow 2x - 9 = 1 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow p^2 = 9$, $p = 3$, 3 простое подходит

4) $x + 4 = -1$ $2x - 9 = -p^2 \Rightarrow x = -5$, $2x - 9 = -10 - 9 = -19 \Rightarrow p^2 = 19$ а т.к p во первых простое (следовательно целое) такого не бывает

5) $x + 4 = -p$ $2x - 9 = -p \Rightarrow x + 4 = 2x - 9 \Rightarrow x = 13$ этот кандидат на ответ уже есть

6) $x + 4 = -p^2$ $2x - 9 = -1 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow p^2 = -8$, не подходит

кандидаты на ответ:

$x = 13$ $2 \cdot 169 - 13 - 36 = 338 - 49 = 289$ ну это квадрат 17

$x = 5$ $2 \cdot 25 - 5 - 36 = 50 - 41 = 9$ это квадрат 3

\Rightarrow 2 ответа 13 и 5

Комментарий:

Вопрос **3**

Выполнен

Баллов: 0 из 20

Положительные числа a , b и c удовлетворяют условию $abc(a + b + c) = ab + bc + ca$.

Докажите неравенство $5(a + b + c) \geq 7 + 8abc$.

 [IMG_20220214_144318.jpg](#)

Комментарий:
Решение не завершено, неравенство не доказано

Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

У Маши есть 1000 бусинок 50 различных цветов, по 20 бусинок каждого цвета. При каком наименьшем n для любого способа собрать из всех бусинок ожерелье можно выбрать n последовательных бусинок, среди которых есть бусинки 25 разных цветов?

ответ 462. Во первых почему если меньше то может не найтись. пример все цвета стоят подряд т.е сначала 20 первого цвета потом двадцать второго и т.д тогда заметим что если мы возьмем меньше чем $20 \cdot 23 + 2$ т.е \leq чем $20 \cdot 23 + 1$, то т.к цвета у нас стоят подряд то мы выбирая сколько то подряд идущих можем взять максимум 2 неполных цвета(полным называется цвет если все бусины этого цвета присутствуют в выбранном наборе) т.к в нашем примере неполные цвета могут стоять только на концах выбранной последовательности \Rightarrow если мы смогли выбрать так что у нас 25 цветов значит там хотя бы 23 полных \Rightarrow уже хотя бы $20 \cdot 23$ бусинок да еще и 2 неполных хотя бы по 2 следовательно хотя бы $20 \cdot 23 + 2$. Почему с таким колвом всегда можно так выбрать, пусть нельзя, ну выбираем любые 462 последовательные бусинки тогда там ≤ 24 цвета значит какого то цвета хотя бы 20 т.к если каждого ≤ 19 значит всего фишек меньше либо равно $24 \cdot 19 = 456$, а мы взяли 462, поэтому есть цвет которого 20, тогда выберем первую в этой последовательности бусину этого цвета и выберем последовательность из 462 бусинки чтобы первая того цвета в той последовательности была последней бусиной в этой, заметим что последовательности не пересекают бусинами того цвета кроме последней бусины значит что бусин этого цвета там ровно 1, тогда рассмотрим последовательность без нее тогда там 461 бусина \Rightarrow хотя бы 24 цвета тк если меньше то бусин меньше либо рано 460 т.к в этой послед нет того цвета значит добавим обратно ту бусину цветов станет хотя бы 25

Комментарий:

Вопрос **5**

Выполнен

Баллов: 0 из 20

Точки A_1 и B_1 — середины сторон BC и AC остроугольного треугольника ABC , точка M — середина отрезка A_1B_1 . Точка H — основание высоты, опущенной из вершины C на сторону AB . Через точку M проведены окружности, касающиеся сторон BC и AC соответственно в точках A_1 и B_1 . Обозначим вторую точку пересечения окружностей через N . Докажите, что точки H , M и N лежат на одной прямой.

докажем немного другое а именно что если MN соединить и продлить до пересечения с AB в точке H то $CH \perp AB$ прямой. надо доказать что треугольник A_1CH прямоугольный т.е. что $A_1H \perp CH$. т.к. CA_1 — касательная следовательно $\angle CA_1B_1 = \angle A_1B_1M$ также т.к. A_1B_1 — средняя линия $\angle CA_1B_1 = \angle CAB$ аналогично с другой окружностью значит что четырехугольники B_1NHA и NA_1BH вписанные

 [IMG_20220214_144335.jpg](#)

Комментарий:
решение не завершено, результат не получен

Вопрос **6**

Выполнен

Баллов: 0 из 20

У натурального числа n нет ни одного делителя d , удовлетворяющего неравенству $n^2 \leq d^4 \leq n^3$. Докажите, что n имеет простой делитель, четвертая степень которого больше, чем n^3 .

