	ol2215047 ol2215047
Тест начат	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:06
Состояние	Завершено
Завершен	понедельник, 14 Февраль 2022, 13:51
Прошло времени	3 час. 45 мин.
Оценка	**55** из 100

Вопрос
Инфо

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 4 задач. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 9 из 10

Некоторый треугольник разрезали на пять маленьких треугольников так, как показано на рис. 1. Могли ли при этом все пять маленьких треугольников оказаться равными?

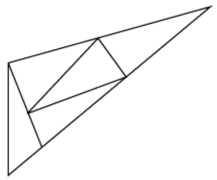


Рис. 1

Если у нас два равных треугольника, то соответственные углы равны

Посмортим на угол А в нижнем треугольнике, рядом с ним есть смежный угол,
разбирем два варианта: смежный с ним угол равен углу Б или С, или он равен углу А

Если смежный угол равен Б или С, то можно составить два уравнения

1)180-А=Б (ну или может равен А, всвязи общности рассуждений, не играет сути) как смежный

С+А+Б=180 сумма углов треугольника

если во втором уравнении заменить 180 на А+Б, то получаем что С равно нулю

2)если смежный угол тоже равен А, то мы по получаем, что 2А=180, откуда А равно 90(угол на рисунке показан красным)

И есть пример, на то, что они равны, это большой прямоугольный треугольник с углами 90 60 и 30, который разбит на треугольники тоже с углами 30 60 и 90 пример во втором фото ol2215047_1.png

Комментарий:
30 и 60 неверно

На картинке нарисовано несколько кружочков, соединенных отрезками. Костя выбирает натуральное число n и расставляет в кружочках различные натуральные числа, не превосходящие n, так, чтобы для всех поставленных им чисел выполнялось свойство: *если числа a и b соединены отрезком, то разность $a-b$ должна быть взаимно проста с n, а если не соединены, то числа $a-b$ и n должны иметь общий натуральный делитель, больший 1.* Например, для картинки на рис. 2 Костя взял $n = 45$ и подобрал подходящую расстановку — она показана на рис. 3.

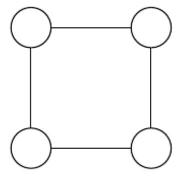


Рис. 2

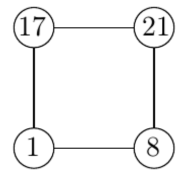


Рис. 3

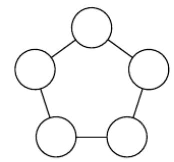


Рис. 4

а) При каком наименьшем n существует требуемая расстановка чисел на рис. 2?
б) Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при $n = 25$?
в) Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при $n = 39$?
г) При каком наименьшем n существует расстановка чисел в кружочках на рис. 4?

Логично, что если если все числа не превосходят n, и все числа различные, то число n хотя бы равно количеству пустых клеточек, иначе у нас просто не хватит чисел что бы их заполнить
Итого под а) минимальная n = 4 вот пример(4-3-2-1 стоят попорядку наиная с левой верхней клетки):

4 3

1 2 позиции чисел расставлены как на рисунке, все работает

б) если n = 25, число 25 это 5*5, отсюда следует что разность противоположных чисел(НЕ соседних) должна делится на 5

пусть число сверху дает остаток k по моделю пять, то два соседних числа снизу, тоже должны иметь остаток k по модули пять, ведь это единственный способ сделать так, что бы разность была кратна 5(k-k=0(mod 5)), получается такая картина:

k

x y

k k

видим что два соседних числа дают одинаковые остатки на 5, значит их разность кратна пяти, что протеворечит условию(это следствие того, что число 25 имеет в разложении на мноители только 1 простое число)

в) вот пример

20

7 28

2 33

г) n у нас как минимум 5, это следует из количества клеточек,

теперь, по тем причинам, что в разложении числа пять на множители только одно простое число,у нас не получиться замастить как в условииклетки(см. пункт б)

Далее у нас n = 6, предположим, что мы не используем число 6 в нашем примере, значит остались всего пять чисел на 5 клеток, среди которых есть единица, но соседями единицы может быть только двойка и шестерка, но шестерку мы убрали, это значит, что с единицей будет точно стоять число либо 3/4/5, но разность их не взаимно проста с 6

Если у нас в примере нет единицы, то у нас есть шестерка, рядом с которой может стоять только пятерка или единица, и по тем же причинам единицы не не может быть в примере

ВОт до чего мы долшли, рядом стоят 6 и 1, а рядом с единицей может стоять только осталось 2, а с 6 5

осталось одно место, и какое из чисел 4 и 3 мы бы не положили,наткнемся на противоречие(5-2=3(делитель шести)4-2=2 тоже делитель, 6 не пойдет, числа 7, 8, 9 не пойдут по пунтку б т.к там только одно простое число и нам достаточно рассмотреть остатки на него, n=10 круг не может состоять из четных чисел(разность соседних будет делистя на 2), значит где-то есть нечетноерядом с ним могут быть только четные, что бы разность была нечетная итого у нас чередуется неч и чет, но т.к чисел нечетное кол-во, значит на конце будут два нечетных подряд, разность между которыми четная, хотя они соседи, это работает со всеми четными числами.

итого теперь отпадают еще 10, 11-см.б, 12-четн,13-см.б,14-четн

n =15 Пример

14

6 15

5 3

Комментарий:
а) 10

б) 10

в) 0

г) 4

Вопрос 3

Выполнен

Баллов: 10 из 10

На доске написано 2021 минусов. Петя и Вася играют в такую игру. Ход состоит в том, что можно один минус заменить на плюс, либо стереть один плюс и один минус, либо два минуса заменить на три плюса. Ходят по очереди, первым ходит Петя, проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Запишем все возможные ходы(операции):

	-	+
1)	-1	+1
2)	-1	-1
3)	-2	+3

Первым ходом Петя делает оперцию номер 3 т.е убираем два минуса и прибавляем три плюса

теперь, кол-во минусов стало кратно трем (2019)

Поймем, что конец игры наступает, когда у нас не останется минусов, и теперь Петя применяет такую стратегию:

если Вася выбирает операцию номер три, то мы выбираем операцию номер один, что бы у нас число минусов опять стало кратно трем, также эта операция не зависит от кол-ва плюсов, ну и Петя очевидно сможет походить, ведь если из числа кратного трем вычесть число не кратное трем, то мы получим число не кратное трем, Хотя конец игры наступает в числе 0, которое делится на три, значит мы как раз добьем кол-во до нуля и ход передастся Васе

если Вася выбирает операцию номер 1 либо 2, то мы выбираем операцию 3, которая опять же не зависит от кол-ва минусов, и мы снова добьем до числа кратного трем, петя по тем же самым причинам сможет походить

Ну и вот после нескольких таких ходов, с помощью добиваний до чисел кратных трем, мы дойдем до общего кол-ва минусов равным нулю(у нас нет операций которые прибавляют кол-во минусов, значит они когда-то закончатся), ход сейчас будет васин, а минусов на поле нет, хотя все операции требуют отнимать минусы

Ответ Первый игрок, если будет ходить именно так

Комментарий:

Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 12 из 30

а) Имеется большая компания людей — больше 100 человек, в которой некоторые люди дружат. Верно ли, что каждую такую компанию можно разбить на две группы «дружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека друзей в своей группе было больше либо равно, чем друзей в противоположной группе?

б) Докажите, что каждую компанию, в которую входит 2022 человека, можно разбить на 15 групп «недружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека количество друзей в своей группе составляло не более $1/15$ от общего числа его друзей.

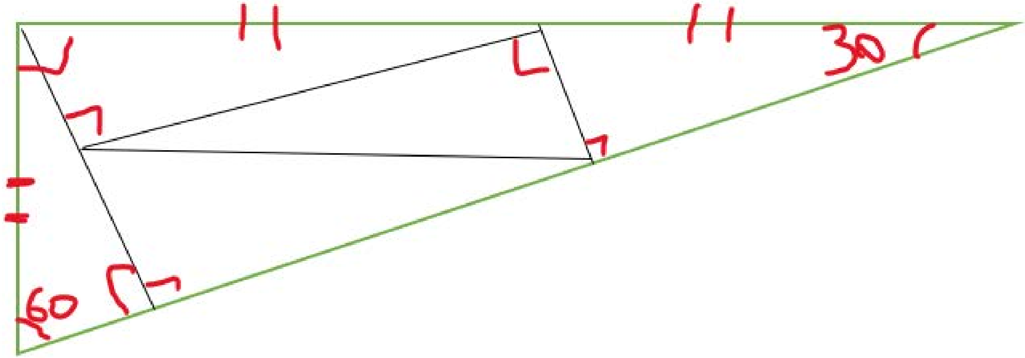
а) невсегда,попробуем найти противоречие с четностью, пусть у нас полный граф, каждый дружит с каждым, с например количеством людей 102, значит из каждого человека будет выходить нечетное число ребер, это значит, что если мы хотим что бы у какого-то человека было в одной группе друзей больше или равно чем в другой, то людей в каждой группе, будет разное кол-во(понятно что нечетное кол-во ребер мы не сможем поделить пополам), значит в какой-то группе будет разрыв в хотя бы 2 человека, но это значит, что у людей в группе, где людей меньше, друзей из чюжой группы будет больше чем друзей в своей ведь людей меньще, а каждый дружит с каждым
б) пойдем от противного, предположим, что как бы мы не разбили людей на группы, то хотя бы у одного человека всегда былоболее 1/15 друзей в группе
по дирихле, в какой-то группе точно будет хотя бы 35 человек(2022/15)

Комментарий:
а) 10

б) 2

ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 11

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Заключительный этап - Математика 6-7 21/22 (скрытый)


30
60