

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 6 задач. Решение каждой задачи Вы можете

- а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),
- б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Петя и Вася одновременно выехали на самокатах навстречу друг другу. Ровно посередине между ними расположен мост. Дорога от Пети до моста асфальтированная, а от Васи до моста — грунтовая. Известно, что по грунтовой дороге они едут с одинаковыми скоростями, а по асфальту Петя движется в 3 раза быстрее, чем по грунтовке. Петя за час добрался до моста и, не останавливаясь, продолжил движение. Через какое время после выезда он встретит Васю?

Когда Петя будет на мосте, Вася проедет треть грунтовой дороги (тк скорость Пети в 3 раза больше). Это займет у него 1 час. Чтобы им встретиться им придется проехать $\frac{2}{3}$ грунтового участка дороги. Те каждый проедет по $\frac{1}{3}$. Это займет у каждого по 1 часу, тк Вася проехал первую треть за час.

$1(\text{Петя едет до моста}) + 1(\text{Петя едет по грунтовке}) = 2 \text{ часа}$

Комментарий:

Вопрос **2**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Дан квадратный трехчлен $2x^2 - x - 36$. Найдите все целые x , при которых значения этого трехчлена равны квадрату простого числа.

 [ol2211574_2.pdf](#)

Комментарий:

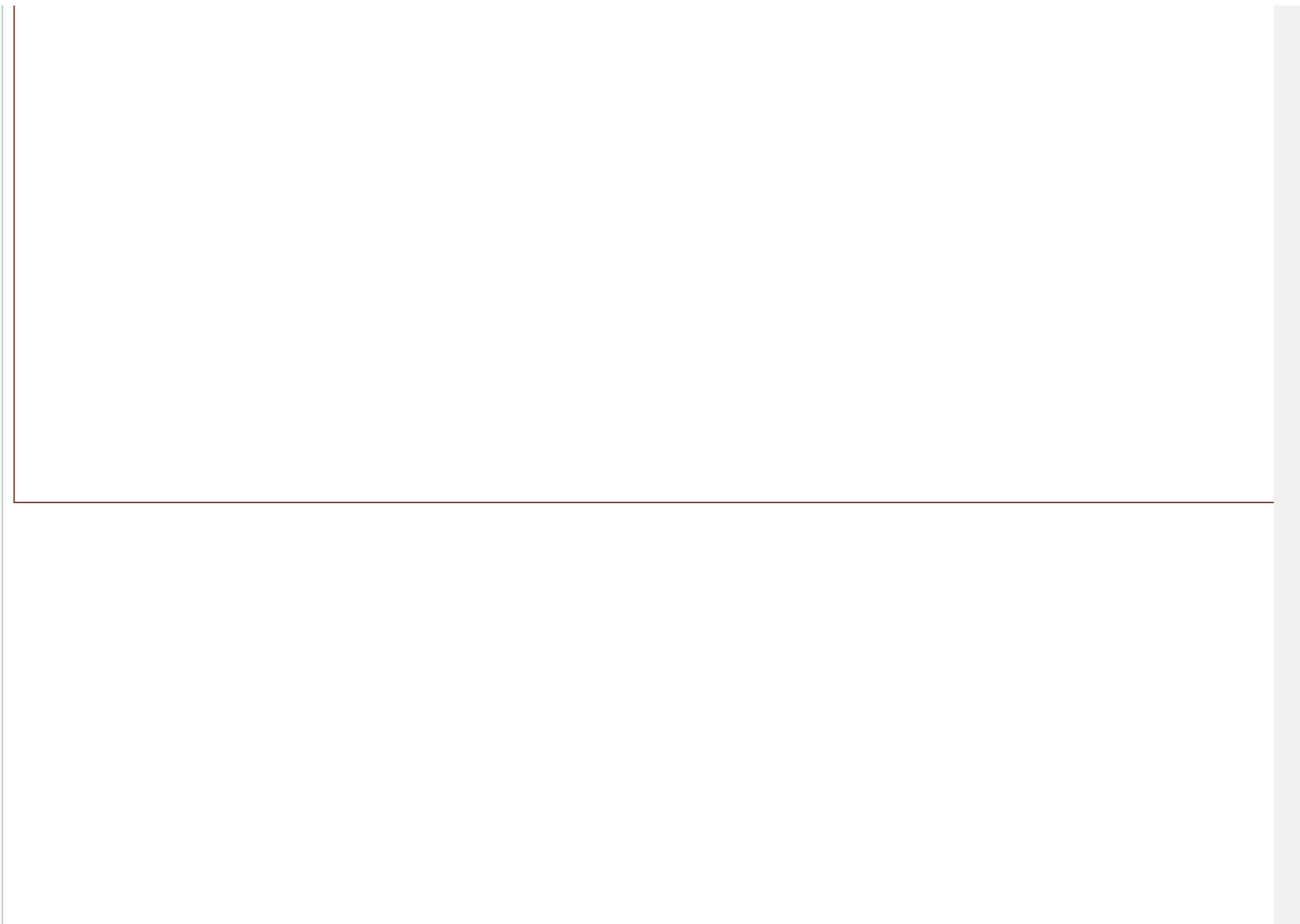
Вопрос **3**

Нет ответа

Балл: 20

Положительные числа a , b и c удовлетворяют условию $abc(a + b + c) = ab + bc + ca$.

Докажите неравенство $5(a + b + c) \geq 7 + 8abc$.



Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 18 из 20

У Маши есть 1000 бусинок 50 различных цветов, по 20 бусинок каждого цвета. При каком наименьшем n для любого способа собрать из всех бусинок ожерелье можно выбрать n последовательных бусинок, среди которых есть бусинки 25 разных цветов?

Возьмем две любые бусинки

Возьмем две бусинки разных цветов на ожерелье

Между ними максимально может быть $23 * 20$ бусинок, те все бусинки 23 цветов. ($n = 2 + 23 * 20$)

Меньше быть не может, тк в ожерелье где цвета идут «колбасками» по 20 меньше сделать нельзя.

Докажем, что n не может быть больше от противного

Если мы взяли две бусинки разных цветов и между ними $23 * 20 + k$ бусинок, то в этом ряду будет 24 цвета, а сумме 26 цветов.

Следовательно можно откинуть бусинку с края цепочки, которую мы взяли. Далее повторим операцию для $23 * 20 + (k - 1)$. Если на краях одинаковые бусинки, мы можем откинуть одну без вреда для количества цветов. Если на краях послед из бусинок одного цвета, мы ее откидываем, оставляя одну бусинку на краю цепочки. Таким образом можно получить цепочку длиной $23 * 20 + 2 = 462$

Ответ: 462

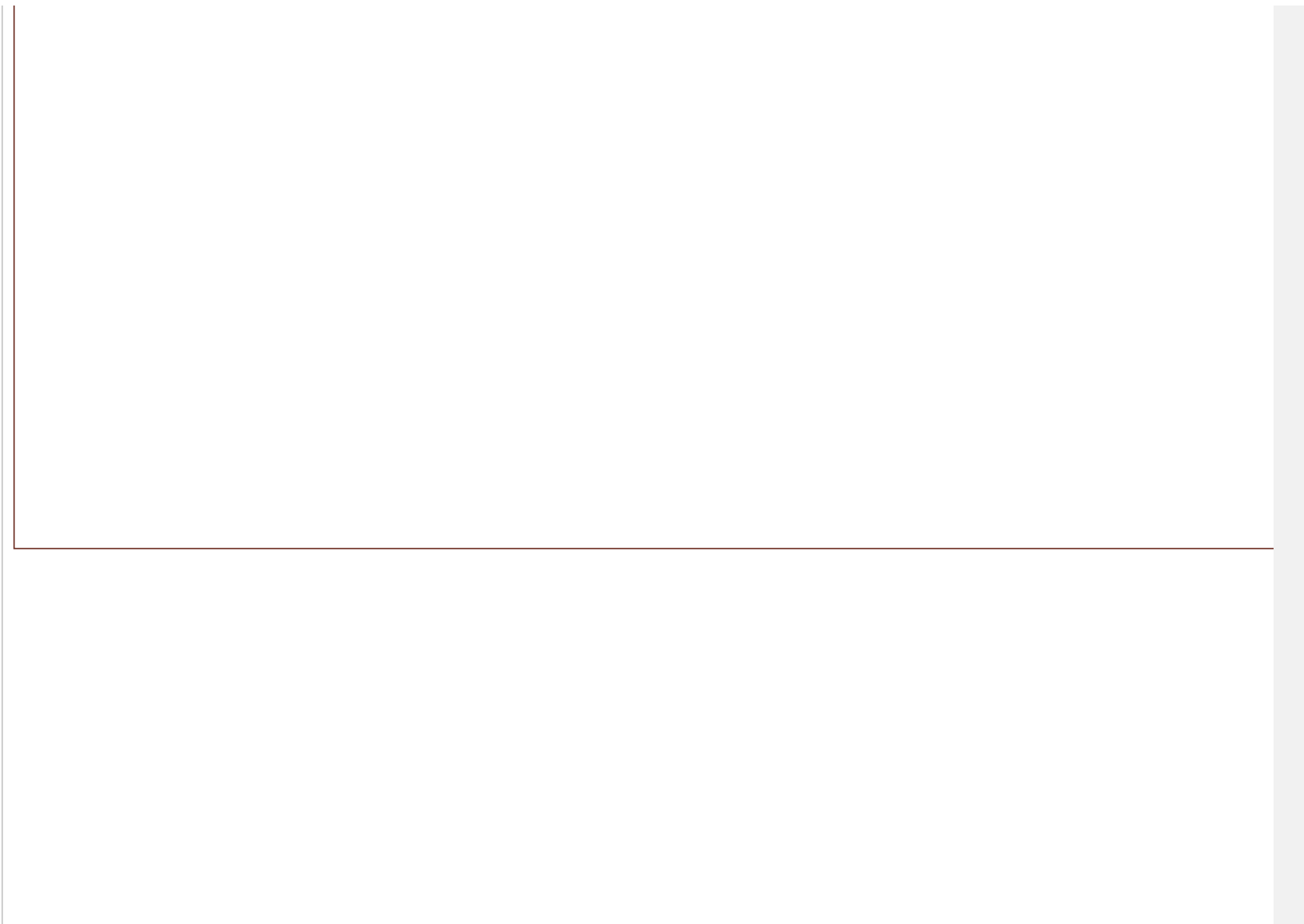
Комментарий:
Недостаточно подробно описаны действия с отбрасыванием бусин.

Вопрос **5**

Нет ответа

Балл: 20

Точки A_1 и B_1 — середины сторон BC и AC остроугольного треугольника ABC , точка M — середина отрезка A_1B_1 . Точка H — основание высоты, опущенной из вершины C на сторону AB . Через точку M проведены окружности, касающиеся сторон BC и AC соответственно в точках A_1 и B_1 . Обозначим вторую точку пересечения окружностей через N . Докажите, что точки H , M и N лежат на одной прямой.



Вопрос **6**

Выполнен

Баллов: 0 из 20

У натурального числа n нет ни одного делителя d , удовлетворяющего неравенству $n^2 \leq d^4 \leq n^3$. Докажите, что n имеет простой делитель, четвертая степень которого больше, чем n^3 .

Чтобы выполнялось это условие число должно быть простым, тк в не простом числе будет делитель больше чем корень из n (это так, тк если такого делителя не будет n можно будет представить в виде произведения двух чисел больше чем корень из n (полученное произведение будет больше n)). А для простого числа равенство выполняется очевидно

Комментарий:

"Чтобы выполнялось это условие число должно быть простым" - неверно. Контрпример. $n=34$.



ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ

Заключительный этап - Математика 8-9 21/22 (скрытый)

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ

Вариант 12



Пусть p – это некоторое простое число. Тогда:

$$2x^2 - x - 36 = p^2$$

$$(2x - 9)(x + 4) = p^2$$

Заметим, что скобки будут целые, тк x – целый.

Тогда p^2 можно представить в виде:

$$p^2 = 1 * p^2$$

$$p^2 = (-1) * (-p^2)$$

$$p^2 = p * p$$

$$p^2 = p^2 * 1$$

$$p^2 = (-p^2) * (-1)$$

$$p^2 = (-p) * (-p)$$

Рассмотрим каждый случай по отдельности

1. $2x - 9 = 1 \Leftrightarrow x = 5 \Leftrightarrow p^2 = 9 \Leftrightarrow p = 3$
2. $2x - 9 = -1 \Leftrightarrow x = 4 \Leftrightarrow -p^2 = 8$ – не подходит
3. $2x - 9 = x + 4 \Leftrightarrow x = 13 \Leftrightarrow p = 17$
4. $x + 4 = 1 \Leftrightarrow x = -3 \Leftrightarrow p^2 = -15$ – не подходит
5. $x + 4 = -1 \Leftrightarrow x = -5 \Leftrightarrow -p^2 = -19 \Leftrightarrow p^2 = 19$ – не подходит
6. $-(2x - 9) = -(x + 4) \Leftrightarrow 2x - 9 = x + 4 \Leftrightarrow x = 13 \Leftrightarrow p = 17$

Ответ {5; 13}