	ol2247423 ol2247423
Тест начат	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:13
Состояние	Завершено
Завершен	понедельник, 14 Февраль 2022, 14:10
Прошло времени	3 час. 56 мин.
Баллы	55/120
Оценка	**46** из 100

Вопрос **Инфо**

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 6 задач. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Коля поехал на электросамокате в магазин в соседнюю деревню со скоростью 10~км/ч. Проехав ровно треть всего пути, он понял, что при движении с прежней скоростью успеет точно к закрытию магазина, и увеличил скорость вдвое. Но когда он проехал ровно 2/3 всего пути, самокат сломался, и оставшуюся часть пути Коля прошел пешком. С какой скоростью он шел, если успел точно к закрытию магазина?

1 часть за t времени

2 часть за t/2 (т.к. скорость в 2 раза больше скорость)

3 часть за 1,5*t (т.к всего 3 части за 3t а 1 и 2 за 1,5*t 3t-1,5*t=1,5*t)

||

\/

скорость меньше в 1,5 раза => скорость 20/3 км/ч

Ответ:20/3 км/ч;

Комментарий:

Вопрос **2**

Выполнен

Баллов: 15 из 20

Найдите все целые a, для которых квадратный трехчлен $x^2 + ax + 2a$ имеет два различных целых корня.

a=-1; a=9

D=a*a-8*a=a*(a-8)
x1,x2=(-a+-(корень)(a*(a-8))/2 => a нечётно
т.к. a нечётно то все его простые делители в чётной степени (иначе в a-8 этого простого числа не будет тогда корень не извлекается => решения не целые) => a это кв.
1) a<0

a=-k^2

тогда k^2+8 это тоже кв.(иначе (корень)(a*(a-8) не целое)

k^2+8=z^2

(z-k)*(z+k)=8
z-k либо 1 либо 2 либо 4 либо 8
т.к. z и k одной чётности то их разность чётна
z-k=2
z=k+2

2k+2=8/2=4

2k=2

k=1

z-k=4
z=k+4

2k+4=8/4=2

2k=-2

k=-1

z-k=8
z=k+8

2k+8=8/8=1

2k=-7

k не целое => a нецелое.

||

\/

k=1 или k=-1

но в обоих случаях a=-1

a>0 аналогично

k=3 или k=-3

и в обоих случаях a=9 ||
\/

решений всего 2

Комментарий:
1. утверждение , что a нечетное не следует из того, что корни целые.

2. неточная формулировка. Вы пишите, что a - полный квадрат, после чего рассматриваете a<0.

3. "z-k либо 1 либо 2 либо 4 либо 8" не учли отрицательные делители

4. не обосновано, что "т.к. z и k одной чётности"

Вопрос 3

Нет ответа

Балл: 20

Положительные числа a, b и c удовлетворяют условию $abc(a+b+c)=3$. Докажите неравенство $(a+b)(b+c)(c+a) \geqslant 8$.

Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Какое наименьшее количество фишек можно расставить в клетках таблицы 99×99 так, чтобы в каждом квадрате 4×4 было не менее восьми фишек?

Сначала рассмотрим доску 100X100 И разобьём её на квадратики 4X4

Всего их будет 625 тогда в каждом кв. не менее 8 фишек тогда кол-во фишек >= 5000, но т.к. квадрат у нас 99X99
то уберем 199 кл в данных поз. (рис. 2)

(рис 2)

тогда фишек уменьшается на <=199 => останется >=5000-199=4801

Ответ: 4801
пример:

X			X
			X
			X
X	X	X	X

Такими таблицами замостим кв. 100X100 и уберём краинии (2 рис.) ост. 4801 кл.

Комментарий:

Вопрос **5**

Нет ответа

Балл: 20

Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Диагональ AC — биссектриса угла $\angle BAD$, точка M — середина стороны BC, а точка N — середина отрезка DO. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ является вписанным тогда и только тогда, когда четырехугольник $ABMN$ является вписанным.

Вопрос **6**

Выполнен

Баллов: 0 из 20

Докажите, что у каждого из чисел $n!+1$, $n!+2$, \dots, $n!+n$ можно выбрать простой делитель, на который не делится ни одно из остальных.

1) Если выбирается у каждого простой делитель
То при n=2 числа 3 4 4 => тут 2 числа совпадают => если из 1 выбрать простой делитель то 2 число будет кратно ему (т.к. это и его простой делитель)
2)Если выбираем у одного числа

I)n=1

числа 2 3 2 выбираем 3
||)n=2

числа 3 4 4 выбираем 3
III)n>2

НОД(n!+1,n!+2)=1
НОД(n!+1,n!+n)=НОД(n!+1,n-1)

т.к. n! кратно n-1 то можно убрать n! и на нод не повлияет.

НОД(n!+1,n!+n)=НОД(n!+1,n-1)=НОД(1,n-1)=1
||
\/
НОД(n!+1,n!+n)=1 и НОД(n!+1,n!+n)=1 => можно выбрать любое простое число в n!+1 чтд.

Комментарий:
Решение обрывается на полуслове. То, что соседние числа взаимно просты очевидно и общеизвестно. Больше ничего не доказано.