УТВЕРЖДАЮ:
Ответственный секретарь Оргкомитета ОШ СПбГУ
Хуршудян А.Л. (_______________)

# ПРОТОКОЛ
## рассмотрения апелляции участника Олимпиады школьников Санкт-Петербургского государственного университета

г. Санкт-Петербург | № МАТ-14 | *«31» марта 2022 г.*

Апелляционная комиссия в составе:

1. Савельева Анастасия Глебовна,
2. Погожев Сергей Владимирович,
3. Флоринский Александр Алексеевич.

рассмотрела апелляционное заявление участника Олимпиады школьников СПбГУ:

*ФИО:* ***Моргунов Евгений Георгиевич***

*Предмет (комплекс предметов) Олимпиады:* ***математика***

*Количество набранных баллов до апелляции:* ***20***

По результатам рассмотрения апелляционного заявления участника Олимпиады,

Апелляционная комиссия приняла следующее решение:

*Согласно п.2. Правил проведения заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ 2021/2022 учебного года, утвержденных приказом 28.01.2022 №543/1 «О проведении заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ 2021/2022 учебного года», Участники заключительного этапа Олимпиады несут ответственность за выполнение необходимых условий для работы прокторинга, а также соглашаются на видео- и аудиозапись процесса выполнения заданий заключительного этапа. Данное условие выполнено не было: по окончании работы выход из системы прокторинга был совершен некорректно, вследствие чего ответы в системе дистанционного проведения Олимпиады, расположенной по адресу https://talant.spbu.ru, отсутствуют или сохранены неполностью.*
*Те файлы, которые удалось прочесть, были оценены Апелляционной комиссией следующим образом:*
*задача 3 — 20 баллов из 20,*
*задача 4 — 5 баллов из 20 (не доведена до ответа, хотя начало правильное и разумное),*
*задача 6 — 10 баллов из 20 (неравенство доказано в предположении, что p>sqrt(n!+k), что не обосновано).*

***Участник признан призёром Заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по математике.***

Количество набранных баллов после апелляции: 55

| | |
|---|---|
| | ol2246522 ol2246522 |
| **Тест начат** | понедельник, 14 Февраль 2022, 10:10 |
| **Состояние** | Завершено |
| **Завершен** | понедельник, 14 Февраль 2022, 14:10 |
| **Прошло времени** | 3 час. 59 мин. |
| **Баллы** | 20/120 |
| **Оценка** | **17** из 100 |

Вопрос **Инфо**

**Уважаемый участник Олимпиады!**

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

**Вариант заключительного этапа состоит из 6 задач**. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Коля поехал на электросамокате в магазин в соседнюю деревню со скоростью 10~км/ч. Проехав ровно треть всего пути, он понял, что при движении с прежней скоростью успеет точно к закрытию магазина, и увеличил скорость вдвое. Но когда он проехал ровно 2/3 всего пути, самокат сломался, и оставшуюся часть пути Коля прошел пешком. С какой скоростью он шел, если успел точно к закрытию магазина?

Пусть весь путь это S, а скорость Коли пешком V км/ч. Тогда первую треть он прошёл за S/30, потом его скорость стала 20км/ч, тогда вторую треть он прошёл за S/60, последнюю треть он шёл со скоростью V км/ч и прошёл её за S/3V. Так как если бы он двигался со скоростью 10км/ч то пришёл бы к закрытию магазина, то магазин закроется через S/10 часов после выхода Коли, так как он пришёл точно к закрытию магазина, то:

S/30 + S/60 + S/3V = S/10

2SV + SV + 20S = 6SV

3SV + 20S = 6SV

20S = 3SV

3V = 20

V = 20/3

Ответ: 20/3 км/ч

Комментарий:

Вопрос **2**

Нет ответа

Балл: 20

Найдите все целые $a$, для которых квадратный трехчлен $x^2 + ax + 2a$ имеет два различных целых корня.

Вопрос 3

Выполнен

Баллов: 0 из 20

Положительные числа $a$, $b$ и $c$ удовлетворяют условию $abc(a+b+c) = 3$ . Докажите неравенство $(a+b)(b+c)(c+a) \geqslant 8$ .

Комментарий:
решение отсутствует

Вопрос **4**

Нет ответа

Балл: 20

Какое наименьшее количество фишек можно расставить в клетках таблицы $99 \times 99$ так, чтобы в каждом квадрате $4 \times 4$ было не менее восьми фишек?

Вопрос **5**

Нет ответа

Балл: 20

Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке $O$. Диагональ $AC$ — биссектриса угла $\angle BAD$, точка $M$ — середина стороны $BC$, а точка $N$ — середина отрезка $DO$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ является вписанным тогда и только тогда, когда четырехугольник $ABMN$ является вписанным.

Вопрос **6**

Нет ответа

Балл: 20

Докажите, что у каждого из чисел $n!+1$, $n!+2$, \dots, $n!+n$ можно выбрать простой делитель, на который не делится ни одно из остальных.

1 случай: abc >= 1, тогда:

(a+b)(b+c)(c+a) = a*b*c + a*a*b + a*a*c + b*b*a + b*b*c + c*c*a + c*c*b + a*b*c по неравенству о средних это больше чем $8\sqrt[8]{a^8b^8}c^8 = 8abc \geq 8$, доказано.

2 случай: abc < 1 т.к abc(a + b + c) = 3, то a + b + c > 3

(a+b)(b+c)(c+a) = a*b*c + a*a*b + a*a*c + b*b*a + b*b*c + c*c*a + c*c*b + a*b*c

a*b*c + a*a*b + a*a*c + b*b*a + b*b*c + c*c*a + c*c*b + a*b*c + a*b*c ≥ 8 + a*b*c

$$ab(a+b+c) + bc(a+b+c) + ac(a+b+c) \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2(a+b+c)^3}$$
$$= 3\sqrt[3]{9(a+b+c)} \geq 8 + abc$$

$$\frac{8+abc}{3} \leq \sqrt[3]{9(a+b+c)}$$

Т.к abc(a + b + c) = 3, то abc/3 = 1/a+b+c

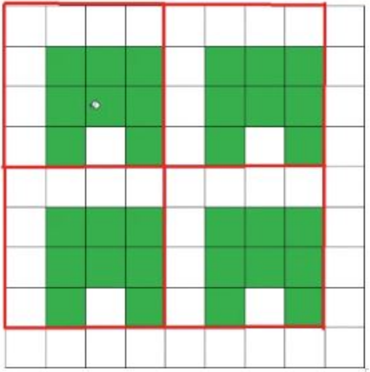
$$\frac{8}{3} + \frac{1}{a+b+c} \leq$$

$$\frac{8 + abc}{3} \leq \sqrt[3]{9(a + b + c)}$$

Т.к abc(a + b + c) = 3, то abc/3 = 1/a+b+c

$$\frac{8}{3} + \frac{1}{a + b + c} \leq \sqrt[3]{9(a + b + c)}$$

Если a + b + c = 3, то 3 ≤ 3 при увеличение a+b+c, правая часть уменьшается, а левая увеличивается, доказано.



Разобьём квадрат 99x99 на квадратики 4x4 как показано на рисунке выше, в каждом таком квадратике должны быть хотя бы 8 фишек, таких квадратиков будет 99/2(округление вниз) на 99/2(округление вниз) то есть 24 на 24. Как не трудно заметить в любом квадратике 4 на 4 есть ровно 8 фишек.

Доказательство:

Так как квадрат 4 на 4 то он "заденет" все 4 вида столбцов(пустой, где 3*24 фишек слева от столбца с 2*24 фишками, где 3*24 фишек справа от столбца с 2*24 фишками, столбец с 2*24 фишками) и заденет все 4 вида строк(аналогично столбцам). Так как рисунок выше симметричен(1 столбец = 5 столбец, 2 столбец = 6 столбцу и т.д), то этот квадрат 4 на 4 будет содежать 3 + 3 + 2 = 8 фишек.

Пусть у какого-то числа n! + k такого делителя нет.

Тогда рассмотрим его наибольший простой делитель p, т.к p – наибольший, то

$p \geq \sqrt{n! + k}$

Докажем, что $\sqrt{n!} \geq$ n при n > 3.

При n = 4, $\sqrt{24} \geq 4$, при увеличение n правая часть растёт на 1, а левая:
Так как n! растёт в n раз, то $\sqrt{n!}$ растёт в $\sqrt{n}$ раз т.к n ≥ 5 то оно растёт хотя бы в 2 раза т.к при n=4

$\sqrt{n!}$ > n, то и дальше он будет больше.

Так как у n! + k нет "уникального" делителя, то должно быть число кратное p(из данных чисел), но

n! +k + p ≥ n! + k + $\sqrt{n! + k}$ ≥ n! + n + k > n! + n

n! + k – p ≤ n! + k - $\sqrt{n! + k}$ ≤ n! + k – n ≤ n! + 1

Значит такого числа нет(два числа выше минимальные числа кратные p больше и меньше чем n! + k)