УТВЕРЖДАЮ:
Ответственный секретарь Оргкомитета ОШ СПбГУ
Хуршудян А.Л. (____________)

ПРОТОКОЛ
рассмотрения апелляции участника Олимпиады школьников Санкт-Петербургского государственного университета

г. Санкт-Петербург **№ МАТ-12** *«31» марта 2022 г.*

Апелляционная комиссия в составе:

1. Дементьев Андрей Викторович,
2. Алимова Ольга Викторовна,
3. Каратаева Гульнара Мирсатовна.

рассмотрела апелляционное заявление участника Олимпиады школьников СПбГУ:

ФИО: ***Куропаткин Илья Владиславович***

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады: ***Математика***

Количество набранных баллов до апелляции: ***0***

По результатам рассмотрения апелляционного заявления участника Олимпиады, Апелляционная комиссия приняла следующее решение: ***работу проверить полностью, т.к. вследствие технической ошибки файл с работой участника не попал своевременно на проверку Жюри. Общая оценка за работу 55 баллов. Признать участника призером Олимпиады школьников СПбГУ по математике.***

Задача 1. Решение верное, оценка 20 баллов.

Задача 2. Не завершено доказательство вспомогательного утверждения. При использовании вспомогательного утверждения, справедливого для $a>c$ и $d>b$, не проводится анализ того, что полученное неравенство справедливо для всех возможных x, y и z. Оценка за задачу 15 баллов.

Задача 3. Решение верное, оценка 20 баллов.

Задача 4. Решение отсутствует. Оценка за задачу 0 баллов.

Задача 5. Решение отсутствует. Оценка за задачу 0 баллов.

Количество набранных баллов после апелляции: 55

	ol2249039 ol2249039
Тест начат	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:06
Состояние	Завершено
Завершен	понедельник, 14 Февраль 2022, 14:10
Прошло времени	4 час. 3 мин.
Оценка	**0,00** из 100,00

Вопрос **Инфо**

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 5 задач. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

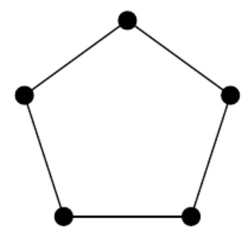
Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Нет ответа

Балл: 20,00

На картинке нарисовано несколько кружочков, соединенных отрезками. Таня выбирает натуральное число n и расставляет в кружочках различные натуральные числа так, чтобы для всех этих чисел выполнялось свойство:
если числа a и b не соединены отрезком, то сумма a^2+b^2 должна быть взаимно проста с n, а если соединены, то числа a^2+b^2 и n должны иметь общий натуральный делитель, больший 1.
При каком наименьшем n существует такая расстановка?



Вопрос **2**

Нет ответа

Балл: 20,00

При $x, y, z \geqslant 1$ найдите минимальное значение выражения

$$A = \frac{\sqrt{3x^4 + y} + \sqrt{3y^4 + z} + \sqrt{3z^4 + x} - 3}{xy + yz + zx}.$$

Вопрос 3

Нет ответа

Балл: 20,00

Дан вписанный четырехугольник $ABCD$ с перпендикулярными диагоналями. На описанной вокруг него окружности отмечена точка E, диаметрально противоположная D, причем отрезки AB и DE не пересекаются. Найдите отношение площадей треугольника BCD и четырехугольника $ABED$.

Вопрос **4**

Нет ответа

Балл: 20,00

На доске написано число $x = 9999$ в системе счисления с четным основанием r. Вася выяснил, что r-ичная запись x^2 представляет собой восьмизначный палиндром, у которого сумма второй и третьей цифр равна 24. (Палиндромом называется число, которое читается одинаково слева направо и справа налево). При каких r такое возможно?

Вопрос **5**

Нет ответа

Балл: 20,00

Дана квадратная таблица 2021×2021. Каждая ее клетка окрашена в один из n цветов. Известно, что для любых четырех клеток одного цвета, расположенных в одном столбце, справа от верхней из них и слева от нижней из них нет клеток того же цвета. При каком наименьшем n такое возможно?

ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 21

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 14

№ 1

На всех отмеченных рёбрах записываем простые числа (они должны входить в НОД с числом n)

Принимаем во внимание: на каждом ребре должно быть хотя бы одно простое число. Так же рассмотр[им] количество рёбер, на которых может быть простое число.

Ни на одном ребре не может находиться два. (Нельзя расставить числа чтобы во всех диагоналях была нечетная сумма.)

На одном ребре могут находиться 3, 7, 11, причем они могут находиться только на одном ребре. Это простые числа вида $4k+3$, сумма квадратов делится на них, если оба числа кратны этому простому.

Вывод: в пятиугольнике больше одной пары данных чисел находиться не может.

5, 13, а так же другие большие простые числа мы не можем разместить подряд на трех рёбрах.

В противном случае была бы такая пара чисел, которая не соединяется рёбрами и сумма их квадратов не является взаимнопростой n, эти числа размещают[ся] не менее 3 раз.

Необходимо разместить простые числа на 5 рёбрах. Необходимо использовать число с наименьшим произведением. Минимум это 5 и 13. Если мы возьмем одно число из них, то необходимо использовать минимум два числа (3, 7, 11), но $3 \cdot 7 > 13$

27 − 16 − 15 − 65 − 26 по модулю 5 и 13
квадраты данных чисел равны (4, 1 − 1, 9 − 0, 4 − 0, 0 − 1, 0)
мы можем заметить если мы возьмем сумму любых двух чисел с соседних мест, то их сумма будет делиться либо на 5, либо на 13.

Ответ: 65

№2

$$A = \frac{\sqrt{3x^4+y} + \sqrt{3y^4+z} + \sqrt{3z^4+x} - 3}{xy + yz + zx}$$

Допустим, что выражение будет $< 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{} + \sqrt{} + \sqrt{} - 3}{xy + yz + zx} < 1$$

Отсюда имеем: $\sqrt{} + \sqrt{} + \sqrt{} < xy + yz + zx + 3$

Получим после умножения и переноса:

$x^2 + y^2 + z^2 + 3$

Ниже: $\sqrt{3x^4+4} + \sqrt{3y^4+y} + \sqrt{3z^4+z}$

$\sqrt{a+b} + \sqrt{c+d} > \sqrt{a+d} + \sqrt{c+b}$ при условии $\begin{cases} a > c \\ b < d \end{cases}$

$\sqrt{a+b} + \sqrt{c+d} \vee \sqrt{a+d} + \sqrt{c+b}$

$a + b + 2\sqrt{(a+d)(c+d)} + c + d \vee a + d + 2\sqrt{(a+d)(c+b} + c + b$

$(a+b)(c+d) \vee (a+d)(c+b)$

$ac + bc + ad + bd \vee ac + dc + ab + bd$

После приведения подобных:

$bc + ad > ab + cd$

$\sqrt{3x^4+x} + \sqrt{3y^4+y} + \sqrt{3z^4+z} < x^2 + y^2 + z^2 + 3$

Мы можем доказать: $\sqrt{3x^4+x} > x^2+1$

$\sqrt{3x^4+x} \vee x^2+1$

$3x^4 + x \vee x^4 + 2x^2 + 1$

$2x^4 + x \vee 2x^2 + 1$

$\Rightarrow 2x^4 + x > 2x^2 + 1$, $x \geqslant 1$, тогда $\Rightarrow$

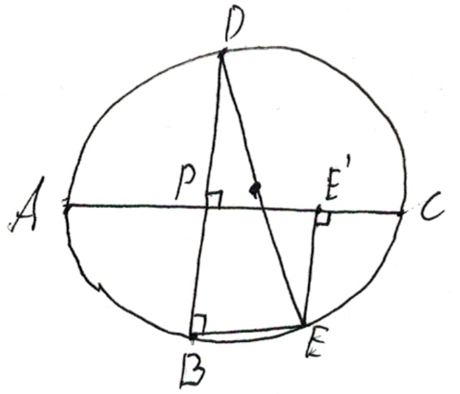
Такие же действия мы можем провести для остальных $(y; z)$

Тогда из неравенства мы понимаем, что получается другой знак, это противоречит исходным данным.

Только таким образом данное выражение $\geqslant 1$; $= 1$, тогда

когда: $x = y = z = 1$

№3



A, C и B не могут находиться на одной полуокружности (углы пересечения хорд - полусумма противолежащих дуг) относительно ED. В противном случае одна из них больше 180 градусов.

P - точка пересечения AC и DB

Т.к. ED диаметр, $\angle DBE = 90^\circ \Rightarrow BE \parallel AC$

Тогда ABEC является равнобедренной трапецией т.к. вписана.

$AC > BE$ т.к. есть точка проекции B на AC, точка P

Если мы отмечаем проекцию E на AC, точка E', то получаем $BE = PE'$ и $CE' = AP$

Таким образом $S_{BCD} = \dfrac{BD \cdot CP}{2} = \dfrac{(PE' + CE') \cdot BD}{2} =$

$= \dfrac{(BE + AP) \cdot BD}{2} = S_{ABD} + S_{DEB}$

$S_{ABED} = S_{BED} + S_{ABD}$

Ответ: $\dfrac{S_{BCD}}{S_{ABED}} = 1$