

[ol2205948](#) [ol2205948](#)

Тест начат понедельник, 14 Февраль 2022, 10:06

Состояние Завершено

Завершен понедельник, 14 Февраль 2022, 14:05

**Прошло
времени** 3 час. 58 мин.

Баллы 58/120

Оценка 48 из 100

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 6 задач. Решение каждой задачи Вы можете

- а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),
- б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос 1

Выполнен

Баллов: 18 из 20

Коля поехал на электросамокате в магазин в соседнюю деревню со скоростью 10 км/ч. Проехав ровно треть всего пути, он понял, что при движении с прежней скоростью успеет точно к закрытию магазина, и увеличил скорость вдвое. Но когда он проехал ровно $\frac{2}{3}$ всего пути, самокат сломался, и оставшуюся часть пути Коля прошел пешком. С какой скоростью он шел, если успел точно к закрытию магазина?

Пусть всё расстояние S , тогда время от момента выезда до момента закрытия магазина составляет $S/10$ ч.

Первую треть пути он ехал со скоростью 10 км/ч и затратил на это $(S/3)/10$ ч.

Вторую треть пути он ехал со скоростью $2 \cdot 10 = 20$ км/ч и затратил на это $(S/3)/20$ ч.

Третью треть пути он шёл со скоростью X км/ч и затратил на это время $(S/3)/X$ ч.

Составим уравнение:

$$(S/3)/10 + (S/3)/20 + (S/3)/X = S/10$$

разделим на $(S/3)$:

$$1/10 + 1/20 + 1/X - 3/10 = 0$$

$$20 - 3X = 0$$

$$3X = 20$$

$$X = 6,66$$

Ответ: со скоростью 6,66 км/ч.

Комментарий:

правильный ответ $20/3$ км/ч

6.66км/ч - приближенное значение

Вопрос **2**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Найдите все целые a , для которых квадратный трехчлен $x^2 + ax + 2a$ имеет два различных целых корня.

Чтобы у квадратного трехчлена было два различных корня, дискриминант этого трехчлена должен быть больше 0. Дискриминант данного трехчлена составляет $a^2 + 8a$. Составим неравенство:

$$a^2 - 8a > 0$$

Решение этого неравенства: $(-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$.

Т.к a -целое, то для того чтобы корни были целые, корень из дискриминанта должен быть целым.

$$a^2 - 8a = (a-4)^2 - 16$$

т.к. a -целое, то $(a-4)$ -также целое, что означает, что между квадратом целого числа(т.е. $(a-4)^2$) и другим квадратом целого числа(т.е. $(a-4)^2 - 16$) разница должна составлять 16. Существует только два таких квадрата- 25 и 9. т.е. $(a-4)^2 = 25 \rightarrow a-4 = \pm 5 \rightarrow a = 9; a = -1$.

$0 > -1$; $9 > 8$, что соответствует решению неравенства.

Ответ: -1 и 9.

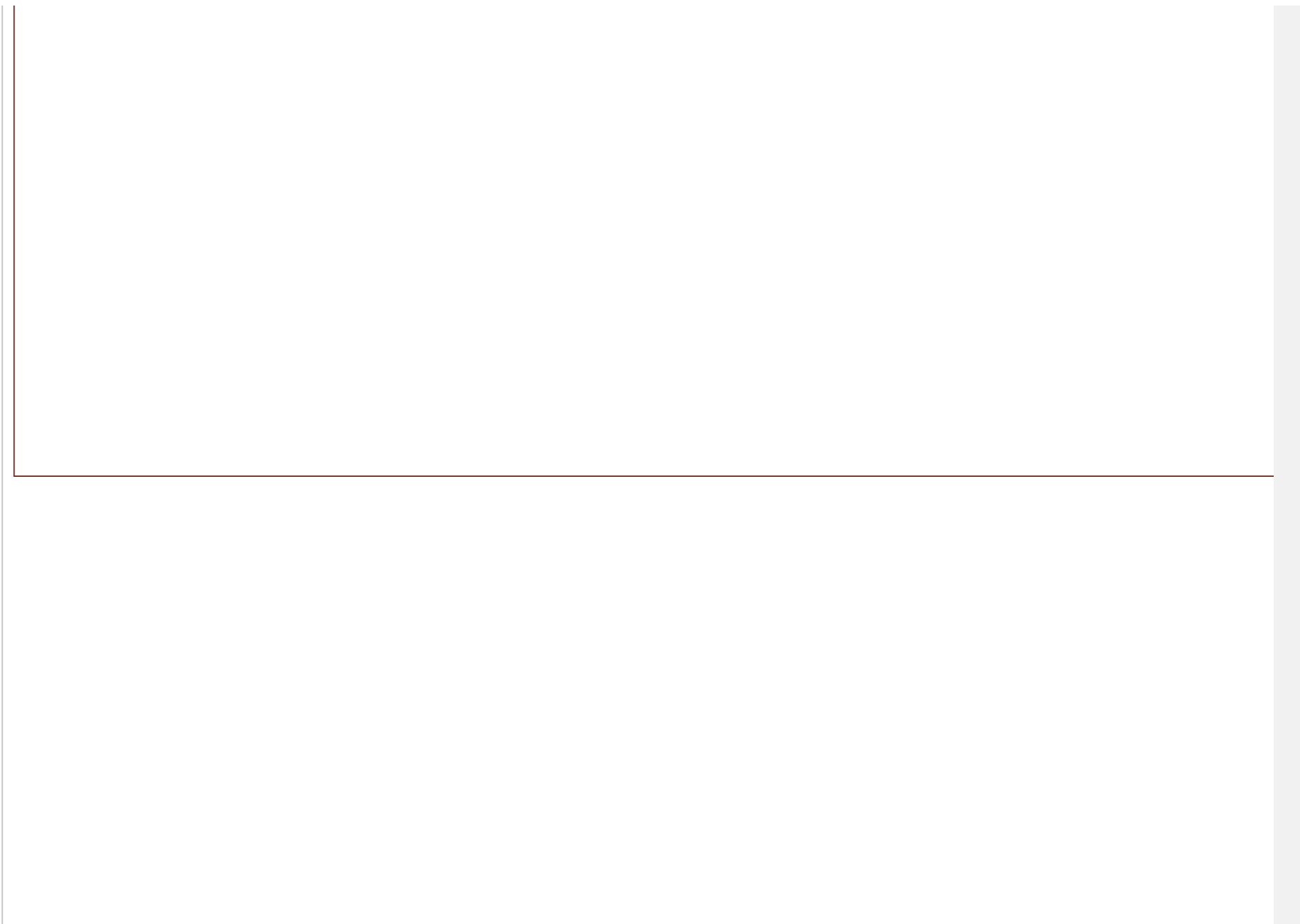
Комментарий:
отличное решение

Вопрос **3**

Нет ответа

Балл: 20

Положительные числа a , b и c удовлетворяют условию $abc(a + b + c) = 3$. Докажите неравенство $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8$.



Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Какое наименьшее количество фишек можно расставить в клетках таблицы 99×99 так, чтобы в каждом квадрате 4×4 было не менее восьми фишек?

Рассматривая таблицу 96×96 , её можно разбить на 24×24 не пересекающихся квадрата 4×4 . Если в каждый из не пересекающихся квадратов одинаково разместить 8 фишек, то в каждом квадрате 4×4 будет по 8 фишек, и для этого понадобится $24 \times 24 \times 8$ фишек.

Аналогично можно поступить с доской 100×100 . Разбив на 25×25 не пересекающихся квадратов и поместив одинаково по 8 фишек, то в каждом квадрате 4×4 будет 8 фишек, и для этого понадобится $25 \times 25 \times 8$ фишек.

Мы имеем таблицу 99×99 , значит искомое x фишек будет в диапазоне от $24 \times 24 \times 8$ до $25 \times 25 \times 8$.

На самом деле, если взять таблицу 100×100 и в каждом не пересекающемся квадрате 4×4 закрасить нижнюю линию из 4 клеток, самую правую колонку из 4 клеток (при этом правая угловая клетка будет окрашена как-бы 2 раза) и 1 клетку в любом месте такого квадрата мы получим нам нужный квадрат 100×100 . теперь сотрём нижнюю линию и правую колонку всей таблицы и мы получим нужную нам таблицу 99×99 с $25 \times 25 \times 8 - (4 \times 25 + 4 \times 25 - 1)$ фишек.

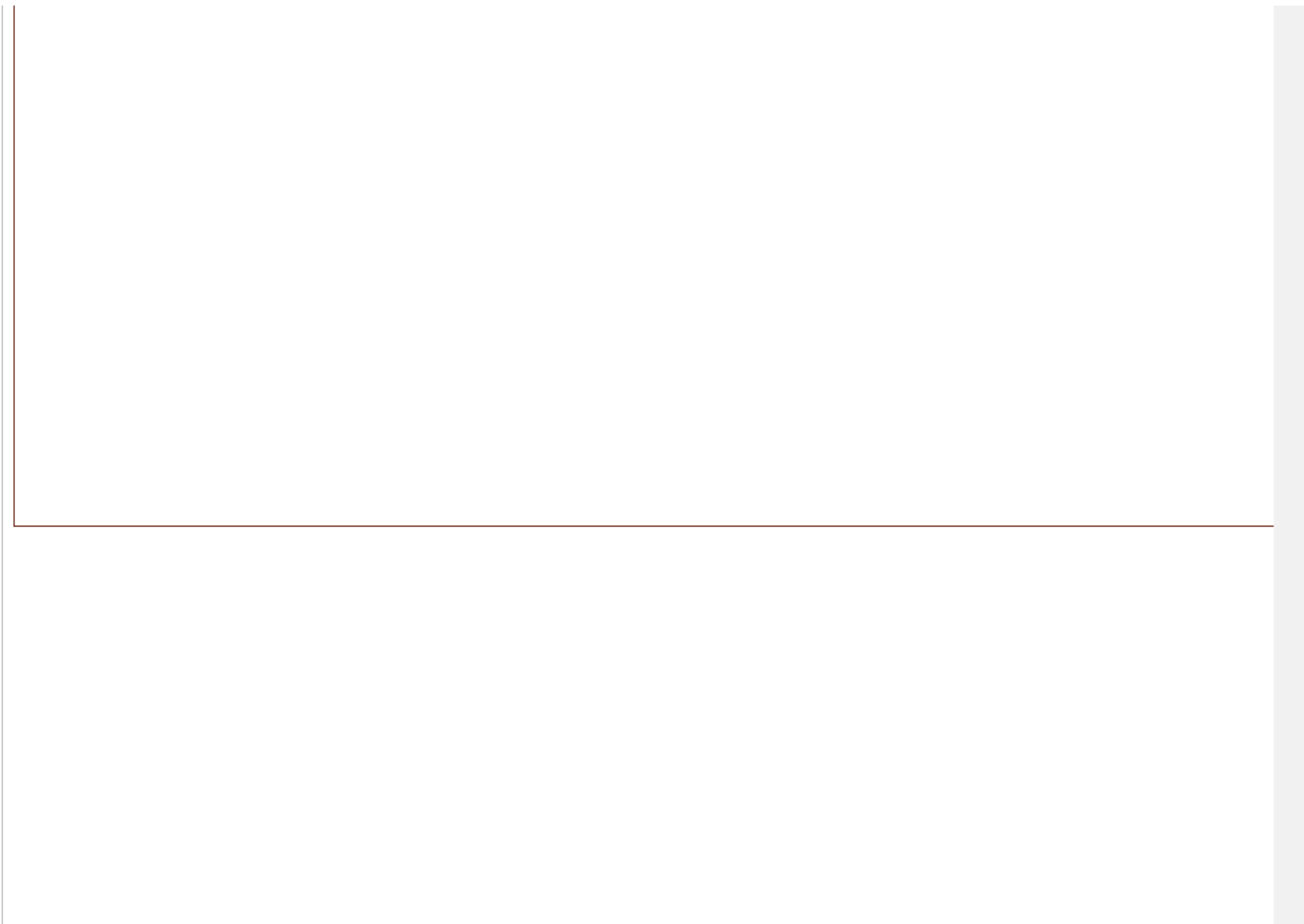
Комментарий:

Вопрос **5**

Нет ответа

Балл: 20

Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Диагональ AC — биссектриса угла $\angle BAD$, точка M — середина стороны BC , а точка N — середина отрезка DO . Докажите, что четырехугольник $ABCD$ является вписанным тогда и только тогда, когда четырехугольник $ABMN$ является вписанным.



Вопрос **6**

Нет ответа

Балл: 20

Докажите, что у каждого из чисел $n! + 1$, $n! + 2$, \dots , $n! + n$ можно выбрать простой делитель, на который не делится ни одно из остальных.



ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 21

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 13

