	ol2240592 ol2240592
Тест начат	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:07
Состояние	Завершено
Завершен	понедельник, 14 Февраль 2022, 13:14
Прошло времени	3 час. 6 мин.
Оценка	**65** из 100

Вопрос
Инфо

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 4 задач. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 0 из 10

Некоторый треугольник разрезали на пять маленьких треугольников так, как показано на рис. 1. Могли ли при этом все пять маленьких треугольников оказаться равными?

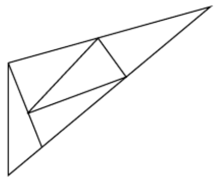


Рис. 1

ol2240592_1.jpeg

Комментарий:
ошибка в рассуждениях, ведущая к неверному ответу

На картинке нарисовано несколько кружочков, соединенных отрезками. Костя выбирает натуральное число n и расставляет в кружочках различные натуральные числа, не превосходящие n, так, чтобы для всех поставленных им чисел выполнялось свойство: *если числа a и b соединены отрезком, то разность $a-b$ должна быть взаимно проста с n, а если не соединены, то числа $a-b$ и n должны иметь общий натуральный делитель, больший 1.* Например, для картинки на рис. 2 Костя взял $n=45$ и подобрал подходящую расстановку — она показана на рис. 3.

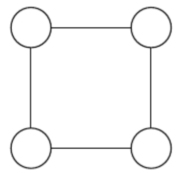


Рис. 2

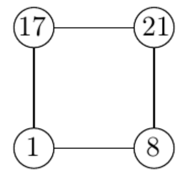


Рис. 3

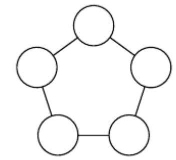


Рис. 4

а) При каком наименьшем n существует требуемая расстановка чисел на рис. 2?
б) Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при $n=25$?
в) Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при $n=39$?
г) При каком наименьшем n существует расстановка чисел в кружочках на рис. 4?

ol2240592_2.jpeg

Комментарий:
а) 5

корректный пример с неверным ответом

б) 10

в) 10

г) 20

Вопрос 3

Выполнен

Баллов: 10 из 10

На доске написано 2021 минусов. Петя и Вася играют в такую игру. Ход состоит в том, что можно один минус заменить на плюс, либо стереть один плюс и один минус, либо два минуса заменить на три плюса. Ходят по очереди, первым ходит Петя, проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Петя выиграет. Если минусов не останется, проиграет Вася. Сначала Петя заменяет два минуса на три плюса. Остаётся 2019 минусов. 2019 делится на 3. Далее если Вася заменяет два минуса на три плюса, то Петя заменяет один минус на плюс. Если же Вася заменяет один минус на плюс или стирает плюс и минус то Петя заменяет два минуса на три плюса. Таким образом от общего количества минусов после каждой пары ходов будет отниматься 3, и в итоге когда Васе нужно будет ходить останется 0 минусов.

Комментарий:

Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 10 из 30

а) Имеется большая компания людей — больше 100 человек, в которой некоторые люди дружат. Верно ли, что каждую такую компанию можно разбить на две группы «дружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека друзей в своей группе было больше либо равно, чем друзей в противоположной группе?

б) Докажите, что каждую компанию, в которую входит 2022 человека, можно разбить на 15 групп «недружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека количество друзей в своей группе составляло не более $1/15$ от общего числа его друзей.

а) Если все дружат со всеми, то:

Если группы содержат одинаковое количество человек, то для всех в другой группе будет больше друзей, т.к. там x человек, а тут x-1 человек и ты.
Если группы содержат разное количество человек, то в группе где человек меньше для всех в другой группе будет больше друзей.
б) Если все дружат со всеми, то:
У каждого есть 2021 друг. 2021:15 приблизительно равно 134,7. Тогда во всех 15 группах должно быть не меньше 134 человек.
Но тогда максимальное возможное количество человек = 134*15=2010. Противоречие.

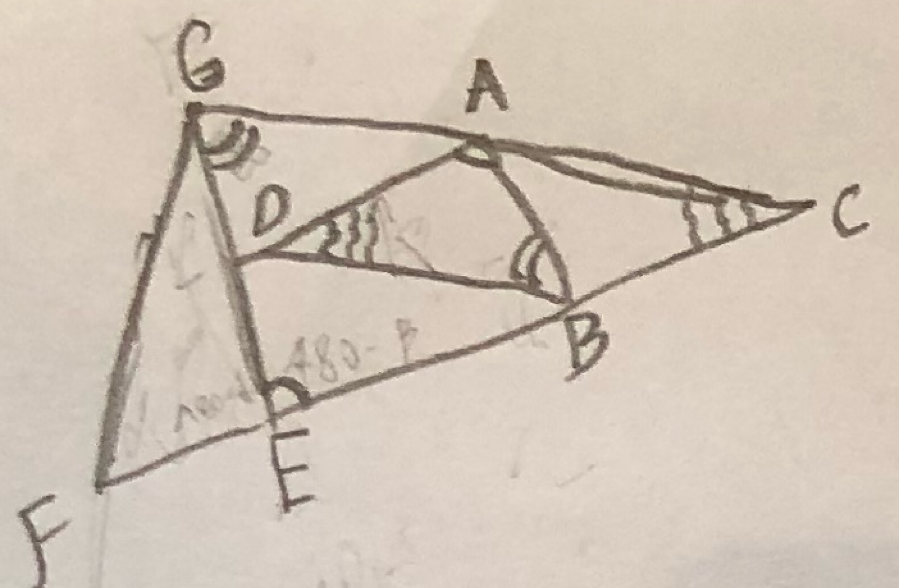
Комментарий:
а) 10

б) 0

ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Заключительный этап - Математика 6-7 21/22 (скрытый)

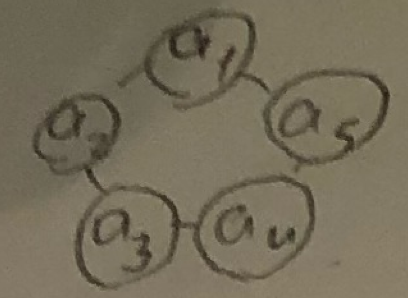
СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 21

1.



Допустим, треугольники равны. тогда $c = \angle ACB = \angle ADB$; $\angle DAB = \angle DEB = \alpha$; $\angle DGA = \angle DBA = \beta$;
тогда $\angle FEG = 180 - \alpha$; $\angle FGE = 180 - \beta$; $\Rightarrow \angle EFG = \beta + \alpha - 180$, $\Rightarrow \beta + \alpha > 180$, т.к. угол всегда > 0.
$\beta + \alpha > 180$, $\beta + \alpha + c = 180$, $\Rightarrow c < 0$, противоречие, угол всед

2.

б) 

общий натуральный делитель >1 (т.к. $a_1 > 25$, $a_? > 25$)

$a_1 - a_4 \,\vdots\, 5$, т.к. это ед возможный

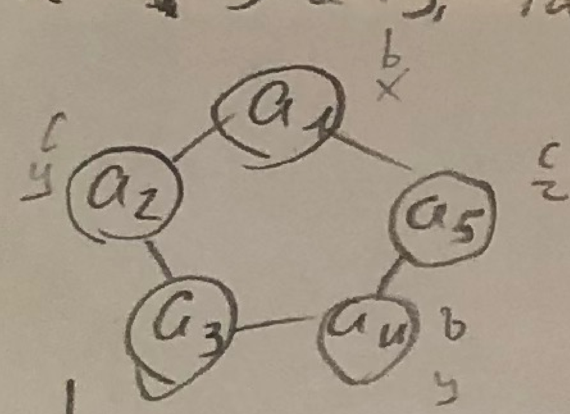
$a_1 - a_3 \,\vdots\, 5$.

$a_1 \underset{5}{\equiv} a_4$; $a_1 \underset{5}{\equiv} a_3 \Rightarrow a_4 \underset{5}{\equiv} a_3$.

Но $a_3 - a_4 \not\vdots\, 5$. Противоречие, построить невозможно.

в) Два числа не могут быть сравнимы и по модулю 3 и по модулю 13, ведь тогда они либо равны, либо различаются на 39.

m и k - 3 и 13, порядок не важен



$b \neq c \neq d$

$x \neq y \neq z$

$a_1 \underset{m}{\equiv} b$; $a_1 \underset{k}{\equiv} x \Rightarrow a_2$ и $a_5 \underset{m}{\not\equiv} b$, a_2 и $a_5 \underset{k}{\not\equiv} x$, но $a_2 \equiv a_5$ по модулю m или k

$a_2 \underset{m}{\equiv} c$; $a_2 \underset{k}{\equiv} y$; $a_5 \underset{m}{\equiv} c$; $a_5 \underset{k}{\equiv} z$. $\Rightarrow a_4 \underset{k}{\equiv} y$, т.к. $a_4 \underset{m}{\not\equiv} c$, и $a_4 \underset{m}{\equiv} b$, т.к. $a_4 \underset{k}{\not\equiv} x$.

$a_3 \underset{m}{\not\equiv} b$, $a_3 \underset{m}{\not\equiv} c$. Тогда $a_3 \underset{m}{\equiv} d$; $a_3 \underset{k}{\not\equiv} x$ и $a_3 \underset{k}{\not\equiv} z$. Противоречие, построить невозможно.

б) $n \geq 4$, т.к. если $n < 4$ то чисел меньше n меньше чем 4.

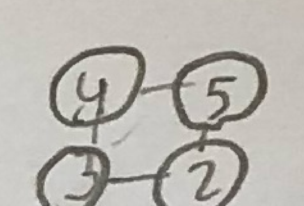
при $n = 5$ не будет больших чем 1 общих делителей, т.к. $a < 5$ и $b < 5$, а 5 - простое.

при $n = 6$. это невозможно, чет. стоят рядом с нечет, и будет $a - b \,\vdots\, 3$, когда a и b стоят рядом

при $n = 7$ невозможно по той же причине что когда $n = 5$

а) продолжение.

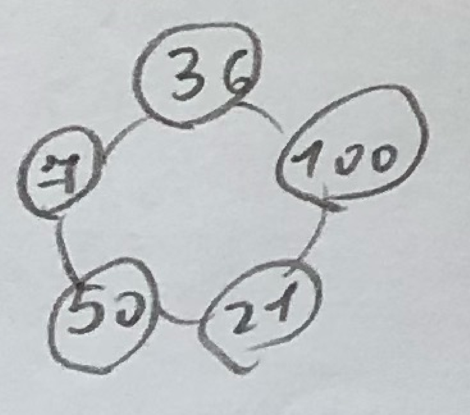
$n = 8$



Ответ: 8

г). в пункте в мы доказали что если у числа n 2 простых делителя то это невозможно. возьмем наим. n с тремя пр. делителями - 30. Но двойка не может быть делителем n, ведь два числа од. чётности будут стоять рядом. $\Rightarrow$ наим $n = 105$

$n = 105$



Ответ: 105