

[ol2243435](#) [ol2243435](#)

Тест начат понедельник, 14 Февраль 2022, 10:11

Состояние Завершено

Завершен понедельник, 14 Февраль 2022, 14:04

**Прошло
времени** 3 час. 53 мин.

Баллы 55/120

Оценка 46 из 100

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 6 задач. Решение каждой задачи Вы можете

- а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),
 - б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл.
- Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Петя и Вася одновременно выехали на самокатах навстречу друг другу. Ровно посередине между ними расположен мост. Дорога от Пети до моста асфальтированная, а от Васи до моста — грунтовая. Известно, что по грунтовой дороге они едут с одинаковыми скоростями, а по асфальту Петя движется в 3 раза быстрее, чем по грунтовке. Петя за час добрался до моста и, не останавливаясь, продолжил движение. Через какое время после выезда он встретит Васю?

Скорости Пети и Васи по грунту равны, а так как скорость Пети по асфальту в 3 раза больше скорости Пети по грунту, то за 1 час по асфальту Петя проехал в 3 раза больше, чем Вася по грунту. То есть за этот час Вася проехал $\frac{1}{3}$ длины грунтовой дороги. Вместе с одинаковыми скоростями навстречу друг другу Петя и Вася проедут $\frac{2}{3}$ грунтовой дороги. Тогда встретятся они, когда Петя проедет $\frac{1}{3}$ длины грунтовой дороги. Так как скорость по грунтовой дороге у Пети в 3 раза меньше, чем по асфальту, то это расстояние Петя проедет за 1 час. Значит, Петя встретит Вася через 2 часа после выезда.

Комментарий:

Вопрос **2**

Выполнен

Баллов: 15 из 20

Дан квадратный трехчлен $2x^2 - x - 36$. Найдите все целые x , при которых значения этого трехчлена равны квадрату простого числа.

Для начала разложим данный квадратный трехчлен на множители. Получим $2x^2 - x - 36 = (x + 4)(2x - 9)$. Заметим, что данное выражение $(x + 4)(2x - 9)$ является квадратом простого числа, а это значит, что либо оба множителя равны этому простому числу, либо один из множителей равен 1, а другой квадрату простого числа.

1) $x + 4 = 2x - 9 = y$

Тогда $x = 13$, а $y = 17$ - простое

2) $x + 4 = 1$

Тогда $x = -3$, а $y^2 = -15$ - такое невозможно, т.к. $y^2 \geq 0$

3) $2x - 9 = 1$

Тогда $x = 5$, а $y^2 = 9$, т.е. $y = 3$ - простое

Значит, значение этого трехчлена будет равно квадрату простого числа при $x = 13$ и $x = 5$

Комментарий: Рассмотрены не все возможные варианты.

Вопрос **3**

Выполнен

Баллов: 0 из 20

Положительные числа a, b и c удовлетворяют условию $abc(a + b + c) = ab + bc + ca$.

Докажите неравенство $5(a + b + c) \geq 7 + 8abc$.

Домножим обе части неравенства на $(a + b + c)$ и получим следующее неравенство $5(a + b + c)^2 \geq 7(a+b+c) + 8abc(a+b+c)$

$$8abc(a+b+c) = 8(ab+bc+ca)$$

Тогда получим такое неравенство $5(a + b + c)^2 \geq 7(a+b+c) + 8(ab+bc+ca)$

Запишем неравенство как разность:

$$5(a + b + c)^2 - 7(a+b+c) - 8(ab+bc+ca) = 5(a^2 + b^2 + c^2) + 10ab + 10bc + 10ac - 7(a + b + c) - 8ab - 8bc - 8ac = 5(a^2 + b^2 + c^2) + 2ab + 2bc + 2ac - 7(a + b + c) =$$

$$(a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 + 2ac + c^2) + (c^2 + 2cb + b^2) + (4a^2 - 8a + 4)$$

Комментарий:
решение не завершено, результат не получен

Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

У Маши есть 1000 бусинок 50 различных цветов, по 20 бусинок каждого цвета. При каком наименьшем n для любого способа собрать из всех бусинок ожерелье можно выбрать n последовательных бусинок, среди которых есть бусинки 25 разных цветов?

Заметим, что если собрать ожерелье так: 20 бусинок одного цвета, затем 20 другого, потом 20 бусинок третьего цвета и т. д., то очевидно, что надо выбрать минимум 462 последовательных бусины, чтобы там были бусины 25 разных цветов. Тогда докажем, что при любом другом способе собрать ожерелье можно выбрать 462 последовательные.

Выбираем 460 последовательных бусин, если среди них 25 и более бусин различного цвета, то мы просто берем эту последовательность, и все хорошо. Если среди них 23 различных цвета, то это значит, что там все бусины этих 23 цветов. Если две следующие бусины после этих 460 разного цвета то, мы просто берем эти 462 бусины. Если обе бусины с обеих сторон от последовательности одинакового цвета, то тогда с одной стороны от этой последовательности будет максимум 10 бусин этого цвета, а за ними бусины уже другого цвета, которого до этого не было в последовательности. Тогда мы добавляем эти максимум 11 бусин к последовательности, а с другой стороны убираем эти 11 бусин, т.к. каждого цвета у нас было по 20 бусин, то это никак не изменит количество бусин в последовательности. Если же среди этих 460 бусин оказалось 24 бусины разного цвета, то мы сначала выкидываем 19 крайних бусин. Если в оставшихся 441 бусинах до сих пор 24 разных цвета, то мы просто с другой стороны добавляем еще 21 бусину, и там точно будет еще один другой цвет. Если же там осталось только 23 цвета, то мы с той стороны выкидываем еще одну бусину, и остается всего 440 бусин. Если среди них 23 цвета, то мы просто добавляем с другой стороны еще 22 бусины, и там точно будет 2 других цвета. Если же там осталось 22 цвета, то мы сможем действуя как в случае, где среди 460 бусин оказалась 23 цвета, добиться нужного выбора.

Значит, при любом другом способе собрать ожерелье можно выбрать 462 последовательные бусины, и условие выполнится.

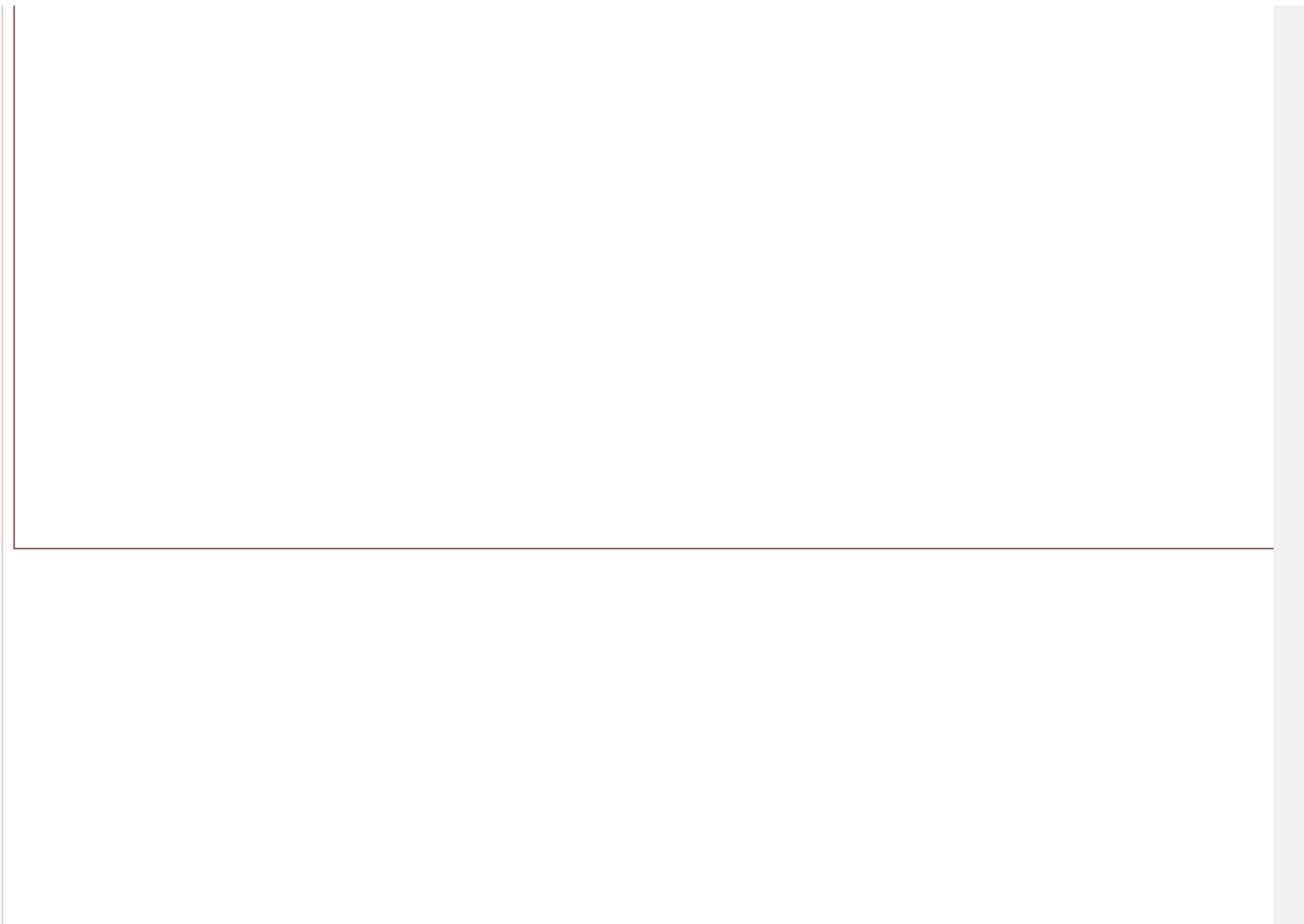
Комментарий:

Вопрос **5**

Нет ответа

Балл: 20

Точки A_1 и B_1 — середины сторон BC и AC остроугольного треугольника ABC , точка M — середина отрезка A_1B_1 . Точка H — основание высоты, опущенной из вершины C на сторону AB . Через точку M проведены окружности, касающиеся сторон BC и AC соответственно в точках A_1 и B_1 . Обозначим вторую точку пересечения окружностей через N . Докажите, что точки H , M и N лежат на одной прямой.



Вопрос **6**

Выполнен

Баллов: 0 из 20

У натурального числа n нет ни одного делителя d , удовлетворяющего неравенству $n^2 \leq d^4 \leq n^3$. Докажите, что n имеет простой делитель, четвертая степень которого больше, чем n^3 .

Если n простое, то у него есть простой делитель n , удовлетворяющий условию. Если же n составное

Комментарий:
решение не завершено, доказательства нет



ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Заключительный этап - Математика 8-9 21/22 (скрытый)

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 12

