	ol2246188 ol2246188
Тест начат	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:27
Состояние	Завершено
Завершен	понедельник, 14 Февраль 2022, 14:04
Прошло времени	3 час. 37 мин.
Баллы	68/120
Оценка	**57** из 100

Вопрос
Инфо

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 6 задач. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Коля поехал на электросамокате в магазин в соседнюю деревню со скоростью 10~км/ч. Проехав ровно треть всего пути, он понял, что при движении с прежней скоростью успеет точно к закрытию магазина, и увеличил скорость вдвое. Но когда он проехал ровно 2/3 всего пути, самокат сломался, и оставшуюся часть пути Коля прошел пешком. С какой скоростью он шел, если успел точно к закрытию магазина?

Пусть весь путь равен 3s и время, за которое коля проехал первую треть s равно 2t. тогда s/2t = 10. ТОгда к этому моменту у него оставалось еще 4t времени. Вторую треть пути он прохал со скооростью 20, следовательно потратил время, равное s/20=t из 1 равенства. ТОгда на оставшуюся треть пути у него есть 3t , а значит, он пройдет его со скорростью, равной s/3t= 20/3 км/ч.

Комментарий:

Вопрос 2

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Найдите все целые a, для которых квадратный трехчлен $x^2 + ax + 2a$ имеет два различных целых корня.

Пусть соответсвующие корни будут равны x1 x2. Тогда x1+x2 = -a, x1*x2= 2a. ТОгда -2(x1+x2)=x1*x2. Перенесем все в одну часть, получим x1*x2+2*x1+2*x2=0. Добавим к обеим частям по 4. x1*(x2+2)+2(x2+2)= 4. Тогда (x1+2)(x2+2)=4. но x1 x2 целые и различные. Но 4 делится только на 4, 2, 1,-1,-2,-4 и при этом сомножители должны быть различны, следоватлеьно, не равны 2 и 2 или -2 и -2 соответсвенно. Значит, есть два вариинта: x1+2=-1 , x2+2= -4 и при этом x1=-3,x2=-6 , и a = 9. x1+2=1, x2+2= 4 и при этом x1=-1, x2=2, a = -1.

Комментарий:

Вопрос 3

Выполнен

Баллов: 0 из 20

Положительные числа a, b и c удовлетворяют условию $abc(a+b+c)=3$. Докажите неравенство $(a+b)(b+c)(c+a) \geqslant 8$.

Заметим, что abc(a+b+c)>= abc*3abc

Комментарий:

Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 20 из 20

Какое наименьшее количество фишек можно расставить в клетках таблицы 99×99 так, чтобы в каждом квадрате 4×4 было не менее восьми фишек?

Пронумеруем столбцы строки от 1 до 99 и выделим доску 96*96 с левым верхним углом большей доски. квадрат 96*96 разрезается на 24 *24 квадрата 4*4, а значит, в нем закрашены хотя бы 24*24*8 клеток. Покажем, что в каждом квадрате 4*4 этой таблицы может быть закрашено ровно 8 кдеток. Закрасим в каждом вырезанном квадрате 4*4 все клетки ниже главной диагонали, начинающейся в правом верхнем углу и две крайние клетки этой же диагонали. Тогда осталось проверить, что во всех возможных квдаратах 4*4 закрашены хотя бы 8 клеток. Действительно, при сдвиге вырезанного квадрата на 1 столюец или строку одна закрашенная заменяется на другую, а две закрашенные - на 2 других. Теперь рассмтрим оставшиеся полосы 3 * 96. Их мы разрезаем на 24*2 прямоугольников 3*4. В каждом из них есть хотя бы 4 закрашенные клетки, иначе при достраивнии его до квдараата 4*4 не будет выполнено условие. В каждом таком горизонтальном прямоугольнике мы красим крайний правый столбец и нижнюю клетку третьего столбца, в вертикальном - нижнюю строку и правую клетку 3 строки. Таким образом, услови едля таких прямоугольников также выполняется. Остался левый нижний квдарат 3 на 3, в котором должна юыть закрашена хотя бы 1 клетка, ибо в оставшихся 7 не может быть закрашено 8 клеток. Всего закрашенных клеток получилось 24*24*8+48*4+1

Комментарий:

Вопрос **5**

Выполнен

Баллов: 8 из 20

Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Диагональ AC — биссектриса угла $\angle BAD$, точка M — середина стороны BC, а точка N — середина отрезка DO. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ является вписанным тогда и только тогда, когда четырехугольник $ABMN$ является вписанным.

Докажем сначала в одну сторону, елси четырехугольник abcd вписанный, то угол adb= угол acd и треугольник acb и ado подбны по 2 углам, ибо углы dac bac равны по условию. Таким образом, медианы an am в этих подоюных треугольниках также отсекают подообные, а значит, углы dan can равны, но тогда углы nam dac тоже равны, но из вписанности abcd углы dac dbc равны, следовательно углы nam nbm равны. Поэтому четрыехугольник abmn вписанный

Комментарий:
доказано одно из двух утверждений.

Вопрос **6**

Нет ответа

Балл: 20

Докажите, что у каждого из чисел $n!+1$, $n!+2$, \dots, $n!+n$ можно выбрать простой делитель, на который не делится ни одно из остальных.