	ol2222173 ol2222173
Тест начат	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:07
Состояние	Завершено
Завершен	понедельник, 14 Февраль 2022, 14:05
Прошло времени	3 час. 57 мин.
Оценка	**65,00** из 100,00

Вопрос
Инфо

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 5 задач. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

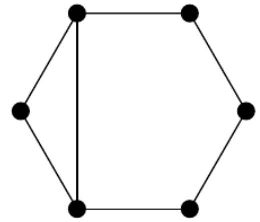
Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 20,00 из 20,00

На картинке нарисовано несколько кружочков, соединенных отрезками. Костя выбирает натуральное число n и расставляет в кружочках различные натуральные числа так, чтобы для всех этих чисел выполнялось свойство:
если числа a и b не соединены отрезком, то сумма $a+b$ должна быть взаимно проста с n, а если соединены, то числа $a+b$ и n должны иметь общий натуральный делитель, больший 1.
При каком наименьшем n существует такая расстановка?



1 (1).pdf

Комментарий:

Вопрос **2**

Выполнен

Баллов: 20,00 из 20,00

При $x, y, z > 0$ найдите максимальное значение выражения

$$A = \frac{(x-y)\sqrt{x^2+y^2} + (y-z)\sqrt{y^2+z^2} + (z-x)\sqrt{z^2+x^2} + \sqrt{2}}{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 + 2}.$$

_2.pdf

Комментарий:

Вопрос 3

Выполнен

Баллов: 20,00 из 20,00

На сторонах AB и CD вписанного четырехугольника $ABCD$, не являющегося трапецией, отмечены точки P и R соответственно, причем $AP : PB = CR : RD$. На отрезке PR выбрана такая точка Q, что $PQ : QR = AB : CD$. Найдите отношение площадей треугольников AQD и BQC, если известно, что $AD = x$ и $BC = y$.

3.pdf

Комментарий:

Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 0,00 из 20,00

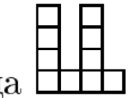
Запись натурального числа x в системе счисления с основанием r ($r \leqslant 70$) получается n-кратным повторением некоторой пары цифр, где n — натуральное число. Оказалось, что r-ичная запись x^2 состоит из $4n$ единиц. Найдите все пары (r, x), при которых такое возможно.

Комментарий:

Вопрос 5

Выполнен

Баллов: 5,00 из 20,00

Доска $m \times n$ $(m, n > 15)$ разрезана на фигурки из десяти единичных квадратиков вида  (фигурки можно поворачивать и переворачивать). При каких m и n такое возможно?

Комментарий:
Есть лишь попытки решения.

« ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 17

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ »
Вариант 38

#1

1.Докажем , что n нечетно

пусть это не так(пусть n кратно 2

возьмем по кругу(по часовой стрелки) числа a,b,c,d,e,f

a f

b e

c d

среди чисел a b c есть 2 числа одной четности и среди чисел d e f тоже есть 2 числа одной четности

но каждое числа из тройки a b c соединено не более чем с одним числом из тройки d e f противоречие

2. Докажем что n не равняется p^k где p простое

пусть это не так a+b кратно p b+c кратно p a+c кратно p

получ 2(a+b+c) кратно p получ a+b+c кратно p (p>2) a,b,c кратно p получ d кратно p и тогда (d , p^k)>1 противоречие

3. N>1 (очевидно) нечетно т имеет не менее 2 прост делителей мин н=15=5*3

1 24

4 30

2 10

ответ 15

#2

оценим b= (x-y)sqrt(x^2 +y^2)

если x<= y то (x-y) <= 0 и sqrt(x^2 + y^2) >=sqrt (2)x

если x>= y то (x-y)>=0 и sqrt (x^2 +y^2)<=sqrt(2)x

в обоих случаях (x-y)sqrt(x^2 +y^2) <=sqrt(2) (x-y) x

получаем A<= (sqrt(2)(x^2 +y^2+z^2 –xy-yz-zx+1)/(2(x^2+y^2+z^2 –xy-yz-xz+1)=1/sqrt(2)

равенство при x=y=z

ответ 1/sqrt(2)

№3
докажем что точка q1 лежит на биссек угла amb где м= пересеч ад и вс . заметим что треуг мав подобен треуг мсд получ если (авсд не трап есть пересеч)ф подобие переводящее треуг мав в треуг мсд то ф(p) =r
ф композиция осевой симметрии относительно биссек l угла мав и гомотетии с центром в м
пусть q1 =l пересеч pq докажем что pq1 /q1r =ab/cd . если k симм p относительно l то k лежит на мr значит в треугольнике pmr mq1 биссек тогда pq1/q1r =mp/mr =ab/cd

Итак q1 =q b q лежит на биссек угла амв тогда q равноудалена от сторон это8го угла в треуг вqc и aqd высоту опущенные из q на вс и ад равны поэтому отношение площадей этих треугольников = отношения вс/ад и равны y/x
ответ y/x